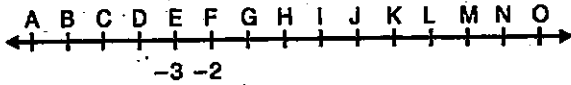


1. पूर्णांक

पृष्ठ 2

प्रयास कीजिए

प्रश्न 1. पूर्णाकों को निरूपित करने वाली एक संख्या रेखा नीचे दी गई है :



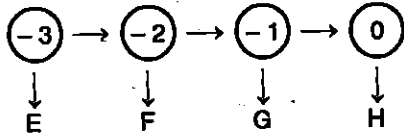
-3 एवं -2 को क्रमशः E और F से अंकित किया गया है। B, D, H, J, M एवं O द्वारा कौन-से पूर्णांक अंकित किए जाएँगे?

हल : हमें ज्ञात है कि संख्या रेखा पर शून्य की दाईं ओर धन पूर्णांक तथा बाईं ओर ऋण पूर्णांक होते हैं।

अब हम संख्या रेखा पर प्रदत्त पूर्णांक जो अक्षरों द्वारा अंकित हों चिह्नित करेंगे।

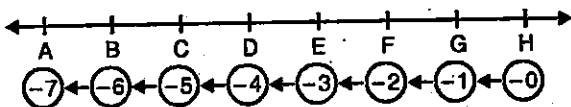
प्रथम हम 0 पूर्णांक को प्रदर्शित करने वाला अक्षर प्राप्त करेंगे।

क्योंकि -3 और -2 को क्रमशः E और F द्वारा प्रदर्शित किया गया है, आगे की ओर गिनते हुए हमें निम्न प्राप्त हुआ।



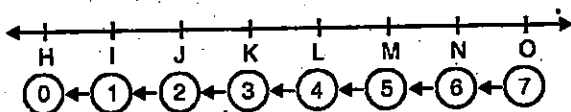
स्पष्टतः, H अक्षर 0 को प्रदर्शित करता है।

अब, हम H से बाईं ओर के अक्षर (पूर्णाकों के लिए प्रदर्शित) ज्ञात करने के लिए 0 से पीछे की ओर गणना करते हैं।



स्पष्टतः, B, -6 को प्रदर्शित करता है तथा D, -4 को।

अब, हम H, J, M तथा O को प्रदर्शित करने वाले पूर्णांक ज्ञात करते हैं। ये पूर्णांक 0 से आगे की ओर गिन कर प्राप्त किए जा सकते हैं।



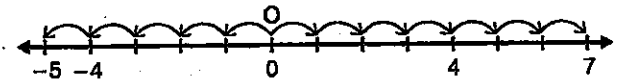
इससे हमें स्पष्ट हो जाता है कि H, 0 को प्रदर्शित करता है, J, 2 को, M, 5 को तथा O, 7 को प्रदर्शित करता है।

प्रश्न 2. पूर्णाकों 7, -5, 4, 0 एवं -4 को आरोही क्रम में क्रमबद्ध कीजिए और अपने उत्तर की जाँच करने के लिए इन्हें एक संख्या रेखा पर अंकित कीजिए।

हल : पूर्णाकों 7, -5, 4, 0 तथा -4 का आरोही क्रम है :
-5, -4, 0, 4 और 7 ... (1)

इन संख्याओं को संख्या रेखा पर प्रदर्शित करने के लिए संख्या रेखा बनाई तथा इसके मध्य में एक बिंदु 0 को जैसा आकृति में दिया है। अब समान दूरी पर 0 के बाईं व दाईं ओर, 0 से आरम्भ करते हुए बिंदु लो और 0 से 4 यूनिट पर दाईं ओर एक बिंदु A प्राप्त किया और A से 3 यूनिट दाईं ओर 7 यूनिट या B प्राप्त किया।

फिर 0 से प्रारम्भ कर बाईं ओर 4 यूनिट पर -4 या C प्राप्त किया तथा C से 1 यूनिट बाईं ओर -5 या D प्राप्त किया।



इस प्रकार से प्राप्त पूर्णाकों को उचित क्रम से प्राप्त किया।

पृष्ठ 2

बताइए कि निम्नलिखित कथन सही हैं अथवा गलत। जो कथन गलत हैं उनको सही कीजिए :

(i) जब दो धनात्मक पूर्णाकों को जोड़ा जाता है, तो हमें एक धनात्मक पूर्णांक प्राप्त होता है।

(ii) जब दो ऋणात्मक पूर्णाकों को जोड़ा जाता है, तो हमें एक धनात्मक पूर्णांक प्राप्त होता है।

(iii) जब एक धनात्मक पूर्णांक और एक ऋणात्मक पूर्णांक को जोड़ा जाता है, तो हमें हमेशा एक ऋणात्मक पूर्णांक प्राप्त होता है।

(iv) पूर्णांक 8 का योग्य प्रतिलोम (-8) है एवं पूर्णांक (-8) का योग्य प्रतिलोम 8 है।

(v) व्यवकलन के लिए, जिस पूर्णांक को घटाया जाता है उसके योग्य प्रतिलोम को दूसरे पूर्णांक में जोड़ देते हैं।

(vi) $(-10) + 3 = 10 - 3$

(vii) $8 + (-7) - (-4) \neq 8 + 7 - 4$

इस कथन के समर्थन में पाँच और उदाहरण दीजिए।

हल : (i) सत्य

पाँच उदाहरण :

(a) $46 + 83 = 129$ (b) $103 + 92 = 195$

(c) $26 + 53 = 79$ (d) $120 + 402 = 522$

(e) $217 + 13 = 230$

(ii) असत्य

सत्य कथन : यदि दो ऋण पूर्णाकों को जोड़ा जाए तो सदैव एक ऋण पूर्णांक प्राप्त होता है।

पाँच उदाहरण :

(1)

- (a) $(-46) + (-83) = -129$
 (b) $(-103) + (-92) = -195$
 (c) $(-26) + (-53) = -79$
 (d) $(-120) + (-403) = -523$
 (e) $(-217) + (-13) = -230$
 (iii) असत्य

सत्य कथन: यदि एक धन पूर्णांक तथा एक ऋण पूर्णांक का योग किया जाए तो हम उनके संख्यात्मक मानों का अंतर लेते हैं तथा बड़े पूर्णांक का चिह्न उस अंतर से पहले रख देते हैं।

पाँच उदाहरण :

- (a) $26 + (-33) = -7$
 (b) $(-66) + 83 = 17$
 (c) $(-133) + 102 = -31$
 (d) $145 + (-102) = 43$
 (e) $(-220) + 325 = 105$

(iv) सत्य

पाँच उदाहरण :

पूर्णांक	योग्य प्रतिलोम	पूर्णांक	योग्य प्रतिलोम
10	-10	-18	18
-10	10	-20	-20
76	-76	-20	20
-76	76	39	-39
18	-18	-39	39

(v) सत्य

पाँच उदाहरण : घटाना

- (a) 5 को 8 में से घटाओ। $8 - 5 = 8 + (-5) = 3$
 (b) -3 को 9 में से घटाओ।
 $9 - (-3) = 9 + (+3) = 9 + 3 = 12$
 (c) 4 को -9 में से घटाओ।
 $-9 - (-4) = (-9) + (-4) = -13$
 (d) -8 को -6 में से घटाओ।
 $-6 - (-8) = (-6) + (+8) = (-6) + 8 = 2$
 (e) 2 को -4 में से घटाओ।
 $-4 - 2 = (-4) + (-2) = -6$

(vi) असत्य

सत्य कथन: $(-10) + 3 = -10 + 3$

(vii) असत्य

सत्य कथन: $8 + (-7) - (-4) = 8 - 7 + 4$

पृष्ठ 4

प्रयास कीजिए

क्या आप निम्नलिखित में से प्रत्येक के लिए एक पैटर्न ज्ञात कर सकते हैं? यदि हाँ, तो इनको पूरा कीजिए :
 ऐसे कुछ और पैटर्न बनाइए और उन्हें पूरा करने के लिए अपने मित्रों से कहिए।

हल : (a) स्पष्टतः, $7 - 4 = 3$, $3 - 4 = -1$,
 $-1 - 4 = -5$

अतः, उससे आगे की संख्याएँ $-5 - 4 = -9$, $-9 - 4 = -13$ तथा $-13 - 4 = -17$ होंगी।

इस प्रकार, पैटर्न हुआ $7, 3, -1, -5, -9, -13, -17$
 (b) स्पष्टतः, इसमें हमें ज्ञात है $-2 - 2 = -4$, $-4 - 2 = -6$, $-6 - 2 = -8$ । अतः अगली संख्याएँ $-8 - 2 = -10$, $-10 - 2 = -12$ तथा $-12 - 2 = -14$ होंगी। इस प्रकार, पैटर्न $-2, -4, -6, -8, -10, -12, -14$ हुआ।

(c) स्पष्टतः, $15 - 5 = 10$, $10 - 5 = 5$, $5 - 5 = 0$ । अतः, अगली संख्याएँ $0 - 5 = -5$, $-5 - 5 = -10$ और $-10 - 5 = -15$ होंगी।

इस प्रकार, पैटर्न $15, 10, 5, 0, -5, -10, -15$ होगा।

(d) स्पष्टतः, $-11 + 3 = -8$, $-8 + 3 = -5$, $-5 + 3 = -2$

अतः, अगली संख्याएँ $-2 + 3 = 1$, $1 + 3 = 4$ और $4 + 3 = 7$ होंगी।

इस प्रकार, पैटर्न $-11, -8, -5, -2, 1, 4$ तथा 7 होगा।

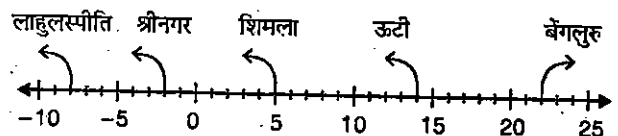
कुछ और पैटर्न :

- (a) $9, 7, 5, 3, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}$
 (b) $-7, -14, -21, -28, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}$
 (c) $9, 18, 27, 36, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}$
 (d) $-11, -1, 9, 19, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}$

पृष्ठ 4-6

प्रश्नावली 1.1

प्रश्न 1. किसी विशिष्ट दिन विभिन्न स्थानों के तापमानों को डिग्री सेल्सियस ($^{\circ}\text{C}$) में निम्नलिखित संख्या रेखा द्वारा दर्शाया गया है :



(a) इस संख्या रेखा को देखिए और इस पर अंकित स्थानों के तापमान लिखिए।

(b) उपर्युक्त स्थानों में से सबसे गर्म और सबसे ठंडे स्थानों के तापमानों में क्या अंतर है?

(c) लाहुलस्पीति एवं श्रीनगर के तापमानों में क्या अंतर है?

(d) क्या हम कह सकते हैं कि शिमला और श्रीनगर के तापमानों का योग शिमला के तापमान से कम है? क्या इन दोनों स्थानों के तापमानों का योग श्रीनगर के तापमान से भी कम है?

हल : (a) दी गई संख्या रेखा से इंगित स्थानों के ये तापमान प्राप्त हुए :

स्थान	तापमान	स्थान	तापमान
लाहुलस्पीति	-8°C	ऊटी	14°C
श्रीनगर	-2°C	बेंगलुरु	22°C
शिमला	5°C		

(b) बेंगलुरु सबसे गर्म (22°C) तथा सबसे ठंडा लाहलसपीति (-8°C) है तथा इनका तापांतर (सबसे गर्म तथा सबसे ठंडे स्थान का) $= 22^{\circ}\text{C} - (-8^{\circ}\text{C}) = 22^{\circ}\text{C} + 8^{\circ}\text{C} = 30^{\circ}\text{C}$

(c) लाहलसपीति तथा श्रीनगर में तापांतर
 $-2^{\circ}\text{C} - (-8^{\circ}\text{C}) = -2^{\circ}\text{C} + 8^{\circ}\text{C} = 6^{\circ}\text{C}$

(d) हाँ, श्रीनगर तथा शिमला के तापमानों का योग शिमला के तापमान से कम है। $-2^{\circ}\text{C} + 5^{\circ}\text{C} = 3^{\circ}\text{C}$ तथा $3^{\circ}\text{C} < 5^{\circ}\text{C}$ । यह तापमान श्रीनगर के तापमान से कम नहीं है।

प्रश्न 2. किसी प्रश्नोत्तरी में सही उत्तर के लिए धनात्मक अंक दिए जाते हैं और गलत उत्तर के लिए ऋणात्मक अंक दिए जाते हैं। यदि पाँच उत्तरोत्तर चक्करों (rounds) में जैक द्वारा प्राप्त किए गए अंक 25, -5, -10, 15 और 10 थे, तो बताइए अंत में उसके अंकों का कुल योग कितना था?

हल : जैक द्वारा पाँच क्रमागत चक्करों में प्राप्त अंक 25, -5, -10, 15 और 10 थे।

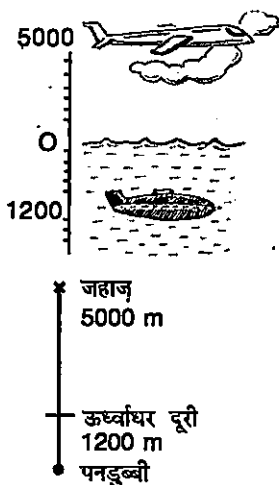
$$\begin{aligned} \therefore \text{जैक द्वारा प्राप्त अंकों का कुल योग} \\ &= 25 + (-5) + (-10) + 15 + 10 \\ &= 25 - 5 - 10 + 15 + 10 \\ &= 50 - 15 = 35 \end{aligned}$$

प्रश्न 3. सोमवार को श्रीनगर का तापमान -5°C था और मंगलवार को तापमान 2°C कम हो गया। मंगलवार को श्रीनगर का तापमान क्या था? बुधवार को तापमान 4°C बढ़ गया। बुधवार को तापमान कितना था?

हल : सोमवार को श्रीनगर का तापमान $= -5^{\circ}\text{C}$
 मंगलवार को तापमान 2°C कम हो गया तो मंगलवार का तापमान $= (-5 - 2)^{\circ}\text{C} = -7^{\circ}\text{C}$

बुधवार के तापमान में वृद्धि 4°C तो
 बुधवार का तापमान $= (-7 + 4)^{\circ}\text{C} = -3^{\circ}\text{C}$ ।

प्रश्न 4. एक हवाई जहाज समुद्र तल से 5000 मीटर की ऊँचाई पर उड़ रहा है। एक विशिष्ट बिंदु पर यह हवाई जहाज समुद्र तल से 1200 मीटर नीचे तैरती हुई पनडुब्बी के ठीक ऊपर है। पनडुब्बी और हवाई जहाज के बीच की ऊर्ध्वाधर दूरी कितनी है?



हल : हवाई जहाज तथा पनडुब्बी के मध्य ऊर्ध्वाधर दूरी

$$\begin{aligned} &= 5000 \text{ m} - (-1200) \text{ m} \\ &= 5000 \text{ m} + 1200 \text{ m} = 6200 \text{ m} \end{aligned}$$

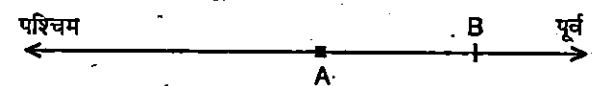
प्रश्न 5. मोहन अपने बैंक खाते में ₹ 2000 जमा करता है और अगले दिन इसमें से ₹ 1642 निकाल

लेता है। यदि खाते में से निकाली गई राशि को ऋणात्मक संख्या से निरूपित किया जाता है, तो खाते में जमा की गई राशि को आप कैसे निरूपित करोगे? निकासी के पश्चात् मोहन के खाते में शेष राशि ज्ञात कीजिए।

हल : बैंक खाते में जमा की गई राशि को धनात्मक पूर्णांक से प्रदर्शित करेंगे।

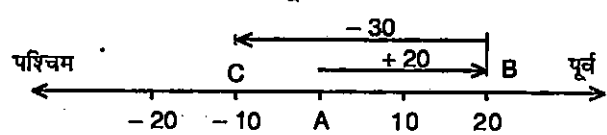
$$\begin{aligned} \text{निकासी के पश्चात् मोहन के खाते में शेष राशि} \\ &= ₹ (+ 2000) + ₹ (- 1642) \\ &= ₹ (2000 - 1642) = ₹ 358 \end{aligned}$$

प्रश्न 6. रीता बिंदु A से पूर्व की ओर बिंदु B तक 20 किलोमीटर की दूरी तय करती है। उसी सड़क के अनुदिश बिंदु B से वह 30 किलोमीटर की दूरी पश्चिम की ओर तय करती है। यदि पूर्व की ओर तय की गई दूरी को धनात्मक पूर्णांक से निरूपित किया जाता है, तो पश्चिम की ओर तय की गई दूरी को आप कैसे निरूपित करोगे? बिंदु A से उसकी अंतिम स्थिति को किस पूर्णांक से निरूपित करोगे?



हल : पश्चिम की ओर तय की गई दूरी को ऋणात्मक संख्या से निरूपित करेंगे।

रीता द्वारा तय की गई दूरी का चित्रण :



जैसा हमें ज्ञात है कि रीता A से 20 किलोमीटर दूर पूर्व की ओर B तक पहुँचती है तथा B से पश्चिम की ओर 30 किलोमीटर उसी सड़क के सहारे जाती है।

अतः A से उसकी अंतिम स्थिति (-10) किलोमीटर होगी। यह पूर्णांक -10 से प्रदर्शित किया होगा।

प्रश्न 7. किसी मायावी वर्ग में प्रत्येक पंक्ति, प्रत्येक स्तंभ एवं प्रत्येक विकर्ण की संख्याओं का योग समान होता है। बताइए निम्नलिखित में से कौन-सा वर्ग एक मायावी वर्ग है?

5	-1	-4
-5	-2	7
0	3	-3

(i)

1	-10	0
-4	-3	-2
-6	4	-7

(ii)

हल : प्रथम वर्ग में :

$$\begin{aligned} \text{प्रथम पंक्ति : } &5 + (-1) + (-4) = 5 - 1 - 4 = 0 \\ \text{द्वितीय पंक्ति : } &(-5) + (-2) + 7 = -5 - 2 + 7 = 0 \\ \text{तृतीय पंक्ति : } &0 + 3 + (-3) = 0 + 3 - 3 = 0 \\ \text{प्रथम स्तंभ : } &5 + (-5) + 0 = 5 - 5 + 0 = 0 \end{aligned}$$

द्वितीय स्तम्भ : $(-1) + (-2) + 3 = -1 - 2 + 3 = 0$
 तृतीय स्तम्भ : $(-4) + 7 + (-3) = -4 + 7 - 3 = 0$
 तथा एक विकर्ण : $5 + (-2) + (-3) = 5 - 2 - 3 = 0$
 परंतु दूसरा विकर्ण : $0 + (-2) + (-4) = 0 - 2 - 4 = -6$

∴ प्रत्येक पंक्ति, स्तम्भ तथा विकर्ण का योग समान नहीं है। अतः यह एक मायावी वर्ग नहीं है।

द्वितीय वर्ग में :

प्रथम पंक्ति : $1 + (-10) + 0 = 1 - 10 + 0 = -9$
 द्वितीय पंक्ति : $(-4) + (-3) + (-2) = -4 - 3 - 2 = -9$

तृतीय पंक्ति : $(-6) + 4 + (-7) = -6 + 4 - 7 = -9$
 प्रथम स्तम्भ : $1 + (-4) + (-6) = 1 - 4 - 6 = -9$
 द्वितीय स्तम्भ : $(-10) + (-3) + 4 = -10 - 3 + 4 = -9$

तृतीय स्तम्भ : $0 + (-2) + (-7) = 0 - 2 - 7 = -9$
 तथा एक विकर्ण : $1 + (-3) + (-7) = 1 - 3 - 7 = -9$

और दूसरा विकर्ण : $(-6) + (-3) + 0 = -6 - 3 + 0 = -9$

∴ प्रत्येक स्तम्भ, पंक्ति तथा विकर्ण के योग समान हैं। अतः यह एक मायावी वर्ग है।

प्रश्न 8. *a* और *b* के निम्नलिखित मानों के लिए $a - (-b) = a + b$ का सत्यापन कीजिए :

(i) $a = 21, b = 18$ (ii) $a = 118, b = 125$
 (iii) $a = 75, b = 84$ (iv) $a = 28, b = 11$

हल : (i) बायाँ भाग = $a - (-b) = 21 - (-18) = 21 + 18 = 39$

दायाँ भाग = $a + b = 21 + 18 = 39$

∴ बायाँ भाग = दायाँ भाग

(ii) बायाँ भाग = $a - (-b) = 118 - (-125) = 118 + 125 = 243$

दायाँ भाग = $a + b = 118 + 125 = 243$

∴ बायाँ भाग = दायाँ भाग

(iii) बायाँ भाग = $a - (-b) = 75 - (-84) = 75 + 84 = 159$

दायाँ भाग = $a + b = 75 + 84 = 159$

∴ बायाँ भाग = दायाँ भाग

(iv) बायाँ भाग = $a - (-b) = 28 - (-11) = 28 + 11 = 39$

दायाँ भाग = $a + b = 28 + 11 = 39$

∴ बायाँ भाग = दायाँ भाग

प्रश्न 9. निम्नलिखित कथनों को सत्य बनाने के लिए, बॉक्स में संकेत $>$, $<$ अथवा $=$ का उपयोग कीजिए :

(a) $(-8) + (-4)$ $(-8) - (-4)$

(b) $(-3) + 7 - (19)$ $15 - 8 + (-9)$

(c) $23 - 41 + 11$ $23 - 41 - 11$

(d) $39 + (-24) - (15)$ $36 + (-52) - (-36)$

(e) $-231 + 79 + 51$ $-399 + 159 + 81$

हल : (a) यहाँ, $(-8) + (-4) = -8 - 4 = -12$

और $(-8) - (-4) = -8 + 4 = -4$

क्योंकि $-12 < -4$

इसलिए, $(-8) + (-4)$ $(-8) - (-4)$

(b) यहाँ, $(-3) + 7 - (19) = -3 + 7 - 19 = -22 + 7 = -15$

और $15 - 8 + (-9) = 15 - 8 - 9 = 15 - 17 = -2$

क्योंकि $-15 < -2$

इसलिए, $(-3) + 7 - (19)$ $15 - 8 + (-9)$

(c) यहाँ, $23 - 41 + 11 = 34 - 41 = -7$

और $23 - 41 - 11 = 23 - 52 = -29$

क्योंकि $-7 > -29$

इसलिए, $23 - 41 + 11$ $23 - 41 - 11$

(d) यहाँ, $39 + (-24) - (15) = 39 - 24 - 15 = 39 - 39 = 0$

और $36 + (-52) - (-36) = 36 - 52 + 36 = 72 - 52 = 20$

क्योंकि $0 < 20$

इसलिए, $39 + (-24) - (15)$ $36 + (-52) - (-36)$

(e) यहाँ, $-231 + 79 + 51 = -231 + 130 = -101$

और $-399 + 159 + 81 = -399 + 240 = -159$

क्योंकि $-101 > -159$

इसलिए, $-231 + 79 + 51$ $-399 + 159 + 81$

प्रश्न 10. पानी के एक तालाब में अंदर की ओर सीढ़ियाँ हैं। एक बंदर सबसे ऊपर वाली सीढ़ी (यानी पहली सीढ़ी) पर बैठा हुआ है। पानी नौवीं सीढ़ी पर है।

(i) वह एक छलाँग में तीन सीढ़ियाँ नीचे की ओर और अगली छलाँग में दो सीढ़ियाँ ऊपर की ओर जाता है। कितनी छलाँगों में वह पानी के स्तर तक पहुँच पाएगा?

(ii) पानी पीने के पश्चात् वह वापस जाना चाहता है। इस कार्य के लिए वह एक छलाँग में 4 सीढ़ियाँ ऊपर की ओर और अगली छलाँग में 2 सीढ़ियाँ नीचे की ओर जाता है। कितनी छलाँगों में वह वापस सबसे ऊपर वाली सीढ़ी पर पहुँच जाएगा?

(iii) यदि नीचे की ओर चार की गई सीढ़ियों की संख्या को ऋणात्मक पूर्णांक से निरूपित किया जाता

है और ऊपर की ओर पार की गई सीढ़ियों की संख्या को धनात्मक पूर्णांक से निरूपित किया जाता है, तो निम्नलिखित को पूरा करते हुए भाग (i) और (ii) में उसकी गति को निरूपित कीजिए :

(a) $-3 + 2 + \dots = -8$

(b) $4 - 2 + \dots = 8.$

(a) में योग (-8) आठ सीढ़ियाँ नीचे जाने को निरूपित करता है, तो (b) में योग 8 किसको निरूपित करेगा?

हल : (i) नीचे जाते समय बंदर 3 सीढ़ियाँ नीचे कूदता है तथा 2 वापस ऊपर की ओर।

अतः पानी तक पहुँचने के लिए वह कूदेगा

$-3 + 2 - 3 + 2 - 3 + 2 - 3 + 2 - 3 + 2 - 3 = -8$

अतः पानी तक पहुँचने के लिए वह 11 बार कूदेगा।

(ii) पानी पीने के पश्चात् वह निम्न प्रकार से ऊपर वाली सीढ़ी तक पहुँचने के लिए कूदेगा :

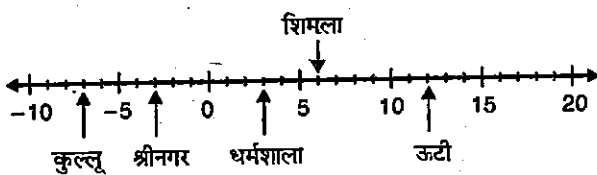
$4 - 2 + 4 - 2 + 4 = 8$

अतः वह वापसी के लिए 5 बार कूदेगा।

(iii) (b) में योग 8 का अर्थ 8 सीढ़ियों से है।

अभ्यास प्रश्नावली

1. निम्न संख्या रेखा किसी विशेष दिवस पर किसी स्थान का तापमान प्रदर्शित करती है :



(a) संख्या रेखा पर चिह्नित स्थानों के तापमान लिखो।

(b) सबसे गर्म स्थान कौन-सा है?

(c) सबसे ठंडा स्थान बताओ।

(d) कुल्लू और श्रीनगर के तापमान में क्या अंतर है?

2. गणित की एक प्रश्नोत्तरी में सही उत्तर के लिए धनात्मक अंक तथा गलत उत्तर के लिए ऋणात्मक अंक दिए जाते हैं। यदि पाँच उत्तरोत्तर चक्करों में रीना द्वारा प्राप्त किए गए अंक 30, -10, 20, -15 और 15 हों तो बताइए कि अंत में उसके अंकों का योग कितना था?

3. एक गोताखोर समुद्र के तल से 15 m नीचे है। उसकी इस स्थिति को -15 m द्वारा प्रदर्शित किया जाता है। उसकी नई स्थिति को किस पूर्णांक द्वारा प्रदर्शित करोगे यदि

(a) वह और 5 m नीचे चला जाता है?

(b) वह और 5 m ऊपर आ जाता है?

4. एक विशेष दिवस पर शिमले का तापमान 9 बजे प्रातः 10°C था परन्तु मध्य रात्रि तक तापमान -2°C हो जाता है। उसी दिवस पर दिल्ली का तापमान प्रातः 9 बजे

15°C था और अर्द्धरात्रि तक आते -2, 8°C हो जाता है। किस के तापमान में अधिक गिरावट पाई गई?

5. एक व्यक्ति अपने सेविंग बैंक खाते में ₹ 3000 जमा कराता है तथा अगले ही दिन ₹ 1050 निकाल लेता है। निकालने के पश्चात् उसके सेविंग बैंक खाते में कितनी राशि शेष थी?

6. एक स्थान समुद्र तल से 315 m ऊपर है और दूसरा स्थान समुद्र तल से 115 m नीचे है। दोनों स्थानों के मध्य की दूरी ज्ञात करो।

7. दो कारें एक ही स्थान से चलना आरम्भ करती हैं। प्रथम कार उत्तर की ओर एक घंटे में 65 km जाती है तथा दूसरी कार दक्षिण की ओर 1 घंटे में 60 km जाती है। एक घंटे के पश्चात् दोनों कारों की दूरी ज्ञात करो।

8. एक मायावी वर्ग में प्रत्येक स्तम्भ, पंक्ति एवं प्रत्येक विकर्ण की संख्याओं का योग समान होता है। जाँच करके बताओ कि कौन-सा वर्ग मायावी है?

6	-2	-4
-6	-2	8
0	4	-4

(i)

2	-9	1
-3	-2	-1
-5	5	-5

(ii)

9. a तथा b के निम्नलिखित मानों के लिए $a - (-b) = a + b$ का सत्यापन करो:

(i) $a = 11, b = 17$ (ii) $a = 128, b = 135$

(iii) $a = 85, b = 74$ (iv) $a = 38, b = 21$

10. निम्नलिखित कथनों को सत्य बनाने के लिए बॉक्स में >, < या = का प्रयोग करो :

(a) $(-9 + (-5)) \square (-9) - (-5)$

(b) $(-4) + 8 - (19) \square 25 - 8 + (-19)$

(c) $33 - 41 + 12 \square 33 - 41 - 12$

(d) $49 + (-34) - 25 \square 46 + (-62) - (-46)$

(e) $-331 + 89 + 61 \square -499 + 169 + 71$

उत्तरमाला

1. (a) कुल्लू -7°C; श्रीनगर -3°C; धर्मशाला 3°C; शिमला 6°C; ऊटी 12°C

(b) ऊटी (c) कुल्लू (d) 4°C

2. 40 3. (a) -20 m (b) -10 m

4. शिमला 5. ₹ 1950 6. 430 m

7. 125 km 8. (i) नहीं (ii) नहीं

10. (a) < (b) < (c) >

(d) < (e) >

पृष्ठ 6

1.3 पूर्णाकों के योग एवं व्यवकलन के गुण

1.3.1 योग के अंतर्गत संवृत

क्या यह गुण पूर्णाकों के लिए भी सत्य है अथवा नहीं। पूर्णाकों के कुछ युग्म नीचे दिए जा रहे हैं। नीचे दी हुई सारणी को देखिए और इसे पूरा कीजिए :

हल : तालिका पूर्ण करने पर

कथन	प्रेक्षण
(i) $17 + 23 = 40$	परिणाम एक पूर्णांक है।
(ii) $(-10) + 3 = -7$	परिणाम एक पूर्णांक है।
(iii) $(-75) + 18 = -57$	परिणाम एक पूर्णांक है।
(iv) $19 + (-25) = -6$	परिणाम एक पूर्णांक है।
(v) $27 + (-27) = 0$	परिणाम एक पूर्णांक है।
(vi) $(-20) + 0 = -20$	परिणाम एक पूर्णांक है।
(vii) $(-35) + (-10) = -45$	परिणाम एक पूर्णांक है।

आप ने क्या देखा? क्या दो पूर्णाकों का योग हमेशा ही पूर्णांक होता है? क्या आप एक ऐसा पूर्णांक युग्म बता सकते हैं जिसका योग एक पूर्णांक संख्या न हो?

हम देखते हैं कि किन्हीं दो पूर्णाकों a तथा b के लिए $a + b$ हमेशा एक पूर्णांक होता है।

हाँ, दो पूर्णाकों का योग सदा पूर्णांक होता है।

ऐसा हमें कोई पूर्णाकों का युग्म प्राप्त नहीं हुआ जिनका योग एक पूर्णांक न हो।

अतः, पूर्णाकों का योग पूर्णांक ही होता है। इसलिए हम कहते हैं कि पूर्णांक योग के अंतर्गत संवृत होते हैं।

पृष्ठ 7

1.3.2 व्यवकलन के अंतर्गत संवृत

जब हम एक पूर्णांक को दूसरे पूर्णांक में से घटाते हैं, तो क्या होता है? क्या हम कह सकते हैं कि उनका अंतर भी एक पूर्णांक होता है?

आप क्या देखते हैं? क्या पूर्णाकों का कोई ऐसा युग्म है जिसका अंतर पूर्णांक नहीं है? क्या हम कह सकते हैं कि पूर्णांक व्यवकलन के अंतर्गत संवृत हैं?

हल : तालिका पूर्ण करने पर

कथन	प्रेक्षण
(i) $7 - 9 = -2$	परिणाम एक पूर्णांक है।
(ii) $17 - (-21) = 17 + 21 = 38$	परिणाम एक पूर्णांक है।
(iii) $(-8) - (-14) = 6$	परिणाम एक पूर्णांक है।
(iv) $(-21) - (-10) = -21 + 10 = -11$	परिणाम एक पूर्णांक है।
(v) $32 - (-17) = 32 + 17 = 49$	परिणाम एक पूर्णांक है।
(vi) $(-18) - (-18) = -18 + 18 = 0$	परिणाम एक पूर्णांक है।
(vii) $(-29) - 0 = -29$	परिणाम एक पूर्णांक है।

हम देखते हैं कि दो पूर्णाकों का व्यवकलन भी एक पूर्णांक होगा।

नहीं, हमें ऐसा कोई पूर्णाकों का युग्म प्राप्त नहीं हुआ जिसका व्यवकपरिणाम एक पूर्णांक है। न पूर्णांक न हो।

क्योंकि दो पूर्णाकों का व्यवकलन हमेशा ही एक पूर्णांक होता है। अतः हम कह सकते हैं कि पूर्णांक व्यवकलन के अंतर्गत संवृत होते हैं।

क्या पूर्ण संख्याएँ भी इस गुण को संतुष्ट करती हैं?

पूर्ण संख्याएँ इस गुण को संतुष्ट नहीं करतीं। उदाहरण, $5 - 7 = -2$ जो कि एक पूर्ण संख्या नहीं है।

1.3.3 क्रमविनिमेय गुण

क्या निम्नलिखित समान हैं?

(i) $(-8) + (-9)$ और $(-9) + (-8)$

(ii) $(-23) + 32$ और $32 + (-23)$

(iii) $(-45) + 0$ और $0 + (-45)$

पाँच अन्य पूर्णाकों के युग्मों के लिए ऐसा प्रयास कीजिए। क्या आपको पूर्णाकों का कोई ऐसा युग्म मिलता है जिसके लिए पूर्णाकों का क्रम बदल देने से उनका योग भी बदल जाता है?

हल : (i) $(-8) + (-9) = -8 - 9 = -17$

तथा $(-9) + (-8) = -9 - 8 = -17$

यानी, $(-8) + (-9) = (-9) + (-8)$

(ii) $(-23) + 32 = -23 + 32 = 9$

तथा $32 + (-23) = 32 - 23 = 9$

यानी, $(-23) + 32 = 32 + (-23)$

(iii) $(-45) + 0 = -45$

तथा $0 + (-45) = -45$

यानी, $(-45) + 0 = 0 + (-45)$

आओ पाँच अन्य पूर्णांक युग्म लें।

(a) $5 + (-8) = -3$

तथा $(-8) + 5 = -3$

∴ $5 + (-8) = (-8) + 5$

(b) $(-7) + (-9) = -16$

तथा $(-9) + (-7) = -16$

∴ $(-7) + (-9) = (-9) + (-7)$

(c) $3 + (-4) = -1$

तथा $(-4) + 3 = -1$

∴ $3 + (-4) = (-4) + 3$

(d) $5 + (-9) = -4$

तथा $(-9) + 5 = -4$

∴ $5 + (-9) = (-9) + 5$

(e) $(-12) + 8 = -4$

तथा $8 + (-12) = -4$

∴ $(-12) + 8 = 8 + (-12)$

पृष्ठ 8

पूर्णाकों के कम से कम पाँच विभिन्न युग्म लीजिए और इस कथन की जाँच कीजिए। हम यह निष्कर्ष निकालते हैं कि व्यवकलन पूर्णाकों के लिए क्रमविनिमय नहीं है।

आओ पाँच विभिन्न पूर्णाक युग्म लें :

(i) 10 और 6

$$10 - 6 = 4 \text{ और } 6 - 10 = -4$$

$$\therefore 10 - 6 \neq 6 - 10$$

(ii) -9 और 5

$$(-9) - 5 = -9 - 5 = -14$$

$$\text{और } 5 - (-9) = 5 + 9 = 14$$

$$\therefore (-9) - 5 \neq 5 - (-9)$$

(iii) 12 और 125

$$12 - 125 = -113$$

$$\text{और } 125 - 12 = 113$$

$$\therefore 12 - 125 \neq 125 - 12$$

(iv) 28 और 0

$$28 - 0 = 28 \text{ और } 0 - 28 = -28$$

$$\therefore 28 - 0 \neq 0 - 28$$

(v) -7 और -9

$$(-7) - (-9) = -7 + 9 = 2$$

$$\text{और } (-9) - (-7) = -9 + 7 = -2$$

$$\therefore (-7) - (-9) \neq (-9) - (-7)$$

किसी भी उदाहरण में परिणाम समान नहीं है। अतः, हम निष्कर्ष निकालते हैं कि व्यवकलन पूर्णाकों के लिए क्रमविनिमय नहीं है।

उदाहरणतः किन्हीं दो पूर्णाकों a तथा b के लिए

$$a - b \neq b - a$$

1.3.4 साहचर्य गुण

पाँच और उदाहरण लेकर हम इसे प्रतिपादित करें।

(i) -9, 3 तथा -4 पूर्णाक लो।

हमें प्राप्त है :

$$[(-9) + 3] + (-4) = (-6) + (-4) = -10$$

$$\text{और } (-9) + [3 + (-4)] = -9 + (-1) = -10$$

$$\therefore [(-9) + 3] + (-4) = (-9) + [3 + (-4)]$$

(ii) अन्य तीन पूर्णाक -6, -4 और -3 लो।

हमें प्राप्त है :

$$[(-6) + (-4)] + (-3) = (-10) + (-3) = -13$$

$$\text{और } (-6) + [(-4) + (-3)] = (-6) + (-7) = -13$$

$$\therefore [(-6) + (-4)] + (-3) = (-6) + [(-4) + (-3)]$$

(iii) अन्य और तीन पूर्णाक -8, 2 और -5 लो।

हमें प्राप्त है :

$$[(-8) + 2] + (-5) = (-6) + (-5) = -11$$

$$\text{और } (-8) + [2 + (-5)] = (-8) + (-3) = -11$$

$$\therefore [(-8) + 2] + (-5) = (-8) + [2 + (-5)]$$

(iv) तीन पूर्णाक 5, -9 तथा 2 लो।

हमें प्राप्त है :

$$[5 + (-9)] + 2 = (-4) + 2 = -2$$

$$\text{और } 5 + [(-9) + 2] = 5 + (-7) = -2$$

$$\therefore [5 + (-9)] + 2 = 5 + [(-9) + 2]$$

(v) तीन पूर्णाक -8, -6 और -5 लो।

हमें प्राप्त है :

$$[(-8) + (-6)] + (-5) = (-14) + (-5) = -19$$

$$\text{और } (-8) + [(-6) + (-5)] = (-8) + (-11) = -19$$

$$\therefore [(-8) + (-6)] + (-5) = (-8) + [(-6) + (-5)]$$

आप ऐसा कोई उदाहरण नहीं पाएँगे जिसके लिए इस तरह के योग विभिन्न हैं। यह दर्शाता है कि पूर्णाकों के लिए योग सहचारी होता है।

पृष्ठ 9

1.3.5 योज्य तत्समक

क्या शून्य, ऋणात्मक पूर्णाकों के लिए भी एक योज्य तत्समक है?

निम्नलिखित को देखिए और रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

$$\text{हल : (i) } (-8) + 0 = -8 \quad \text{(ii) } 0 + (-8) = -8$$

$$\text{(iii) } (-23) + 0 = -23 \quad \text{(iv) } 0 + (-37) = -37$$

$$\text{(v) } 0 + (-59) = -59 \quad \text{(vi) } 0 + (-43) = -43$$

$$\text{(vii) } -61 + 0 = -61 \quad \text{(viii) } -15 + 0 = -15$$

हमने देखा कि शून्य और ऋणात्मक पूर्णाक का योग सदैव उसी पूर्णाक के समान होता है। अतः किसी पूर्णाक a के लिए

$$a + 0 = a = 0 + a$$

अतः पूर्ण संख्याओं के लिए शून्य एक योज्य तत्समक है।

पृष्ठ 9

प्रयास कीजिए

प्रश्न 1. एक ऐसा पूर्णाक युग्म लिखिए जिसके योग से हमें निम्नलिखित प्राप्त होता है :

(a) एक ऋणात्मक पूर्णाक

(b) शून्य

(c) दोनों पूर्णाकों से छोटा एक पूर्णाक

(d) दोनों पूर्णाकों में से केवल किसी एक से छोटा पूर्णाक

(e) दोनों पूर्णाकों से बड़ा एक पूर्णाक

हल : (a) एक पूर्णाक युग्म -6 और -5 लो। इनका योग $= -6 + (-5) = -6 - 5 = -11$

(b) पूर्णांक युग्म 8 और -8 लो।

$$\text{इनका योग} = 8 + (-8) = 8 - 8 = 0$$

(c) पूर्णांक युग्म -9 तथा -8 लो।

$$\text{इनका योग} = (-9) + (-8) = -17, \text{ जहाँ } -17 \text{ दोनों } -9 \text{ तथा } -8 \text{ से छोटा है।}$$

(d) अब पूर्णांक युग्म 8 और -3 लो।

$$\text{इनका योग} = 8 + (-3) = 5 \text{ जहाँ } 5 \text{ केवल } -3 \text{ से बड़ा है।}$$

(e) पूर्णांक युग्म 9 तथा 8 लो।

$$\text{इनका योग} = 9 + 8 = 17 \text{ जहाँ } 17 \text{ दोनों पूर्णाकों } 9 \text{ तथा } 8 \text{ से बड़ा है।}$$

प्रश्न 2. एक ऐसा पूर्णांक युग्म लिखिए जिसके अंतर से हमें निम्नलिखित प्राप्त होता है :

(a) एक ऋणात्मक पूर्णांक

(b) शून्य

(c) दोनों पूर्णाकों से छोटा एक पूर्णांक

(d) दोनों पूर्णाकों में से केवल किसी एक से बड़ा पूर्णांक

(e) दोनों पूर्णाकों से बड़ा एक पूर्णांक

हल : (a) पूर्णाकों का एक युग्म जिनका अंतर एक ऋणात्मक पूर्णांक होगा।

$$\text{इसका अंतर} = (-8) - 5 = -8 - 5 = -13$$

(b) पूर्णांक संख्याओं का एक युग्म जिनका व्यवकलन शून्य हो। संख्याएँ -3 और -3 लीं।

$$(-3) - (-3) = -3 + 3 = 0$$

(c) पूर्णाकों का युग्म जिनका अंतर दोनों दी हुई संख्याओं में से छोटा है। माना संख्याएँ 5 और 4 ऐसी हैं। $5 - 4 = 1$, स्पष्ट है $1 < 5$ तथा $1 < 4$ ।

(d) पूर्णाकों का युग्म जिनका अंतर दोनों संख्याओं में से एक संख्या से बड़ा है। पूर्णांक 8 और 2 लेते हैं।

$$\text{इसका अंतर} = 8 - 2 = 6 \text{ तथा } 2 < 6 < 8$$

(e) पूर्णाकों का युग्म जिनका अंतर दोनों दी हुई संख्याओं से बड़ा है। संख्याएँ 7 और -2 लेकर $7 - (-2) = 7 + 2 = 9$ । यहाँ, $9 > 7$ तथा $9 > -2$

पृष्ठ 10

प्रश्नावली 1.2

प्रश्न 1. ऐसा पूर्णांक युग्म लिखिए जिसका

(a) योग -7 है (b) अंतर -10 है (c) योग 0 है

हल : (a) पूर्णांक युग्म जिनका योग -7 है, (-1) तथा (-6) हो सकते हैं।

$$\text{क्योंकि } (-1) + (-6) = -7$$

(b) एक पूर्णांक युग्म जिनका अंतर -10 है, हो सकते हैं (-11) तथा (-1)

$$\text{क्योंकि } -11 - (-1) = -11 + 1 = -10$$

(c) एक पूर्णांक युग्म जिनका योग 0 हो, ले सकते हैं 1 और (-1)

$$\text{क्योंकि } (1) + (-1) = 0$$

प्रश्न 2. (a) एक ऐसा ऋणात्मक पूर्णांक युग्म लिखिए जिसका अंतर 8 है।

(b) एक ऋणात्मक पूर्णांक और एक धनात्मक पूर्णांक लिखिए जिनका योग -5 है।

(c) एक ऋणात्मक पूर्णांक और एक धनात्मक पूर्णांक लिखिए जिनका अंतर -3 है।

हल : (a) एक ऐसे ऋणात्मक पूर्णाकों का युग्म जिनका अंतर 8 हो, हो सकते हैं -12 और -20

$$\therefore (-12) - (-20) = -12 + 20 = 8$$

(b) एक ऋणात्मक पूर्णांक तथा एक धनात्मक पूर्णांक जिनका योग -5 है, हो सकते हैं -13 और 8

$$\therefore (-13) + 8 = -13 + 8 = -5$$

(c) एक ऋणात्मक पूर्णांक व एक धनात्मक पूर्णांक जिनका अंतर -3 हो, हो सकते हैं -1 और 2

$$\therefore (-1) - 2 = -1 - 2 = -3$$

प्रश्न 3. किसी प्रश्नोत्तरी के तीन उत्तरोत्तर चक्करों (rounds) में टीम A द्वारा प्राप्त किए गए अंक -40, 10, 0 थे और टीम B द्वारा प्राप्त किए गए अंक 10, 0, -40 थे। किस टीम ने अधिक अंक प्राप्त किए? क्या हम कह सकते हैं कि पूर्णाकों को किसी भी क्रम में जोड़ा जा सकता है?

$$\begin{aligned} \text{हल : A टीम द्वारा प्राप्तांक} &= (-40) + 10 + 0 \\ &= [(-40) + 10] + 0 \\ &= [-40 + 10] + 0 \\ &= -30 + 0 = -30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{और B टीम द्वारा प्राप्तांक} &= 10 + 0 + (-40) \\ &= [10 + 0] - 40 \\ &= 10 - 40 = -30 \end{aligned}$$

अतः प्रत्येक टीम द्वारा प्राप्तांक समान हैं।

चूँकि दोनों टीमों द्वारा प्राप्त अंक समान हैं। अतः किसी भी टीम ने एक दूसरी टीम से अधिक अंक नहीं प्राप्त किए।

हाँ, हम पूर्णाकों को किसी भी क्रम में जोड़ सकते हैं।

प्रश्न 4. निम्नलिखित कथनों को सत्य बनाने के लिए रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

(i) $(-5) + (-8) = (-8) + (\quad)$

(ii) $-53 + \quad = -53$

(iii) $17 + \quad = 0$

(iv) $[13 + (-12)] + (\quad)$
 $= 13 + [(-12) + (-7)]$

(v) $(-4) + [15 + (-3)] = [-4 + 15] + \quad$

हल : (i) $(-5) + (-8) = (-8) + (-5)$

(ii) $-53 + 0 = -53$

(iii) $17 + (-17) = 0$

(iv) $[13 + (-12)] + (-7) = (13) + [(-12) + (-7)]$

(v) $(-4) + [15 + (-3)] = [(-4) + 15] + (-3)$

अभ्यास प्रश्नावली

- एक पूर्णांक युग्म ऐसा लिखो, जिसका
(a) अंतर -5 है। (b) योग -1 है। (c) अंतर -12 है।
- (a) एक ऋण पूर्णांक युग्म ऐसा लिखो जिसका अंतर 9 आता है।
(b) एक ऋण पूर्णांक और एक धन पूर्णांक ऐसा लो जिसका अंतर -4 है।
- गणित की एक प्रश्नोत्तरी में टीम A ने $-50, 20, 0$ अंक प्राप्त किए तथा टीम B ने $20, 0, -50$ अंक प्राप्त किए (3 उत्तरोत्तर चक्करों में)। किस के अंक अधिक हैं?
- निम्न कथनों को सत्य करने के लिए खाली स्थान भरें :
(i) $(-6) + (-9) = (-9) + \underline{\hspace{2cm}}$
(ii) $-63 + \underline{\hspace{2cm}} = -63$
(iii) $29 + \underline{\hspace{2cm}} = 0$
(iv) $[15 + (-13)] + [\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}]$
 $= [(-14) + (-9)] + [\underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}]$
(v) $(-5) + [(\underline{\hspace{2cm}}) + (-4)]$
 $= [\underline{\hspace{2cm}} + 13] + [\underline{\hspace{2cm}}]$

उत्तरमाला

- (a) $-8, -3$ (b) $-7, 6$ (c) $-14, -2$
- (a) $-24, -15$ (b) $-3, 1$
- दोनों टीमों के समान अंक हैं।
- (i) $(-6) + (-9) = (-9) + (-6)$
(ii) $-63 + 0 = -63$ (iii) $29 + (-29) = 0$
(iv) $[15 + (-13)] + [(-14) + (-9)]$
 $= [(-14) + (-9)] + [15 + (-13)]$
(v) $(-5) + [13 + (-4)] = [(-5) + 13] + (-4)$

पृष्ठ 10

प्रयास कीजिए

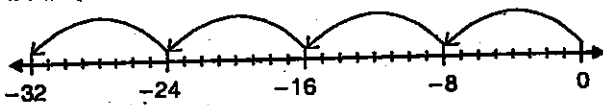
संख्या रेखा का प्रयोग करते हुए, ज्ञात कीजिए :

$$4 \times (-8), 8 \times (-2), 3 \times (-7), 10 \times (-1)$$

हल : हम $4 \times (-8)$ को लिख सकते हैं :

$$4 \times (-8) = (-8) + (-8) + (-8) + (-8)$$

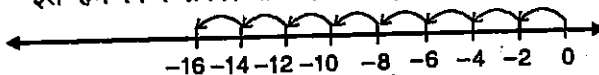
इसको हम संख्या रेखा पर निम्न प्रकार से प्रदर्शित कर सकते हैं :



$$\text{इसलिए, } 4 \times (-8) = -32$$

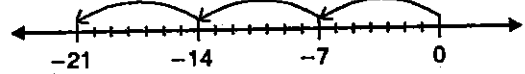
$$\begin{aligned} \text{हमें दिया है : } 8 \times (-2) &= (-2) + (-2) + \\ &\quad (-2) + (-2) + (-2) \\ &\quad + (-2) + (-2) + (-2) \end{aligned}$$

इसे हम निम्न प्रकार से प्रदर्शित कर सकते हैं :



$$\text{इसलिए, } 8 \times (-2) = -16$$

हमें दिया है : $3 \times (-7) = (-7) + (-7) + (-7)$
इसे हम संख्या रेखा पर इस प्रकार प्रदर्शित कर सकते हैं :

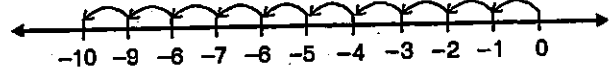


$$\text{इसलिए, } 3 \times (-7) = -21$$

हमें दिया है :

$$\begin{aligned} 10 \times (-1) &= (-1) + (-1) + (-1) + (-1) \\ &\quad + (-1) + (-1) + (-1) \\ &\quad + (-1) + (-1) + (-1) \end{aligned}$$

इसे हम संख्या रेखा पर निम्न प्रकार प्रदर्शित कर सकते हैं :



$$\text{इसलिए, } 10 \times (-1) = -10$$

पृष्ठ 11

इन्हें हम निम्नलिखित रूप में भी लिख सकते हैं-

$$(-3) + (-3) + (-3) + (-3) = 4 \times (-3) = -12$$

$$(-7) + (-7) + (-7) = -21$$

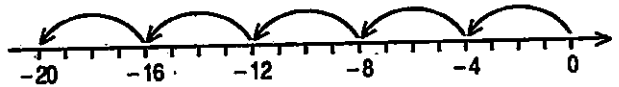
एक धनात्मक पूर्णांक एवं एक ऋणात्मक पूर्णांक का गुणनफल कैसे ज्ञात किया जाए ?

$3 \times (-5)$ को गुणा करना।

इनका गुणा ज्ञात करने के लिए पहले 3×5 ज्ञात करें और फिर $(-)$ का चिह्न गुणनफल से पहले रख दें :

$$3 \times (-5) = -(3 \times 5) = -15$$

$$\begin{aligned} \text{इसी प्रकार, } (-4) + (-4) + (-4) + (-4) + (-4) \\ = 5 \times (-4) = -20 \end{aligned}$$



$$\text{और } (-3) + (-3) + (-3) + (-3) = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{साथ ही, } (-7) + (-7) + (-7) = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

इसी प्रकार, निम्नलिखित को ज्ञात कीजिए :

$$4 \times (-8) = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}, 3 \times (-7) = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$6 \times (-5) = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}, 2 \times (-9) = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\text{हल : } 4 \times (-8) = -(4 \times 8) = -32, 3 \times (-7)$$

$$= -(3 \times 7) = -21$$

$$6 \times (-5) = -(6 \times 5) = -30, 2 \times (-9)$$

$$= -(2 \times 9) = -18$$

एक धन पूर्णांक तथा एक ऋण पूर्णांक को गुणा करते समय पहले पूर्णाकों को गुणा करें फिर गुणनफल से पहले $(-)$ का चिह्न रख दें।

पृष्ठ 11

प्रयास कीजिए

ज्ञात कीजिए :

$$(i) 6 \times (-19)$$

$$(ii) 12 \times (-32)$$

$$(iii) 7 \times (-22)$$

$$\text{हल : } (i) 6 \times (-19) = -(6 \times 19) = -114$$

$$(ii) 12 \times (-32) = -(12 \times 32) = -384$$

$$(iii) 7 \times (-22) = -(7 \times 22) = -154$$

पृष्ठ 12

पैटर्नों का उपयोग करते हुए, $(-4) \times 8$, $(-3) \times 7$, $(-6) \times 5$ और $(-2) \times 9$, ज्ञात कीजिए और जाँच कीजिए कि क्या $(-4) \times 8 = 4 \times (-8)$, $(-3) \times 7 = 3 \times (-7)$, $(-6) \times 5 = 6 \times (-5)$ और $(-2) \times 9 = 2 \times (-9)$ है?

हल : $(-4) \times 8$ ज्ञात करना

हमें ज्ञात है :

$$4 \times 8 = 32$$

$$3 \times 8 = 24 = 32 - 8$$

$$2 \times 8 = 16 = 24 - 8$$

$$1 \times 8 = 8 = 16 - 8$$

$$0 \times 8 = 0 = 8 - 8$$

$$-1 \times 8 = 0 - 8 = -8$$

$$-2 \times 8 = -8 - 8 = -16$$

$$-3 \times 8 = -16 - 8 = -24$$

$$-4 \times 8 = -24 - 8 = -32$$

और $4 \times (-8) = -(4 \times 8) = -32$

अतः, हमें प्राप्त हुआ

$$(-4) \times 8 = -32 = 4 \times (-8)$$

$(-3) \times 7$ ज्ञात करना

हमें ज्ञात है :

$$3 \times 7 = 21$$

$$2 \times 7 = 14 = 21 - 7$$

$$1 \times 7 = 7 = 14 - 7$$

$$0 \times 7 = 0 = 7 - 7$$

$$-1 \times 7 = 0 - 7 = -7$$

$$-2 \times 7 = -7 - 7 = -14$$

$$-3 \times 7 = -14 - 7 = -21$$

$$3 \times (-7) = -(3 \times 7) = -21$$

और $(-3) \times 7 = -21 = 3 \times (-7)$

और

$(-6) \times 5$ ज्ञात करना

हमें ज्ञात है :

$$6 \times 5 = 30$$

$$5 \times 5 = 25 = 30 - 5$$

$$4 \times 5 = 20 = 25 - 5$$

$$3 \times 5 = 15 = 20 - 5$$

$$2 \times 5 = 10 = 15 - 5$$

$$1 \times 5 = 5 = 10 - 5$$

$$0 \times 5 = 0 = 5 - 5$$

$$-1 \times 5 = 0 - 5 = -5$$

$$-2 \times 5 = -5 - 5 = -10$$

$$-3 \times 5 = -10 - 5 = -15$$

$$-4 \times 5 = -15 - 5 = -20$$

$$-5 \times 5 = -20 - 5 = -25$$

$$-6 \times 5 = -25 - 5 = -30$$

और $6 \times (-5) = -(6 \times 5) = -30$

और

अतः, $(-6) \times 5 = -30 = 6 \times (-5)$ प्राप्त हुआ।

$(-2) \times 9$ ज्ञात करना

हमें ज्ञात है

$$2 \times 9 = 18$$

$$1 \times 9 = 9 = 18 - 9$$

$$0 \times 9 = 0 = 9 - 9$$

$$-1 \times 9 = 0 - 9 = -9$$

$$-2 \times 9 = -9 - 9 = -18$$

$$2 \times (-9) = -(2 \times 9) = -18$$

$$-18 = -18 = 2 \times (-9) \text{ प्राप्त हुआ।}$$

पृष्ठ 12

जाँच कीजिए

प्रश्न 1. ज्ञात करें

(a) $15 \times (-16)$ b) $21 \times (-32)$
(c) $(-42) \times 12$ d) $(-55) \times 15$

हल : (a) $15 \times (-16) = -(15 \times 16) = -240$
(b) $21 \times (-32) = -(21 \times 32) = -672$
(c) $(-42) \times 12 = -(42 \times 12) = -504$
(d) $(-55) \times 15 = -(55 \times 15) = -825$

प्रश्न 2. जाँच कीजिए कि क्या

(a) $25 \times (-21) = (-25) \times 21$ है?
(b) $(-23) \times 20 = 23 \times (-20)$ है?

इस प्रकार के पाँच और उदाहरण लिखिए।

हल : (a) बायाँ भाग = $25 \times (-21)$
= $-(25 \times 21) = -525$
दायाँ भाग = $(-25) \times 21$
= $-(25 \times 21) = -525$

अतः,

बायाँ भाग = दायाँ भाग

(b) बायाँ भाग = $(-23) \times 20$
= $-(23 \times 20) = -460$
दायाँ भाग = $23 \times (-20)$
= $-(23 \times 20) = -460$

अतः,

बायाँ भाग = दायाँ भाग

पाँच उदाहरण निम्न हैं :

(i) $35 \times (-17) = (-35) \times 17 = -(35 \times 17)$
(ii) $55 \times (-21) = (-55) \times 21 = -(55 \times 21)$
(iii) $19 \times (-11) = (-19) \times 11 = -(19 \times 11)$
(iv) $85 \times (-12) = (-85) \times 12 = -(85 \times 12)$
(v) $95 \times (-25) = (-95) \times 25 = -(95 \times 25)$

अतः, दो पूर्णाकों a तथा b के लिए

$$a \times (-b) = (-a) \times b = -(a \times b)$$

पृष्ठ 13

1.4.2 दो ऋणात्मक पूर्णाकों का गुणनफल

क्या आप $(-3) \times (-2)$ का गुणनफल ज्ञात कर सकते हैं?

निम्नलिखित को देखिए :

$$-3 \times 4 = -12$$

$$-3 \times 3 = -9 = -12 - (-3)$$

$$-3 \times 2 = -6 = -9 - (-3)$$

$$-3 \times 1 = -3 = -6 - (-3)$$

$$-3 \times 0 = 0 = -3 - (-3)$$

$$-3 \times -1 = 0 - (-3) = 0 + 3 = 3$$

$$-3 \times -2 = 3 - (-3) = 3 + 3 = 6$$

क्या आपको कोई पैटर्न दिखाई देता है? ध्यान दीजिए कि गुणनफल कैसे परिवर्तित हुए हैं?

इन प्रेक्षणों के आधार पर, निम्नलिखित को पूरा कीजिए :

$$-3 \times -3 = \underline{\hspace{2cm}}, -3 \times -4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

हल : -3×-3 का गुणन ज्ञात करना

$$\begin{aligned} -3 \times 4 &= -12 \\ -3 \times 3 &= -9 = -12 - (-3) = -12 + 3 \\ -3 \times 2 &= -6 = -9 - (-3) = -9 + 3 \\ -3 \times 1 &= -3 = -6 - (-3) = -6 + 3 \\ -3 \times 0 &= 0 = -3 - (-3) = -3 + 3 \\ -3 \times -1 &= 0 - (-3) = 0 + 3 = 3 \\ -3 \times -2 &= 3 - (-3) = 3 + 3 = 6 \\ -3 \times -3 &= 6 - (-3) = 6 + 3 = 9 \end{aligned}$$

अतः, $-3 \times -3 = 9$

-3×-4 का गुणन ज्ञात करना

$$\begin{aligned} -3 \times 4 &= -12 \\ -3 \times 3 &= -9 = -12 - (-3) = -12 + 3 \\ -3 \times 2 &= -6 = -9 - (-3) = -9 + 3 \\ -3 \times 1 &= -3 = -6 - (-3) = -6 + 3 \\ -3 \times 0 &= 0 = -3 - (-3) = -3 + 3 \\ -3 \times -1 &= 0 - (-3) = 0 + 3 = 3 \\ -3 \times -2 &= 3 - (-3) = 3 + 3 = 6 \\ -3 \times -3 &= 6 - (-3) = 6 + 3 = 9 \\ -3 \times -4 &= 9 - (-3) = 9 + 3 = 12 \end{aligned}$$

अतः, $-3 \times -4 = 12$

अब इन गुणनफलों को देखिए और रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

हल :

$$\begin{aligned} -4 \times 4 &= -16 \\ -4 \times 3 &= -12 = -16 + 4 \\ -4 \times 2 &= -8 = -12 + 4 \\ -4 \times 1 &= -4 = -8 + 4 \\ -4 \times 0 &= 0 = -4 + 4 \\ -4 \times (-1) &= 4 = 0 + 4 \\ -4 \times (-2) &= 8 = 4 + 4 \\ -4 \times (-3) &= 12 = 8 + 4 \end{aligned}$$

इसलिए, $(-4) \times (-2) = 4 \times 2 = 8$
 $(-4) \times (-3) = 4 \times 3 = 12$

पृष्ठ 13

प्रयास कीजिए

(i) $(-5) \times 4$, से शुरू करते हुए, $(-5) \times (-6)$ ज्ञात कीजिए।

(ii) $(-6) \times 3$ से शुरू करते हुए, $(-6) \times (-7)$ ज्ञात कीजिए।

हल : (i)

$$\begin{aligned} -5 \times 4 &= -20 \\ -5 \times 3 &= -15 = -20 + 5 \\ -5 \times 2 &= -10 = -15 + 5 \\ -5 \times 1 &= -5 = -10 + 5 \\ -5 \times 0 &= 0 = -5 + 5 \\ -5 \times -1 &= 5 = 0 + 5 \\ -5 \times -2 &= 10 = 5 + 5 \\ -5 \times -3 &= 15 = 10 + 5 \\ -5 \times -4 &= 20 = 15 + 5 \\ -5 \times -5 &= 25 = 20 + 5 \\ -5 \times -6 &= 30 = 25 + 5 \end{aligned}$$

(ii)

$$\begin{aligned} (-6) \times 3 &= -18 \\ (-6) \times 2 &= -12 = -18 + 6 \\ (-6) \times 1 &= -6 = -12 + 6 \\ (-6) \times 0 &= 0 = -6 + 6 \\ (-6) \times -1 &= 6 = 0 + 6 \\ (-6) \times -2 &= 12 = 6 + 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (-6) \times -3 &= 18 = 12 + 6 \\ (-6) \times -4 &= 24 = 18 + 6 \\ (-6) \times -5 &= 30 = 24 + 6 \\ (-6) \times -6 &= 36 = 30 + 6 \\ (-6) \times -7 &= 42 = 36 + 6 \end{aligned}$$

पृष्ठ 13

प्रयास कीजिए

ज्ञात कीजिए :

$$(-31) \times (-100), (-25) \times (-72), (-83) \times (-28)$$

हल : $(-31) \times (-100)$
 $= 31 \times 100$
 $= 3100$

$$\begin{aligned} (-25) \times (-72) &= 25 \times 72 \\ &= 1800 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (-83) \times (-28) &= 83 \times 28 \\ &= 2324 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 72 \\ \hline 50 \\ 175 \\ \hline 1800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 83 \\ \times 28 \\ \hline 664 \\ 166 \\ \hline 2324 \end{array}$$

पृष्ठ 15

1.4.3 तीन अथवा अधिक ऋणात्मक पूर्णाकों का गुणनफल

(d) में पाँच ऋणात्मक पूर्णाकों का गुणनफल क्या है?

6 ऋणात्मक पूर्णाकों का गुणनफल क्या होगा?

हल : (d) में पाँच ऋणात्मक पूर्णाकों का गुणनफल भी ऋणात्मक होगा।

6 ऋणात्मक पूर्णाकों का गुणनफल धनात्मक होगा।

प्रत्येक प्रकार के पाँच और उदाहरण देकर इस कथन की पुष्टि कीजिए।

(i) $(-2) \times (-4) = 8$

(ii) $(-1) \times (-2) \times (-3) \times (-4)$
 $= [(-1) \times (-2)] \times [(-3) \times (-4)]$
 $= (2) \times (12) = 24$

(iii) $(-1) \times (-2) \times (-3) \times (-4) \times (-5) \times (-6)$
 $= [(-1) \times (-2)] \times [(-3) \times (-4)]$
 $\quad \quad \quad \times [(-5) \times (-6)]$
 $= (2) \times (12) \times (30) = [2 \times 12] \times 30$
 $= 24 \times 30 = 720$

(iv) $(-2) \times 3 \times (-4) = [(-2) \times (-4)] \times 3$
 $= 8 \times 3 = 24$

(v) $(-2) \times (-3) \times (-4) \times (-5) \times 6$
 $= [(-2) \times (-3)] \times [(-4) \times (-5)] \times 6$
 $= (6) \times (20) \times 6 = [6 \times 20] \times 6$
 $= 120 \times 6 = 720$

इस प्रकार से हम कह सकते हैं कि यदि ऋणात्मक पूर्णाकों की संख्या यदि सम है तो इनका गुणनफल धनात्मक होगा।

जब ऋणात्मक पूर्णाकों को गुणा करना हो और इनकी संख्याएँ विषम हों तो :

पृष्ठ 17

इस प्रकार के पाँच और उदाहरण लिखिए एवं सत्यापन कीजिए।
उपरोक्त नियम का सत्यापन करने के लिए पाँच पूर्णांक चुन लो तथा उनको विभिन्न तरीके से गुणा करके लिखो जैसा कि नीचे दिखाया गया है :

एक पूर्णांक (a)	दूसरा पूर्णांक (b)	गुणन		क्या $a \times b = b \times a$?
		$(a \times b)$	$(b \times a)$	
-9	8	$(-9) \times 8 = -72$	$8 \times (-9) = -72$	हाँ
12	-15	$12 \times (-15) = -180$	$(-15) \times 12 = -180$	हाँ
0	35	$0 \times 35 = 0$	$35 \times 0 = 0$	हाँ
-7	-6	$(-7) \times (-6) = 42$	$(-6) \times (-7) = 42$	हाँ
-15	-10	$(-15) \times (-10) = 150$	$(-10) \times (-15) = 150$	हाँ

हम किसी क्रम में दो पूर्णाकों को गुणा करें गुणन हमेशा वही रहता है।

1.5.3 शून्य से गुणन

$$(-5) \times 0 = 0$$

$$0 \times (-6) = 0$$

1.5.4 गुणनात्मक तत्समक

जाँच कीजिए कि 1 पूर्णाकों के लिए भी गुणनात्मक तत्समक है। 1 के साथ पूर्णाकों के निम्नलिखित गुणनफलों को देखिए :

$$\begin{array}{ll} (-3) \times 1 = -3 & 1 \times 5 = 5 \\ (-4) \times 1 = -4 & 1 \times 8 = 8 \\ 1 \times (-5) = -5 & 3 \times 1 = 3 \\ 1 \times (-6) = -6 & 7 \times 1 = 7 \end{array}$$

यदि किसी भी पूर्णांक को -1 से गुणा किया जाए, तो क्या होता है? निम्नलिखित को पूरा कीजिए :

$$\begin{array}{ll} (-3) \times (-1) = 3 & (-1) \times 13 = -13 \\ 3 \times (-1) = -3 & (-1) \times (-25) = 25 \\ (-6) \times (-1) = 6 & 18 \times -1 = -18 \end{array}$$

पृष्ठ 18

1.5.5 गुणन साहचर्य गुण

निम्नलिखित पर विचार कीजिए और गुणनफलों को पूरा कीजिए :

$$[7 \times (-6)] \times 4 = (-42) \times 4 = -168$$

$$7 \times [(-6) \times 4] = 7 \times (-24) = -168$$

क्या $[7 \times (-6)] \times 4 = 7 \times [(-6) \times 4]$ है?

$$[7 \times (-6)] \times 4 = (-42) \times 4 = -168$$

$$7 \times [(-6) \times 4] = 7 \times (-24) = -168$$

अतः $[7 \times (-6)] \times 4 = 7 \times [(-6) \times 4]$

व्यापक रूप में, किन्हीं तीन पूर्णाकों a, b तथा c के लिए,
 $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

इसे पूर्णाकों के लिए गुणन का साहचर्य गुण कहते हैं।

a, b और c में से प्रत्येक के लिए पाँच मान लीजिए और इस गुण का सत्यापन कीजिए।

इस गुण का सत्यापन करने के लिए हम a, b तथा c , तीन पूर्णांक लेते हैं तथा $(a \times b) \times c$ तथा $a \times (b \times c)$ का मान नीचे दिखाए गए अनुसार ज्ञात कीजिए (पाठ्यपुस्तक देखें)।

पूर्णांक a, b, c	व्यंजक $(a \times b) \times c$	व्यंजक $a \times (b \times c)$	क्या $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$?
-2, 3, 4	$(-2 \times 3) \times 4$ $= -6 \times 4$ $= -24$	$-2 \times (3 \times 4)$ $= -2 \times 12$ $= -24$	हाँ
1, -5, 9	$(1 \times -5) \times 9$ $= -5 \times 9$ $= -45$	$1 \times (-5 \times 9)$ $= 1 \times -45$ $= -45$	हाँ
-5, 0, 12	$(-5 \times 0) \times 12$ $= 0 \times 12 = 0$	$-5 \times (0 \times 12)$ $= -5 \times 0 = 0$	हाँ
7, -6, 4	$(7 \times -6) \times 4$ $= -42 \times 4$ $= -168$	$7 \times (-6 \times 4)$ $= 7 \times -24$ $= -168$	हाँ
-4, -3, 5	$(-4 \times -3) \times 5$ $= 12 \times 5 = 60$	$-4 \times (-3 \times 5)$ $= -4 \times -15$ $= 60$	हाँ

प्रत्येक अवस्था में $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ प्राप्त होता है।

अतः पूर्णाकों का गुणन सहचारी है।

पृष्ठ 19

a, b तथा c में से प्रत्येक के लिए कम से कम पाँच विभिन्न मान लीजिए और उपर्युक्त वितरण गुण को सत्यापित कीजिए (पाठ्यपुस्तक देखें)।

इस गुण का सत्यापन करने के लिए हम तीन पूर्णांक a, b, c लेकर गुणन $a \times (b + c)$ तथा $a \times b + a \times c$ का मान ज्ञात अगले पृष्ठ पर दिखाए गए अनुसार करेंगे :

पूर्णांक a, b, c	व्यंजक $a \times (b + c)$	व्यंजक $a \times b + a \times c$	क्या $a \times (b + c)$ $= a \times b$ $+ a \times c$?
2, 3, 5	$2 \times (3 + 5)$ $= 2 \times 8 = 16$	$2 \times 3 + 2 \times 5$ $= 6 + 10 = 16$	हाँ
-3, 7, 15	$-3 \times (7 + 15)$ $= (-3) \times 22$ $= -66$	$(-3) \times 7$ $+ (-3) \times 15$ $= -21 - 45$ $= -66$	हाँ
0, 4, -9	$0 \times [4 + (-9)]$ $= 0 \times (-5) = 0$	$0 \times 4 + 0 \times (-9)$ $= 0 + 0 = 0$	हाँ
1, -5, 9	$1 \times [(-5) + 9]$ $= 1 \times 4 = 4$	$1 \times (-5) + 1 \times 9$ $= -5 + 9 = 4$	हाँ
2, 3, -4	$2 \times [3 + (-4)]$ $= 2 \times (-1) = -2$	$2 \times 3 + 2 \times (-4)$ $= 6 - 8 = -2$	हाँ

पूर्णांक a, b, c	व्यंजक $a \times (b - c)$	व्यंजक $a \times b - a \times c$	क्या $a \times (b - c)$ $= ab - ac$ है?
2, 3, 5	$2 \times (3 - 5)$ $= 2 \times (-2)$ $= -4$	$2 \times 3 - 2 \times 5$ $= 6 - 10 = -4$	हाँ
-3, 7, 12	$-3 \times (7 - 12)$ $= (-3) \times (-5)$ $= 15$	$-3 \times 7 - (-3) \times 12$ $= -21 + 36 = 15$	हाँ
0, -4, 9	$0 \times (-4 - 9)$ $= 0 \times -13 = 0$	$0 \times (-4) - 0 \times (-9)$ $= 0 - 0 = 0$	हाँ
1, 5, -9	$1 \times [5 - (-9)]$ $= 1 \times (5 + 9)$ $= 1 \times 14 = 14$	$1 \times 5 - 1 \times (-9)$ $= 5 + 9 = 14$	हाँ
2, 6, -14	$2 \times [6 - (-14)]$ $= 2 \times (6 + 14)$ $= 2 \times 20 = 40$	$2 \times 6 - 2 \times (-14)$ $= 12 + 28 = 40$	हाँ

पृष्ठ 19

प्रयास कीजिए

(i) क्या $10 \times [(6) + (-2)] = 10 \times 6 + 10 \times (-2)$?

(ii) क्या $(-15) \times [(-7) + (-1)]$
 $= (-15) \times (-7) + (-15) \times (-1)$?

हल : (i) हमें ज्ञात है,

$$10 \times [(6) + (-2)] = 10 \times 4$$

$$= 40$$

तथा $10 \times 6 + 10 \times (-2) = 60 - 20$

$$= 40$$

$\therefore 10 \times [(6) + (-2)] = 10 \times 6 + 10 \times (-2)$

(ii) हमें ज्ञात है

$$(-15) \times [(-7) + (-1)] = (-15) \times (-8)$$

$$= 120$$

तथा $(-15) \times (-7) + (-15) \times (-1)$

$$= 105 + 15$$

$$= 120$$

$\therefore (-15) \times [(-7) + (-1)] = (-15) \times (-8)$
 $+ (-15) \times (-1)$

व्यापक रूप में a, b तथा c पूर्णाकों के लिए

$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c$$

a, b और c में से प्रत्येक के लिए कम से कम पाँच मान लीजिए और इस गुण को सत्यापित कीजिए।

इस गुण के सत्यापन के लिए हम तीन पूर्णांक a, b तथा c लेते हैं तथा इन परिमाणों $a \times (b - c)$ और $a \times b - a \times c$ का दिए गए अनुसार मान ज्ञात करते हैं :

प्रत्येक अवस्था में व्यंजक $a \times (b - c)$ तथा $a \times b - a \times c$ के मान समान हैं।

पृष्ठ 19

प्रयास कीजिए

(i) क्या $10 \times [6 - (-2)] = 10 \times 6 - 10 \times (-2)$ है?

(ii) क्या $(-15) \times [(-7) - (-1)]$
 $= (-15) \times (-7) - (-15) \times (-1)$ है?

हल : (i) हमें ज्ञात है :

$$10 \times [6 - (-2)] = 10 \times [6 + 2]$$

$$= 10 \times 8 = 80$$

$$10 \times 6 - 10 \times (-2) = 60 + 10 \times 2$$

$$= 60 + 20 = 80$$

\therefore हमने पाया

$$10 + [6 - (-2)] = 10 \times 6 - 10 \times (-2)$$

(ii) हमें ज्ञात है :

$$(-15) \times [(-7) - (-1)] = (-15) \times (-7 + 1)$$

$$= (-15) \times (-6) = 90$$

और $-15 \times (-7) - (-15) \times (-1)$

$$= 105 - 15 = 90$$

$\therefore (-15) \times [(-7) - (-1)] = (-15) \times (-7)$
 $- (-15) \times (-1)$

पृष्ठ 20

प्रयास कीजिए

प्रश्न : वितरण गुण का उपयोग करते हुए $(-49) \times 18$; $(-25) \times (-31)$; $70 \times (-19) + (-1) \times 70$ के मान ज्ञात कीजिए।

हल : हमें ज्ञात है :

$$(-49) \times 18 = (-49) \times (20 - 2)$$

$$= (-49) \times 20 - (-49) \times 2$$

$$= -980 + 98 = -882$$

हमें ज्ञात है :

$$\begin{aligned} (-25) \times (-31) &= (-25) \times [(-30) + (-1)] \\ &= (-25) \times (-30) + (-25) \\ &\quad \times (-1) \\ &= 750 + 25 = 775 \end{aligned}$$

हमें ज्ञात है :

$$\begin{aligned} 70 \times (-19) + (-1) \times 70 \\ &= 70 \times (-19) + 70 \times (-1) \\ &= 70 \times [(-19) + (-1)] \\ &= 70 \times (-20) = -1400 \end{aligned}$$

पृष्ठ 22-23

प्रश्नावली 1.3

प्रश्न 1. निम्नलिखित गुणनफलों को ज्ञात कीजिए :

- हल : (a) $3 \times (-1) = -3$
 (b) $(-1) \times 225 = -225$
 (c) $(-21) \times (-30) = 630$
 (d) $(-316) \times (-1) = 316$
 (e) $(-15) \times 0 \times (-18) = [(-15) \times 0] \times (-18)$
 $= 0 \times (-18) = 0$
 (f) $(-12) \times (-11) \times (10)$
 $= [(-12) \times (-11)] \times 10$
 $= (132) \times (10) = 1320$
 (g) $9 \times (-3) \times (-6) = [9 \times (-3)] \times (-6)$
 $= (-27) \times (-6) = 162$
 (h) $(-18) \times (-5) \times (-4)$
 $= [(-18) \times (-5)] \times (-4)$
 $= 90 \times (-4) = -360$
 (i) $(-1) \times (-2) \times (-3) \times 4$
 $= [(-1) \times (-2)] \times [(-3) \times 4]$
 $= (2) \times (-12) = -24$
 (j) $(-3) \times (-6) \times (-2) \times (-1)$
 $= [(-3) \times (-6)] \times [(-2) \times (-1)]$
 $= (18) \times (2) = 36$

प्रश्न 2. निम्नलिखित को सत्यापित कीजिए :

- (a) $18 \times [7 + (-3)] = [18 \times 7] + [18 \times (-3)]$
 (b) $(-21) \times [(-4) + (-6)]$
 $= [(-21) \times (-4)] + [(-21) \times (-6)]$

हल : (a) हमें ज्ञात है :

$$18 \times [7 + (-3)] = 18 \times 4 = 72$$

$$\text{तथा } [18 \times 7] + [18 \times (-3)] = 126 - 54 = 72$$

$$\therefore 18 \times [7 + (-3)] = [18 \times 7] + [18 \times (-3)]$$

(b) हमें ज्ञात है :

$$\begin{aligned} (-21) \times [(-4) + (-6)] &= (-21) \times (-4 - 6) \\ &= (-21) \times (-10) \\ &= 210 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{तथा } [(-21) \times (-4)] + [(-21) \times (-6)] \\ &= 84 + 126 = 210 \end{aligned}$$

$$\therefore (-21) \times [(-4) + (-6)] = [(-21) \times (-4)] + [(-21) \times (-6)]$$

प्रश्न 3. (i) किसी भी पूर्णांक a के लिए, $(-1) \times a$ किसके समान है?

(ii) वह पूर्णांक ज्ञात कीजिए, जिसका (-1) के साथ गुणनफल है :

- (a) -22 (b) 37 (c) 0

हल : (i) किसी भी पूर्णांक a के लिए $(-1) \times a = -a$

(ii) हमें ज्ञात है कि किसी भी संख्या और (-1) का गुणा उस संख्या का योज्य प्रतिलोम है।

पूर्णांक ज्ञात करना जिसका गुणा (-1) से करने पर

(a) -22 इसका योज्य प्रतिलोम 22 है।

(b) 37 इसका योज्य प्रतिलोम -37 है।

(c) 0 का योज्य प्रतिलोम 0 है।

प्रश्न 4. $(-1) \times 5$ से आरंभ करके विभिन्न गुणनफलों द्वारा कोई पैटर्न दर्शाते हुए $(-1) \times (-1) = 1$ को निरूपित कीजिए।

$$\begin{aligned} \text{हल : } (-1) \times 5 &= -5 \\ (-1) \times 4 &= -4 = -5 + 1 \\ (-1) \times 3 &= -3 = -4 + 1 \\ (-1) \times 2 &= -2 = -3 + 1 \\ (-1) \times 1 &= -1 = -2 + 1 \\ (-1) \times 0 &= -1 + 1 = 0 \\ (-1) \times (-1) &= 0 + 1 = 1 \end{aligned}$$

प्रश्न 5. उचित गुणों का उपयोग करते हुए, गुणनफल ज्ञात कीजिए :

हल : (a) हमें दिया है :

$$\begin{aligned} 26 \times (-48) + (-48) \times (-36) \\ &= (-48) \times 26 + (-48) \times (-36) \\ &= (-48) \times [26 + (-36)] \\ &= (-48) \times (26 - 36) \\ &= (-48) \times (-10) = 480 \end{aligned}$$

(b) हमें दिया है :

$$\begin{aligned} 8 \times 53 \times (-125) \\ &= [8 \times (-125)] \times 53 \\ &= (-1000) \times 53 = -53000 \end{aligned}$$

(c) हमें दिया है :

$$\begin{aligned} 15 \times (-25) \times (-4) \times (-10) \\ &= 15 \times [(-25) \times (-4)] \times (-10) \\ &= 15 \times (100) \times (-10) \\ &= (15 \times 100) \times (-10) \\ &= 1500 \times (-10) = -15000 \end{aligned}$$

(d) हमें दिया है :

$$\begin{aligned} (-41) \times 102 &= (-41) \times (100 + 2) \\ &= (-41) \times 100 + (-41) \times 2 \\ &= -4100 - 82 = -4182 \end{aligned}$$

(e) हमें दिया है :

$$\begin{aligned} 625 \times (-35) + (-625) \times 65 \\ = 625 \times (-35) + (625) \times (-65) \\ = 625 \times [(-35) + (-65)] \\ = 625 \times (-100) = -62500 \end{aligned}$$

(f) हमें दिया है :

$$\begin{aligned} 7 \times (50 - 2) &= 7 \times 50 - 7 \times 2 \\ &= 350 - 14 = 336 \end{aligned}$$

(g) हमें दिया है :

$$\begin{aligned} (-17) \times (-29) \\ = (-17) \times [(-30) + 1] \\ = (-17) \times (-30) + (-17) \times 1 \\ = 510 - 17 = 493 \end{aligned}$$

(h) हमें दिया है :

$$\begin{aligned} (-57) \times (-19) + 57 \\ = 57 \times 19 + 57 \times 1 \\ = 57 \times (19 + 1) \\ = 57 \times 20 = 1140 \end{aligned}$$

प्रश्न 6. किसी हिमीकरण (ठंडा) प्रक्रिया में, कमरे के तापमान को 40°C से, 5°C प्रति घंटे की दर से कम करने की आवश्यकता है। इस प्रक्रिया के शुरू होने के 10 घंटे बाद, कमरे का तापमान क्या होगा?

हल : कमरे का आरंभिक तापमान = 40°C

प्रति घंटा तापमान कम होगा = -5°C

$$\begin{aligned} 10 \text{ घंटे बाद तापमान कम हुआ} &= (-5) \times 10^\circ\text{C} \\ &= -50^\circ\text{C} \end{aligned}$$

$$\therefore 10 \text{ घंटे बाद कमरे का तापमान} = 40^\circ\text{C} - 50^\circ\text{C} = -10^\circ\text{C}$$

प्रश्न 7. दस प्रश्नों वाले एक कक्षा टेस्ट में प्रत्येक सही उत्तर के लिए 5 अंक दिए जाते हैं और प्रत्येक गलत उत्तर के लिए (-2) अंक दिए जाते हैं एवं प्रयत्न नहीं किए गए प्रश्नों के लिए शून्य दिया जाता है।

(i) मोहन चार प्रश्नों का सही और छः प्रश्नों का गलत उत्तर देता है। उसके द्वारा प्राप्त अंक कितने हैं?

(ii) रेशमा के पाँच उत्तर सही हैं और पाँच उत्तर गलत हैं। उसके द्वारा प्राप्त अंक कितने हैं?

(iii) हीना ने कुल सात प्रश्न किए हैं उनमें से दो का उत्तर सही है और पाँच के उत्तर गलत हैं। तो उसे कितने अंक प्राप्त होते हैं?

हल : (i) सही उत्तर के लिए दिए गए अंक = 5

$$\begin{aligned} \text{चार सही उत्तरों के लिए दिए गए कुल अंक} &= 5 \times 4 \\ &= 20 \end{aligned}$$

एक गलत उत्तर के लिए दिया गया अंक = (-2)

$$\begin{aligned} \text{छः गलत उत्तरों के लिए दिए गए अंक} &= (-2) \times 6 \\ &= -12 \end{aligned}$$

अतः, मोहन द्वारा प्राप्त अंक = $20 - 12 = 8$ अंक

(ii) रेशमा द्वारा 5 सही उत्तरों के लिए प्राप्तांक

$$= 5 \times 5 = 25$$

रेशमा द्वारा 5 गलत उत्तरों के लिए प्राप्तांक

$$= (-2) \times 5 = -10$$

अतः, रेशमा द्वारा प्राप्त अंक = $25 - 10 = 15$ अंक

(iii) हीना के 2 सही उत्तरों व 5 गलत उत्तरों के लिए प्राप्तांक

$$= (5 \times 2) + \{(-2) \times 5\}$$

$$= 10 + (-10) = 10 - 10 = 0$$

प्रश्न 8. एक सीमेंट कंपनी को सफ़ेद सीमेंट बेचने पर ₹ 8 प्रति बोरी की दर से लाभ होता है और स्लेटी (Grey) रंग के सीमेंट बेचने पर ₹ 5 प्रति बोरी की दर से हानि होती है।

(a) किसी महीने में वह कंपनी 3000 बोरियाँ सफ़ेद सीमेंट की और 5000 बोरियाँ स्लेटी सीमेंट की बेचती है। उसका लाभ अथवा हानि क्या है?

(b) यदि बेची गई स्लेटी सीमेंट की बोरियों की संख्या 6400 है, तो कंपनी को स्लेटी सीमेंट की कितनी बोरियाँ बेचनी चाहिए, ताकि उसे न तो लाभ हो और न ही हानि?

हल : सफ़ेद सीमेंट की एक बोरी पर लाभ = ₹ 8

स्लेटी सीमेंट की एक बोरी पर हानि = ₹ -5

(a) 3000 बोरियों (सफ़ेद सीमेंट) पर लाभ

$$= ₹ (3000 \times 8) = ₹ 24000$$

5000 बोरियों (स्लेटी सीमेंट) पर हानि

$$= ₹ (5000 \times -5) = ₹ -25000$$

$$\text{हानि हुई} = ₹ 24000 - ₹ 25000 = ₹ -1000$$

अतः हानि ₹ 1000

(b) 6400 स्लेटी सीमेंट की बोरियाँ बेचने पर हानि

$$= ₹ (6400 \times 5) = ₹ 32000$$

न लाभ हो और न हानि तो उसे सफ़ेद सीमेंट पर ₹ 32000 लाभ होना चाहिए।

$$\begin{aligned} \text{अतः बेची गई सफ़ेद सीमेंट की बोरियों की संख्या} &= \frac{32000}{8} \\ &= 4000 \text{ बोरियाँ} \end{aligned}$$

प्रश्न 9. निम्नलिखित को सत्य कथन में परिवर्तित करने के लिए, रिक्त स्थान को एक पूर्णांक से प्रतिस्थापित कीजिए :

$$(a) (-3) \times \underline{\quad} = 27 \quad (b) 5 \times \underline{\quad} = -35$$

$$(c) \underline{\quad} \times (-8) = -56 \quad (d) \underline{\quad} \times (-12) = 132$$

$$\text{हल : (a) } (-3) \times (-9) = 27$$

$$(b) 5 \times (-7) = (-35)$$

$$(c) 7 \times (-8) = (-56)$$

$$(d) (-11) \times (-12) = 132$$

अभ्यास प्रश्नावली

1. निम्नलिखित के गुणनफल ज्ञात करो :

$$(a) 4 \times (-1)$$

$$(b) (-1) \times 235$$

$$(c) (-31) \times 20$$

$$(d) (-216) \times (-1)$$

- (e) $(-13) \times 0 \times (-19)$
 (f) $(-13) \times (-11)$
 (g) $8 \times (-4) \times (-5)$
 (h) $(-19) \times (-6) \times (-4)$
 (i) $(-1) \times (-2) \times (-3) \times 5$
 (j) $(-4) \times (-5) \times (-2) \times (-1)$

2. सत्यापित करो :

- (a) $17 \times [6 + (-2)]$
 $= (17 \times 6) + [17 \times (-2)]$
 (b) $(-31) \times [(-5) + (-7)]$
 $= [(-31) \times (-5)] + [(-31) \times (-7)]$

3. $(-1) \times 4$ से आरंभ करके विभिन्न गुणन ज्ञात करो तथा विशेष पैटर्न द्वारा दिखाओ $(-1) \times (-1) = 1$

4. (-1) के साथ किस पूर्णांक का गुणा

- (a) -33 (b) 35 (c) -36 है?

5. विशेष गुणों का प्रयोग करके गुणा करो :

- (a) $36 \times (-49) + (-49) \times (-46)$
 (b) $8 \times (-63) \times 125$
 (c) $25 \times (-4) \times 2 \times (-10)$
 (d) -31×102
 (e) $525 \times (-25) + (-525) \times 75$
 (f) $8 \times [50 - 3]$
 (g) $(-19) \times (-29)$
 (h) $(-67) \times (-29) + 67$

6. किसी कमरे को ठंडा करने की प्रक्रिया में तापमान को 35°C से, 2°C प्रति घंटे की दर से कम करने की आवश्यकता है। इस प्रक्रिया के आरंभ होने के 5 घंटे बाद कमरे का तापमान क्या होगा?

7. एक कक्षा में टेस्ट के सही उत्तर के लिए 2 अंक तथा प्रत्येक गलत उत्तर के लिए (-1) अंक दिए जाते हैं। रोहित ने 15 सही उत्तर तथा 5 प्रश्नों के गलत उत्तर दिए, उसके प्राप्त अंक कितने हैं?

8. एक सीमेंट कंपनी को सफ़ेद सीमेंट की एक बोरी बेचने पर ₹ 10 लाख होता है और स्लेटी रंग की एक बोरी पर ₹ 5 की हानि। यदि कंपनी सफ़ेद सीमेंट की 2000 बोरियाँ तथा स्लेटी सीमेंट की 3000 बोरियाँ बेचे तो कंपनी को क्या लाभ या हानि होगी?

9. दिए गए खाली स्थानों को पूर्णांकों से भरिए ताकि कथन सत्य हो जाएँ :

- (a) $(-5) \times \underline{\hspace{2cm}} = -55$
 (b) $8 \times \underline{\hspace{2cm}} = (-72)$
 (c) $\underline{\hspace{2cm}} \times (-9) = 81$
 (d) $\underline{\hspace{2cm}} \times (-12) = 144$

उत्तरमाला

1. (a) -4 (b) -235 (c) -620
 (d) 216 (e) 0 (f) 1430
 (g) 160 (h) -456 (i) -30
 (j) 40
 4. (a) 33 (b) -35 (c) 36
 5. (a) 490 (b) -63000 (c) 2000
 (d) -3162 (e) -52500 (f) 376
 (g) 551 (h) 2010
 6. 25°C 7. 25 8. ₹ 5000 लाभ
 9. (a) 11 (b) -9 (c) -9 (d) -12

1.6 पूर्णांकों का विभाजन

निम्नलिखित देखें और पूरा करें।

गुणन कथन	संगत भाग कथन
$2 \times (-6) = (-12)$	$(-12) \div (-6) = 2,$ $(-12) \div 2 = (-6)$
$(-4) \times 5 = (-20)$	$(-20) \div 5 = -4,$ $(-20) \div (-4) = 5$
$(-8) \times (-9) = 72$	$72 \div (-8) = (-9),$ $72 \div (-9) = (-8)$
$(-3) \times (-7) = 21$	$21 \div (-3) = (-7),$ $(21) \div (-7) = (-3)$
$(-8) \times 4 = (-32)$	$(-32) \div (-8) = 4,$ $(-32) \div 4 = -8$
$5 \times (-9) = (-45)$	$(-45) \div 5 = (-9),$ $(-45) \div (-9) = 5$
$(-10) \times (-5) = 50$	$50 \div (-10) = -5,$ $50 \div (-5) = (-10)$

अतः हम गुणन कथन तथा संगत भाग कथन इस प्रकार से लिख सकते हैं।

पृष्ठ 23

प्रयास कीजिए

ज्ञात कीजिए :

- (a) $(-100) \div 5$ (b) $(-81) \div 9$
 (c) $(-75) \div 5$ (d) $(-32) \div 2$

हल : (a) $(-100) \div 5 = -20$

(b) $(-81) \div 9 = -9$

(c) $(-75) \div 5 = -15$

(d) $(-32) \div 2 = -16$

पृष्ठ 24

प्रयास कीजिए

ज्ञात कीजिए :

- (a) $125 \div (-25)$ (b) $80 \div (-5)$ (c) $64 \div (-16)$

हल : (a) $125 \div (-25) = -5$

(b) $80 \div (-5) = -16$

(c) $64 \div (-16) = -4$

पृष्ठ 24

प्रयास कीजिए

ज्ञात कीजिए :

(a) $(-36) \div (-4)$ (b) $(-201) \div (-3)$

(c) $(-325) \div (-13)$

हल : (a) $(-36) \div (-4) = 36 \div 4 = 9$

(b) $(-201) \div (-3) = 201 \div 3 = 67$

(c) $(-325) \div (-13) = 325 \div 13 = 25$

1.7 पूर्णाकों के भाग के गुण

निम्नलिखित सारणी को देखिए और इसे पूरा कीजिए :

हल :

कथन	निष्कर्ष
$(-8) \div (-4) = 2$	परिणाम एक पूर्णांक है
$(-4) \div (-8) = \frac{-4}{-8}$	परिणाम एक पूर्णांक नहीं है
$(-8) \div 3 = \frac{-8}{3}$	परिणाम एक पूर्णांक नहीं है
$3 \div (-8) = \frac{3}{-8}$	परिणाम एक पूर्णांक नहीं है

पाँच और उदाहरण लेते हुए, इस कथन की सत्यता के लिए उचित कारण बताइए।

अपने उत्तर की पुष्टि करने के लिए पाँच उदाहरण पूर्णाकों के लेकर उन्हें निम्न अनुसार भाग करते हैं :

एक पूर्णांक (a)	दूसरा पूर्णांक (b)	भाग $a \div b$	क्या भागफल एक पूर्णांक है?
-4	2	$(-4) \div 2 = -2$	हाँ
-31	4	$(-31) \div 4 = \frac{-31}{4}$	नहीं
17	-3	$(17) \div (-3) = \frac{17}{-3}$	नहीं
21	19	$21 \div 19 = \frac{21}{19}$	नहीं
-7	-5	$(-7) \div (-5) = \frac{-7}{-5}$	नहीं

हमें हमेशा ही परिमाण पूर्णांक नहीं प्राप्त होता।

क्रमविनिमेय गुण का अस्तित्व

चूँकि $(-4) \div 2 = -2$, यह एक पूर्णांक है।

तथा $2 \div (-4) = \frac{2}{-4}$, यह एक पूर्णांक नहीं है।

अतः भाग में पूर्णाकों के लिए क्रमविनिमेय नियम नहीं है। अन्य शब्दों में यदि $a (\neq 0)$ तथा $b (\neq 0)$ दो पूर्णांक हैं तब $a \div b \neq b \div a$ यदि $a = b$ के सिवाय।

क्या हम पाँच और पूर्णाकों के उदाहरण लेकर इसे सत्यापित कर सकते हैं?

एक पूर्णांक $a (\neq 0)$	दूसरा पूर्णांक $b (\neq 0)$	भागफल		क्या $a \div b = b \div a$?
		$a \div b, a \neq b$	$b \div a, a \neq b$	
-6	2	$(-6) \div 2 = (-3)$	$2 \div (-6) = \frac{2}{-6}$	नहीं
-4	-16	$(-4) \div (-16) = \frac{-4}{-16}$	$(-16) \div (-4) = 4$	नहीं
4	2	$4 \div 2 = 2$	$2 \div 4 = \frac{2}{4}$	नहीं
-5	7	$(-5) \div 7 = \frac{-5}{7}$	$7 \div (-5) = \frac{7}{-5}$	नहीं
13	-11	$13 \div (-11) = \frac{13}{-11}$	$(-11) \div 13 = \frac{-11}{13}$	नहीं

अतः हम कह सकते हैं पूर्णाकों के लिए भाग क्रमविनिमेय नहीं है।

● पूर्ण संख्याओं की तरह, किसी भी पूर्णांक को 'शून्य' से भाग करना अर्थहीन है और शून्यतर पूर्णांक से शून्य को भाग देने पर शून्य प्राप्त होता है अर्थात् किसी भी पूर्णांक a के लिए $a \div 0$ परिभाषित नहीं है। परंतु $0 \div a = 0, a \neq 0$ के लिए है। जैसे-

$5 \div 0 =$ अपरिभाषित, और

$0 \div 5 = 0$

● जब हम किसी पूर्ण संख्या को 1 से भाग देते हैं, तो हमें वही पूर्ण संख्या प्राप्त होती है। क्या यह ऋणात्मक पूर्णाकों के लिए भी सत्य है।

पृष्ठ 25

निम्नलिखित को देखिए :

$(-8) \div 1 = (-8)$ $(-11) \div 1 = -11$

$(-13) \div 1 = -13$ $(-25) \div 1 = -25$

$(-37) \div 1 = -37$ $(-48) \div 1 = -48$

● किसी पूर्णांक को (-1) से भाग देने पर क्या होता है? निम्नलिखित सारणी को पूरा कीजिए :

$(-8) \div (-1) = 8$ $(-25) \div (-1) = 25$

$11 \div (-1) = -11$ $(-37) \div (-1) = 37$

$13 \div (-1) = -13$ $(-48) \div (-1) = 48$

पृष्ठ 25

प्रयास कीजिए

क्या किसी भी पूर्णांक a के लिए

(i) $1 \div a = 1$ है? (ii) $a \div (-1) = -a$ है?

a के विभिन्न मानों के लिए इनकी जाँच कीजिए।

हल : (i) माना $a = 3$

$$\therefore 1 \div a = 1 \div 3 = \frac{1}{3} \neq 1$$

अतः $1 \div a \neq 1$

(ii) माना $a = 5$

$$\therefore a \div (-1) = 5 \div (-1) = -5$$

अतः $a \div (-1) = -a$ सत्य है।

अन्य शब्दों में यदि तीन पूर्णांक a, b और c हों तो

$$a \div (b + c) \neq (a \div b) + c$$

पाँच और उदाहरण लेकर इसे सत्यापित कीजिए।

इस गुण को सत्यापित करने के लिए तीन पूर्णांक a, b तथा c लो और व्यंजकों $a \div (b \div c)$ और $(a \div b) \div c$ के मान नीचे दिए गए अनुसार ज्ञात कीजिए।

पूर्णांक			व्यंजक $a \div (b \div c)$	व्यंजक $(a \div b) \div c$	क्या व्यंजक $(a \div b) \div c =$ $a \div (b \div c)$ है?
a	b	c			
-8	-4	2	$(-8) \div [(-4) \div 2]$ $= (-8) \div (-2) = 4$	$[(-8) \div (-4)] \div 2$ $= 2 \div 2 = 1$	नहीं
-6	6	2	$(-6) \div [6 \div 2]$ $= (-6) \div 3 = -2$	$[(-6) \div 6] \div 2$ $= (-1) \div 2 = \frac{-1}{2}$	नहीं
-18	6	2	$(-18) \div [6 \div 2]$ $= (-18) \div 3 = -6$	$[(-18) \div 6] \div 2$ $= (-3) \div 2 = \frac{-3}{2}$	नहीं
-15	5	-5	$(-15) \div [5 \div (-5)]$ $= -15 \div (-1) = 15$	$[(-15) \div 5] \div (-5)$ $= (-3) \div (-5) = \frac{-3}{-5}$	नहीं
-21	-7	7	$(-21) \div [(-7) \div 7]$ $= (-21) \div (-1) = 21$	$[(-21) \div (-7)] \div 7$ $= 3 \div 7 = \frac{3}{7}$	नहीं

अतः पूर्णाकों का भागफल सहचर्य गुण का पालन नहीं करता।

पृष्ठ 27

प्रश्नावली 1.4

प्रश्न 1. निम्नलिखित में से प्रत्येक का मान ज्ञात कीजिए :

हल : (a) $(-30) \div 10 = -3$

(b) $50 \div (-5) = -10$

(c) $(-36) \div (-9) = 36 \div 9 = 4$

(d) $(-49) \div (49) = -1$

(e) $13 \div [(-2) + 1] = 13 \div (-2 + 1)$
 $= 13 \div (-1) = -13$

(f) $0 \div (-12) = 0$

(g) $(-31) \div [(-30) + (-1)]$
 $= (-31) \div (-31) = 1$

(h) $[(-36) \div 12] \div 3 = (-3) \div 3 = -1$

(i) $[(-6) + 5] \div [(-2) + 1]$
 $= (-6 + 5) \div (-2 + 1)$
 $= (-1) \div (-1) = 1$

प्रश्न 2. a, b और c के निम्नलिखित मानों में से प्रत्येक के लिए, $a \div (b + c) \neq (a \div b) + (a \div c)$ को सत्यापित कीजिए

(a) $a = 12, b = -4, c = 2$

(b) $a = (-10), b = 1, c = 1$

हल : (a) $a \div (b + c) = 12 \div [(-4) + 2]$
 $= 12 \div (-4 + 2)$
 $= 12 \div (-2) = -6$

तथा $(a \div b) + (a \div c) = [12 \div (-4)] + [12 \div 2]$
 $= -3 + 6 = 3$

$\therefore a \div (b + c) \neq (a \div b) + (a \div c)$

(b) $a \div (b + c) = (-10) \div (1 + 1)$
 $= (-10) \div 2 = -5$

तथा $(a \div b) + (a \div c) = [(-10) \div 1]$
 $+ [(-10) \div 1]$
 $= (-10) + (-10) = -20$

$\therefore a \div (b + c) \neq (a \div b) + (a \div c)$

प्रश्न 3. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

हल : (a) $369 \div 1 = 369$ (b) $(-75) \div 75 = -1$

(c) $(-206) \div (-206) = 1$ (d) $-87 \div (-1) = 87$

(e) $(-87) \div 1 = -87$ (f) $(-48) \div 48 = -1$

(g) $20 \div (-10) = -2$ (h) $(-12) \div (4) = -3$

प्रश्न 4. पाँच ऐसे पूर्णांक युग्म (a, b) लिखिए, ताकि $a \div b = -3$ हो। ऐसा एक युग्म (6, -2) है, क्योंकि $6 \div (-2) = (-3)$ है।

हल : 5 पूर्णांक युग्म (a, b) जहाँ, $a \div b = -3$ है, इस प्रकार हैं : $(9, -3), (12, -4), (15, -5), (18, -6)$ तथा $(-21, 7)$

नोट : इस प्रकार और पूर्णांक युग्म भी प्राप्त किए जा सकते हैं।

प्रश्न 5. वोपहर 12 बजे तापमान शून्य से 10°C ऊपर था। यदि यह आधी रात तक 2°C प्रति घंटे की दर से कम होता है, तो किस समय तापमान शून्य से 8°C नीचे होगा? आधी रात को तापमान क्या होगा?

हल : तापमान में अंतर $(+10)^\circ\text{C}$ तथा $(-8)^\circ\text{C}$
 $= [10 - (-8)]^\circ\text{C} = (10 + 8)^\circ\text{C} = 18^\circ\text{C}$

इसलिए, तापमान में कुल कमी $= 18^\circ\text{C}$

प्रत्येक 1 घंटे में तापमान में गिरावट $= 2^\circ\text{C}$

∴ तापमान 0°C से 8°C नीचे तक जाने के लिए समय घंटों में

$$= \frac{\text{कुल कमी}}{1 \text{ घंटे में तापांतर}} = \frac{18}{2} = 9$$

अतः 9 बजे रात्रि को तापमान शून्य से 8°C नीचे होगा।

आधी रात को तापमान $= 10^\circ\text{C} - (2 \times 12)^\circ\text{C}$

$$= 10^\circ\text{C} - 24^\circ\text{C} = -14^\circ\text{C}$$

प्रश्न 6. एक कक्षा टेस्ट में, प्रत्येक सही उत्तर के लिए $(+3)$ अंक दिए जाते हैं और प्रत्येक गलत उत्तर के लिए (-2) अंक दिए जाते हैं और किसी प्रश्न को हल करने का प्रयत्न नहीं करने पर कोई अंक नहीं दिया जाता है। (i) राधिका ने 20 अंक प्राप्त किए। यदि उसके 12 उत्तर सही पाए जाते हैं तो उसने कितने प्रश्नों का उत्तर गलत दिया है? (ii) मोहिनी टेस्ट में (-5) अंक प्राप्त करती है, जबकि उसके 7 उत्तर सही पाए जाते हैं। उसने कितने प्रश्नों का उत्तर गलत दिया है?

हल : (i) सही 12 प्रश्नों के $(+3)$ के हिसाब से कुल अंक
 $= 3 \times 12 = 36$ अंक

राधिका ने प्राप्त किए $= 20$

∴ अंक कटे (गलत प्रश्नों के लिए) $= 20 - 36 = -16$

1 गलत प्रश्न के उत्तर के लिए अंक $= -2$

∴ गलत प्रश्नों की संख्या $= (-16) \div (-2) = 8$

(ii) सही 7 प्रश्नों के $(+3)$ के हिसाब से मोहिनी के कुल अंक $= 3 \times 7 = 21$

मोहिनी ने प्राप्त किए $= -5$

1 गलत प्रश्न के लिए अंक $= (-2)$

∴ मोहिनी के गलत प्रश्नों के अंक कटे

$$= -5 - 21 = -26$$

∴ मोहिनी के गलत प्रश्नों की संख्या

$$= (-26) \div (-2) = 13$$

प्रश्न 7. एक उत्पापक किसी खान कूपक में 6 m प्रति मिनट की दर से नीचे जाता है। यदि नीचे जाना भूमि तल से 10 m ऊपर से शुरू होता है, तो -350 m पहुँचने में कितना समय लगेगा?

हल : दो बिंदुओं की स्थिति में ऊँचाइयों का अंतर

$$= 10 \text{ m} - (-350 \text{ m}) = 360 \text{ m}$$

नीचे उतरने की दर $= 6 \text{ m}$ प्रति मिनट

∴ समय लगा $= (360 \div 6)$ मिनट

$$= 60 \text{ मिनट} = 1 \text{ घंटा}$$

अभ्यास प्रश्नावली

1. निम्न को हल कीजिए :

(a) $(-40) \div 10$ (b) $80 \div (-8)$

(c) $(-45) \div (-9)$ (d) $(-59) \div 59$

(e) $15 \div [(-3) + 2]$ (f) $0 \div (-13)$

(g) $(-41) \div [(-40) + (-1)]$

(h) $[(-39) \div 13] \div 3$

(i) $[(-7) + 6] \div [(-3) + 2]$

2. a, b तथा c के निम्न मानों के लिए दिखाओ कि

$$a \div (b + c) \neq (a \div b) + (a \div c)$$

(a) $a = 15, b = -5, c = 2$

(b) $a = -20, b = 2, c = 2$

3. खाली स्थानों को भरिए :

(a) $469 \div \underline{\quad} = 469$ (b) $(-85) \div \underline{\quad} = -1$

(c) $(-306) \div \underline{\quad} = 1$ (d) $-97 \div \underline{\quad} = 97$

(e) $\underline{\quad} \div 1 = -97$ (f) $\underline{\quad} \div 58 = -1$

(g) $30 \div \underline{\quad} = -3$ (h) $\underline{\quad} \div 5 = -3$

4. पूर्णांक युग्मों (a, b) के 5 युग्म ऐसे लो कि $a \div b = -5$ हो। $(10, -2)$ एक युग्म पूर्णांक है क्योंकि $10 \div (-2) = (-5)$ ।

5. गणित की एक प्रश्नोत्तरी में एक सही उत्तर के लिए $(+5)$ अंक तथा प्रत्येक गलत उत्तर के लिए (-2) अंक दिए जाते हैं।

(i) दीपा ने 40 अंक प्राप्त किए यदि उसने 10 प्रश्नों के सही उत्तर दिए हों तो उसने कितने प्रश्नों के गलत उत्तर दिए?

(ii) रवि ने (-15) अंक प्राप्त किए। उसने 7 प्रश्नों के सही उत्तर दिए हों तो गलत प्रश्नों की संख्या ज्ञात करो।

(iii) अनिल ने कुल 10 प्रश्न किए और 29 अंक प्राप्त किए। कितने प्रश्नों के सही उत्तर दिए तथा कितने प्रश्नों के गलत उत्तर दिए?

6. एक उत्पापक एक खान में 5 m प्रति मिनट से नीचे जाता है। यदि उसका नीचे जाना भूमि के तल से 15 m ऊपर से शुरू होता है तो भूमि से नीचे (-335) m पहुँचने में उसे कितना समय लगेगा?

उत्तरमाला

1. (a) -4 (b) -10 (c) 5 (d) -1

(e) -15 (f) 0 (g) 1 (h) -1 (i) 1

3. (a) 1 (b) 85 (c) -306 (d) -1

(e) -97 (f) -58 (g) -10 (h) -15

4. $(5, -1), (20, -4), (25, -5), (-30, 6)$ तथा $(-35, 7)$

5. (i) 5 (ii) 25 (iii) सही $= 7$, गलत $= 3$

6. 1 घंटा 10 मिनट

बहुवैकल्पिक प्रश्न

निम्नलिखित प्रश्नों के साथ दिए गए चार उत्तरों (a), (b), (c) और (d) में से ठीक उत्तर छाँटिए-

- ऋणात्मक संख्याओं और पूर्ण संख्याओं के समूह को कहते हैं-
(a) पूर्णांक (b) शून्य
(c) प्राकृत संख्याएँ (d) इनमें से कोई नहीं।
- संख्या जो न तो धनात्मक है, और न ही, ऋणात्मक है-
(a) 1 (b) -5
(c) 0 (d) इनमें से कोई नहीं।
- सबसे छोटा धनात्मक पूर्णांक है-
(a) 0 (b) 1000
(c) 9999 (d) 1
- सबसे बड़ा ऋणात्मक पूर्णांक है-
(a) -999 (b) -1000
(c) -1 (d) पारिभाषित नहीं।
- एक क्षैतिज रेखा पर ऋणात्मक संख्याएँ, 0 के ओर होती हैं।
(a) दायीं (b) बायीं
(c) ऊपर (d) नीचे।
- एक उर्ध्वाधर रेखा पर धनात्मक संख्याएँ, 0 के होती हैं।
(a) दाएँ (b) बाएँ
(c) ऊपर (d) नीचे।
- एक ऋणात्मक पूर्णांक को विषम बार आपस में गुणा करने पर परिणाम मिलता है।
(a) ऋणात्मक (b) धनात्मक
(c) 0 (d) इनमें से कोई नहीं।
- एक ऋणात्मक पूर्णांक को सम बार आपस में गुणा करने पर परिणाम मिलता है।
(a) ऋणात्मक (b) धनात्मक
(c) 0 (d) इनमें से कोई नहीं।
- यदि भाज्य और भाजक का चिह्न एक ही हो तो भागफल होगा।
(a) धनात्मक (b) ऋणात्मक
(c) 0 (d) इनमें से कोई नहीं।
- यदि भाज्य और भाजक के चिह्न अलग-अलग हों तो भागफल होगा।
(a) धनात्मक (b) ऋणात्मक
(c) 0 (d) इनमें से कोई नहीं।
- पूर्णांक के संवर्ध में संवृत गुण के संवर्ध में संतुष्ट होता है।
(a) +, × (b) +, ÷, ×
(c) +, -, × (d) +, -, ÷

- पूर्णांक के संवर्ध में क्रमविनियेय गुण के संवर्ध में संतुष्ट होता है।
(a) +, × (b) +, -
(c) ×, ÷ (d) ÷, -
- पूर्णाकों के लिए योज्य तत्समक है-
(a) 1 (b) -1
(c) 0 (d) इनमें से कोई नहीं।
- पूर्णाकों के लिए गुणनात्मक तत्समक है -
(a) 1 (b) -1
(c) 0 (d) इनमें से कोई नहीं।
- यदि कोष्ठक के बाहर ऋणात्मक चिह्न हो तो कोष्ठक को हटाने पर अंदर के पद का चिह्न जाता है।
(a) बदल (b) समान हो
(c) नहीं बदल (d) कह नहीं सकते।
- यदि कोष्ठक के बाहर धनात्मक चिह्न हो तो कोष्ठक को हटाने पर अंदर के पद का चिह्न है।
(a) बदल जाता (b) नहीं बदलता
(c) शून्य हो जाता (d) इनमें से कोई नहीं।
- 29 □ -35 की तुलना करो।
(a) < (b) =
(c) > (d) इनमें से कोई नहीं।
- 17 □ -29 की तुलना करो
(a) < (b) >
(c) = (d) इनमें से कोई नहीं।
- $(-27) + (-39) = \dots\dots$
(a) + 66 (b) - 66
(c) 0 (d) इनमें से कोई नहीं।
- $(-56) + (+25) = \dots\dots$
(a) + 31 (b) - 31
(c) + 81 (d) - 81
- $(+15) - (+11) = \dots\dots$
(a) + 4 (b) - 4
(c) 26 (d) इनमें से कोई नहीं।
- $(-72) - (+18) = \dots\dots$
(a) - 54 (b) 90
(c) - 90 (d) 54
- $(-55) - (-17) = \dots\dots$
(a) 72 (b) - 72
(c) - 38 (d) 38
- $(-11) \times (-4) \times (+5) \times (-6) = \dots\dots$
(a) - 1320 (b) + 1320
(c) - 330 (d) + 330
- $(+156) \div (-12) = \dots\dots$
(a) + 144 (b) - 144
(c) - 13 (d) 13

26. $(-64) \div (-4) = \dots\dots$
 (a) 16 (b) -16
 (c) +32 (d) -32
27. तापमान में 8°C की वृद्धि का विपरीत है :
 (a) $+8^{\circ}\text{C}$
 (b) -18°C
 (c) $+10^{\circ}\text{C}$
 (d) तापमान में 8°C की गिरावट।
28. यदि पूर्व की दिशा में 8 किमी. को पूर्णांक में +8 किमी. के द्वारा दर्शाया जाता है तो, पश्चिम की दिशा में 8 किमी. को इनमें से कौन दर्शाता है?
 (a) पश्चिम में 8 किमी. (b) -8 किमी.
 (c) +8 किमी. (d) +8
29. ₹ 1315 की जमा राशि को दर्शाने वाला पूर्णांक है :
 (a) ₹ 1315 की निकासी (b) ₹ + 1315
 (c) ₹ -1315 (d) -1315
30. पूर्णांक और के अंतर्गत वितरण गुण को दर्शाते हैं
 (a) -, ÷ (b) -, ×
 (c) +, - (d) ×, ÷
31. 251 ऋणात्मक पूर्णाकों और 19 धनात्मक पूर्णाकों के गुणनफल का चिह्न होगा :
 (a) ऋणात्मक (b) धनात्मक
 (c) 0 (d) कह नहीं सकते
32. दो पूर्णाकों का योग +68 है, यदि एक पूर्णांक -42 है, तो दूसरा इनमें से क्या होगा?
 (a) +26 (b) -26
 (c) -110 (d) +110
33. दो पूर्णाकों का गुणनफल -56 है, यदि एक पूर्णांक -7 है, तो दूसरा इनमें से क्या होगा?
 (a) 392 (b) -392
 (c) +8 (d) -8
34. एक पूर्णांक दूसरे से +6 अधिक है, यदि एक संख्या -20 है, तो दूसरा इनमें से क्या होगा?
 (a) -1 (b) 0
 (c) +14 (d) -14
35. सबसे छोटा ऋणात्मक पूर्णांक है :
 (a) -1 (b) -10
 (c) 0 (d) संभव नहीं है
36. सबसे बड़ा धनात्मक पूर्णांक है :
 (a) -1 (b) +1
 (c) 0 (d) संभव नहीं है
37. कौन-सा पूर्णांक स्वयं का योज्य प्रतिलोम है?
 (a) -1 (b) 1
 (c) 0 (d) 2
38. -31 के परवर्ती का पूर्ववर्ती है :
 (a) -30 (b) -29
 (c) -32 (d) 31
39. प्रत्येक ऋणात्मक पूर्णांक शून्य से होता है :
 (a) बड़ा (b) कम
 (c) बड़ा अथवा बराबर (d) कम अथवा बराबर
40. पूर्णाकों के व्यवकलन के संवर्ध में तत्समक अवयव हैं :
 (a) 0 (b) 1
 (c) -1 (d) संभव नहीं है
- उत्तरमाला— 1. (a), 2. (c), 3. (d), 4. (c), 5. (b), 6. (c), 7. (a), 8. (b), 9. (a), 10. (b), 11. (c), 12. (a), 13. (c), 14. (a), 15. (a), 16. (b), 17. (c), 18. (b), 19. (b), 20. (b), 21. (a), 22. (c), 23. (c), 24. (a), 25. (c), 26. (a), 27. (d), 28. (b), 29. (b), 30. (c), 31. (a), 32. (d), 33. (c), 34. (d), 35. (d), 36. (d), 37. (c), 38. (d), 39. (b), 40. (d).