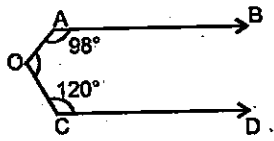
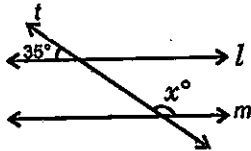


24. आकृति में, $AB \parallel CD$, $\angle BAO = 98^\circ$ और $\angle OCD = 120^\circ$, तो $\angle AOC$ का मान होगा?



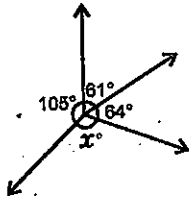
- (a) 120° (b) 82° (c) 142° (d) 218°

25. आकृति में, $l \parallel m$, और t एक तिर्यक है, तो x का मान है:



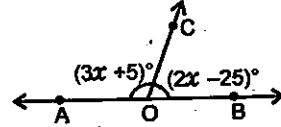
- (a) 145° (b) 35°
(c) 55° (d) इनमें से कोई नहीं

26. आकृति में, x का मान है:



- (a) 61° (b) 64°
(c) 105° (d) 130°

27. आकृति में $\angle AOC$ का मान है: यदि AOB एक सरल रेखा है तो:



- (a) 40° (b) 55°
(c) 125° (d) 180°

28. दो संपूरक कोणों का अनुपात 11 : 7 है, तो वे कोण हैं:

- (a) $120^\circ, 70^\circ$ (b) $120^\circ, 60^\circ$
(c) $110^\circ, 70^\circ$ (d) $130^\circ, 50^\circ$

29. एक कोण अपने संपूरक के दुगुने से 45° कम है तो बड़ा कोण होगा:

- (a) 75° (b) 100°
(c) 120° (d) 105°

30. दो कोण पूरक और सर्वांगसम हैं तो प्रत्येक कोण है:

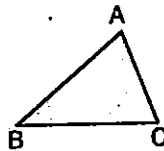
- (a) 45° (b) 90°
(c) 135° (d) 180°

उत्तरमाला — 1. (a), 2. (c), 3. (b), 4. (c), 5. (a), 6. (b), 7. (c), 8. (d), 9. (b), 10. (a), 11. (c), 12. (b), 13. (d), 14. (c), 15. (b), 16. (c), 17. (a), 18. (a), 19. (c), 20. (a), 21. (d), 22. (a), 23. (a), 24. (c), 25. (a), 26. (d), 27. (c), 28. (c), 29. (d), 30. (a).

6. त्रिभुज और उसके गुण

पृष्ठ 125

क्या आप भुजा \overline{AB} के सम्मुख कोण का नाम बता सकते हैं?



हल : हाँ, भुजा \overline{AB} का सम्मुख कोण C है।

पृष्ठ 125-126

प्रयास कीजिए

प्रश्न 1. $\triangle ABC$ के छः अवयवों (तीन भुजाओं तथा तीन कोणों) के नाम लिखिए।

हल : $\triangle ABC$ की तीन भुजाएँ AB, BC तथा CA और तीन कोण $\angle A, \angle B$ तथा $\angle C$ हैं।

प्रश्न 2. लिखिए :

(i) $\triangle PQR$ के शीर्ष Q की सम्मुख भुजा।

(ii) $\triangle LMN$ की भुजा LM का सम्मुख कोण।

(iii) $\triangle RST$ की भुजा RT का सम्मुख शीर्ष।

हल : (i) $\triangle PQR$ में शीर्ष Q की सम्मुख भुजा RP है।

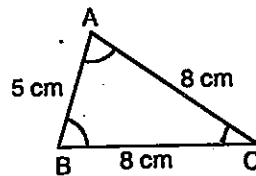
(ii) $\triangle LMN$ भुजा LM का सम्मुख कोण $\angle N$ है।

(iii) $\triangle RST$ की भुजा RT का सम्मुख शीर्ष S है।

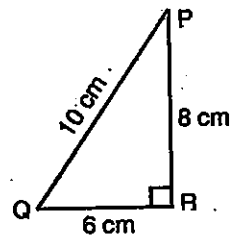
प्रश्न 3. आकृति देखिए तथा त्रिभुजों में प्रत्येक का वर्गीकरण कीजिए :

(a) भुजाओं के आधार पर

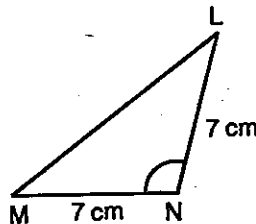
(b) कोणों के आधार पर



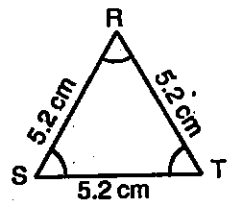
(i)



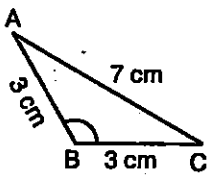
(ii)



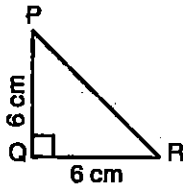
(iii)



(iv)



(v)



(vi)

हल : (a) भुजाओं के आधार पर वर्गीकरण :

विषमबाहु त्रिभुज : (ii)

समद्विबाहु त्रिभुज : (i), (iii), (v) और (vi)

समबाहु त्रिभुज : (iv)

(b) कोणों के आधार पर वर्गीकरण :

न्यूनकोण त्रिभुज : (i) और (iv)

समकोण त्रिभुज : (ii) और (vi)

अधिक कोण त्रिभुज : (iii) और (v)

पृष्ठ 127 सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए

प्रश्न 1. एक त्रिभुज में कितनी माध्यिकाएँ हो सकती हैं?

हल : त्रिभुज में तीन शीर्ष तथा उनके सम्मुख तीन भुजाएँ होती हैं, इसलिए प्रत्येक शीर्ष से एक माध्यिका होती है। अतः त्रिभुज की तीन माध्यिकाएँ होती हैं।

प्रश्न 2. क्या एक माध्यिका पूर्णतया त्रिभुज के अंदर स्थित होती है? (यदि आप समझते हैं कि यह सत्य नहीं है तो उस स्थिति के लिए एक आकृति खींचिए)।

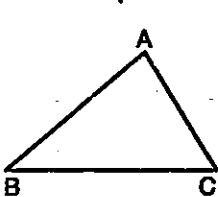
हल : हाँ, एक माध्यिका पूर्णतया त्रिभुज के अंदर स्थित होती है।

पृष्ठ 127 सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए

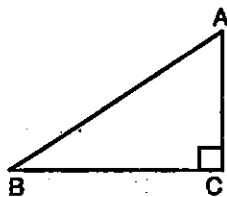
प्रश्न 1. एक त्रिभुज में कितने शीर्ष हो सकते हैं?

हल : एक त्रिभुज में तीन शीर्ष होते हैं।

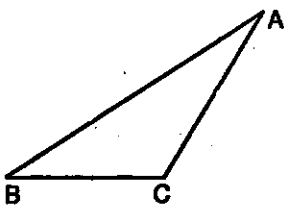
प्रश्न 2. निम्न त्रिभुजों में A से BC तक अनुमान से शीर्षलंब खींचिए :



न्यून कोण
(i)

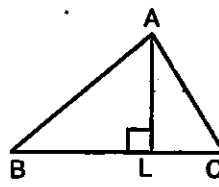


समकोण
(ii)

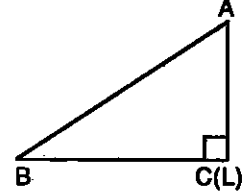


अधिक कोण
(iii)

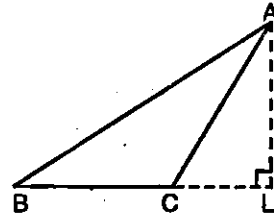
हल : अनुमान से त्रिभुजों में शीर्ष A से BC पर लंब निम्न प्रकार है :



न्यून कोण



समकोण



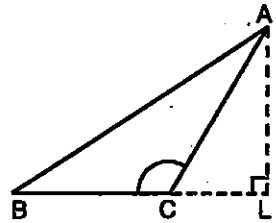
अधिक कोण

प्रत्येक स्थिति में AL शीर्षलंब है।

प्रश्न 3. क्या एक शीर्षलंब पूर्णतया त्रिभुज के अर्धतर में सदैव स्थित होगा? (यदि आप समझते हैं कि यह सत्य होना आवश्यक नहीं है तो उस स्थिति के लिए एक आकृति खींचिए)।

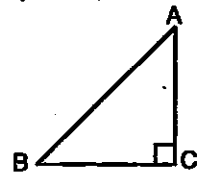
हल : शीर्षलंब सदैव त्रिभुज के अर्धतर में स्थित नहीं होगा।

ΔABC अधिक कोण त्रिभुज इस प्रकार है कि $\angle C$ अधिक कोण है तथा AL शीर्ष A से शीर्षलंब है। स्पष्टतः L भुजा BC पर स्थित नहीं है। यह BC की बढ़ी हुई भुजा पर स्थित है। इस स्थिति में शीर्षलंब AL त्रिभुज के बाहर स्थित होगा (बिंदु A को छोड़कर)। आगे, जब ABC एक समकोण त्रिभुज है जिसका $\angle C$ समकोण है, तब भी AL त्रिभुज के अर्धतर नहीं है। तब यह ΔABC की भुजा AC है।



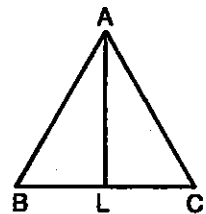
प्रश्न 4. क्या आप कोई ऐसा त्रिभुज सोच सकते हैं; जिसके दो शीर्षलंब उसकी दो भुजाएँ ही हों?

हल : हाँ, यदि त्रिभुज ABC, $\angle C$ पर समकोण हो तो चित्र में दर्शाए अनुसार शीर्ष A और B से शीर्षलंब AC और BC क्रमशः ΔABC की दो भुजाएँ हैं।



प्रश्न 5. क्या किसी त्रिभुज की माध्यिका व शीर्षलंब एक ही रेखाखंड हो सकता है?

हल : समबाहु त्रिभुज की स्थिति में माध्यिका और शीर्षलंब एक ही रेखाखंड पर होते हैं जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है। यह समद्विबाहु त्रिभुज के संदर्भ में भी सत्य है।



इन्हें कीजिए

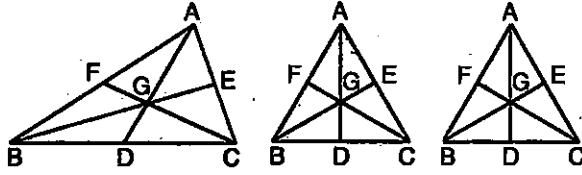
कागज़ से काटी गई इन आकृतियों को लीजिए :

- (i) समबाहु त्रिभुज (ii) समद्विबाहु त्रिभुज तथा
- (iii) विषमबाहु त्रिभुज

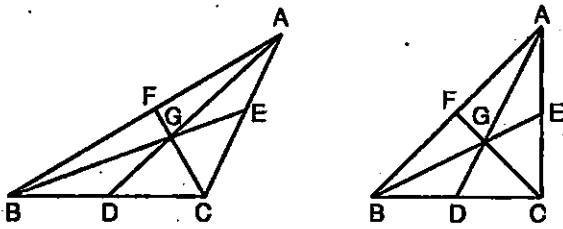
इनके शीर्षलंब तथा माध्यिकाएँ ज्ञात कीजिए। क्या आप इनमें कुछ विशेषता पाते हैं? अपने साथियों के साथ इन पर चर्चा कीजिए।

हल : माध्यिकाओं के विषय में विशेष बातें :

- (i) निम्न आकृतियों से :



विषमबाहु/न्यूनकोण त्रिभुज समद्विबाहु त्रिभुज समबाहु त्रिभुज



अधिक कोण त्रिभुज

समकोण त्रिभुज

स्पष्ट है, त्रिभुज की माध्यिकाएँ एक ही बिंदु से होकर गुजरती हैं अर्थात् ये संगामी हैं। ΔABC की माध्यिकाएँ AD, BC और CF, बिंदु G से होकर गुजरती हैं।

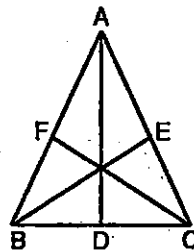
AG और GD को मापने पर हम पाते हैं कि $AG : GD = 2 : 1$

इसी प्रकार, हम पाते हैं $BG : GE = 2 : 1$ और $CG : GM = 2 : 1$

अर्थात् यह बिंदु G माध्यिकाओं को 2 : 1 में विभाजित करता है।

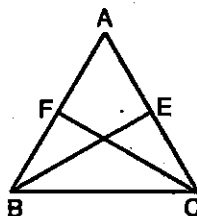
(ii) समबाहु त्रिभुज की माध्यिकाएँ समान होती हैं।

समबाहु त्रिभुज ABC में हम पाते हैं $AD = BE = CF$



(iii) समद्विबाहु त्रिभुज ABC में समान भुजाओं की माध्यिकाएँ समान होती हैं।

यहाँ समद्विबाहु त्रिभुज ABC में $AB = AC$ तो माध्यिकाएँ $BE = CF$



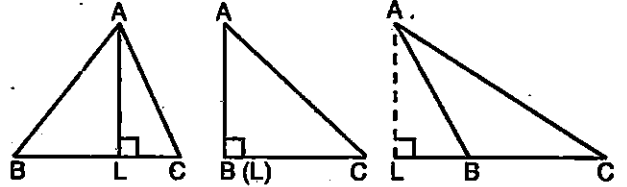
(iv) समद्विबाहु त्रिभुज के आधार पर माध्यिका लंब होती है।

समद्विबाहु ΔABC जिसमें $AB = AC$ में माध्यिका AD खींचने पर हम पाते हैं कि

$$\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$$

शीर्षलंब के विषय में विशेष बातें :

- (i) निम्न आकृतियों से हमें पता चलता है :



न्यून कोण त्रिभुज सम कोण त्रिभुज अधिक कोण त्रिभुज

- (i) (ii) (iii)

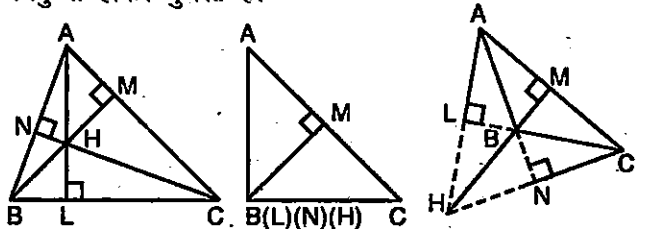
आकृति (i) में, ΔABC एक न्यून कोण त्रिभुज है जिसमें $\angle B$ तथा $\angle C$ न्यून कोण हैं तथा AL शीर्षलंब है। स्पष्टतः L, BC पर कोई बिंदु है जो B तथा C से अलग है।

आकृति (ii) में, ΔABC एक सम कोण त्रिभुज है। जिसमें $\angle B$ सम कोण है। इस स्थिति में AL शीर्षलंब है जहाँ L, B पर पड़ता है।

आकृति (iii) में, ΔABC एक अधिक कोण त्रिभुज है जिसमें $\angle B$ अधिक कोण है। शीर्ष A से AL शीर्षलंब है। स्पष्ट है कि L, BC पर बिंदु नहीं है।

स्पष्ट है कि प्रत्येक त्रिभुज में तीन शीर्षलंब होते हैं। प्रत्येक शीर्ष से एक।

(ii) निम्न आकृतियों से हम पाते हैं कि शीर्षलंब एक ही बिंदु से होकर गुजरते हैं।



अतः, हम देखते हैं कि प्रत्येक स्थिति में तीन शीर्षलंब AL, BM और CN (यदि आवश्यक हो तो बढ़ाओ) एक ही बिंदु H से होकर गुजरते हैं।

न्यून कोण त्रिभुज में बिंदु H त्रिभुज के अंदर होता है। सम कोण त्रिभुज में शीर्ष H सम कोण होता है।

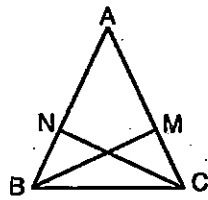
अधिक कोण त्रिभुज में बिंदु H त्रिभुज के बाहर होता है।

(iii) समबाहु त्रिभुज के शीर्षलंब समान होते हैं।

(iv) शीर्षलंब समबाहु त्रिभुज के आधार को समद्विभाजित करता है।

(v) समद्विबाहु त्रिभुज में समान भुजाओं पर खींचे गए शीर्षलंब बराबर होते हैं।

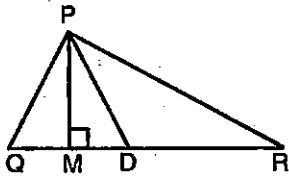
समद्विबाहु त्रिभुज ABC जिसमें $AB = AC$ है, में शीर्षलंब $BM = CN$ खींचो। मापने पर हम पाते हैं $BM = CN$



पृष्ठ 128

प्रश्नावली 6.1

प्रश्न 1. ΔPQR में भुजा \overline{QR} का मध्य बिंदु D है \overline{PM} _____ है।
 \overline{PD} _____ है।
 क्या $QM = MR$?



हल : \overline{PM} शीर्षलंब है जो शीर्ष P से सम्मुख भुजा QR पर है।

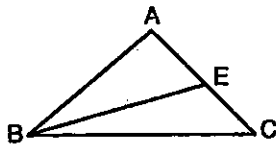
\overline{PD} , ΔPQR में शीर्ष P से सम्मुख भुजा QR की माध्यिका है।

$QM \neq MR$ क्योंकि \overline{QR} का मध्यबिंदु M नहीं है।

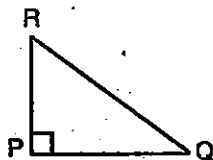
प्रश्न 2. निम्न के लिए अनुमान से आकृति खींचिए :

- (a) ΔABC में, BE एक माध्यिका है।
- (b) ΔPQR में, PQ और PR, त्रिभुज के शीर्षलंब हैं।
- (c) ΔXYZ में, YL एक शीर्षलंब उसके बहिर्भाग में है।

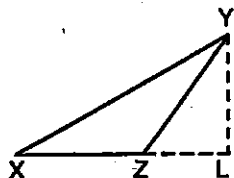
हल : (a) ΔABC में माध्यिका की रफ आकृति दर्शाई गई है।



(b) ΔPQR में शीर्षलंब PQ और PR की रफ आकृति दिखाई गई है।

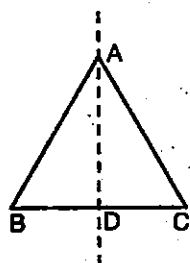


(c) ΔXYZ के बाहर शीर्षलंब YL दर्शाया गया है।



प्रश्न 3. आकृति खींचकर पुष्टि कीजिए कि एक समद्विबाहु त्रिभुज में शीर्षलंब व माध्यिका एक ही रेखाखंड हो सकता है।

हल : रेखाखंड BC खींचिए। कागज मोड़ने की विधि द्वारा \overline{BC} का लंब समद्विभाजक दर्शाओ। मोड़ी गई लाइन D पर मिलती है। यह मध्य बिंदु है।



इस लंब समद्विभाजक पर कोई बिंदु A लो। AB तथा AC को मिलाओ। इस प्रकार प्राप्त त्रिभुज समद्विबाहु होगा जिसमें $AB = AC$

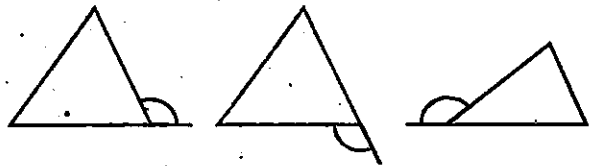
क्योंकि D, BC का मध्य बिंदु है। अतः AD माध्यिका है और AD, BC का लंब समद्विभाजक है। अतः AD, ΔABC का शीर्षलंब है।

अतः, इससे संत्यापित होता है कि समद्विबाहु त्रिभुज में माध्यिका और शीर्षलंब एक ही होते हैं।

पृष्ठ 130

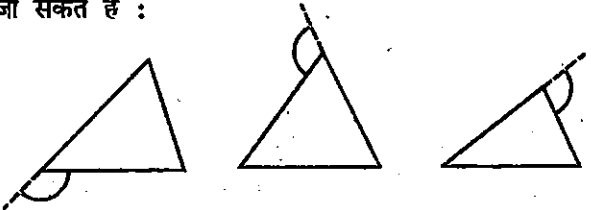
सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए

प्रश्न 1. एक त्रिभुज के लिए बाह्य कोण भिन्न-भिन्न प्रकार से बनाए जा सकते हैं। इनमें से तीन, निम्न प्रकार से दिखाए गए हैं।



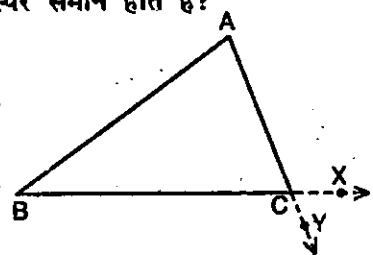
इनके अतिरिक्त तीन और प्रकार से भी बाह्य कोण बनाए जा सकते हैं। उन्हें भी अनुमान से बनाइए।

हल : तीन और प्रकार निम्न विधि से बाह्य कोण बनाए जा सकते हैं :



प्रश्न 2. किसी त्रिभुज के एक शीर्ष पर बने दोनों बाह्य कोण क्या परस्पर समान होते हैं?

हल : ΔABC की भुजा AC को आगे बढ़ाओ और किरण AY बनाओ तो C पर $\angle BCY$ भी एक बाह्य कोण होगा।

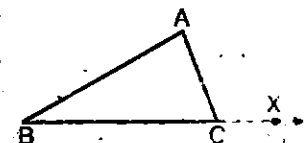


स्पष्ट है $\angle ACX$ और $\angle BCY$ शीर्षाभिमुख कोण हैं।
 $\therefore \angle ACX = \angle BCY$

\therefore त्रिभुज के प्रत्येक शीर्ष पर बाह्य कोणों का एक युग्म होगा जो आपस में समान होंगे।

प्रश्न 3. किसी त्रिभुज के एक बाह्य कोण और उसके संलग्न अंतःकोण के योग के बारे में आप क्या कह सकते हैं?

हल : ΔABC के शीर्ष C पर बाह्य कोण $\angle ACX$ है तथा $\angle ACB$ संलग्न अंतःकोण है।



स्पष्टतः $\angle ACX + \angle ACB = 180^\circ$

अतः बाह्य कोण और संलग्न अंतःकोण रैखिक युग्म बनाते हैं।

पृष्ठ 130 सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए

प्रश्न 1. प्रत्येक दशा में अंतः सम्मुख कोणों के बारे में आप क्या कह सकते हैं जब कि बाह्य कोण है :

- (i) एक समकोण (ii) एक अधिक कोण
(iii) एक न्यून कोण

हल : (i) यदि बाह्य कोण समकोण होगा तो अंतः सम्मुख कोणों का योग भी 90° का होगा यानी इनमें से प्रत्येक कोण न्यून कोण होगा।

(ii) यदि बाह्य कोण अधिक कोण हो तो दोनों अंतः सम्मुख कोणों में से या तो दोनों न्यून कोण होंगे अथवा एक अधिक कोण और एक न्यून कोण होगा।

(iii) यदि बाह्य कोण एक न्यून कोण हो तो प्रत्येक अंतः सम्मुख कोण न्यून कोण होगा।

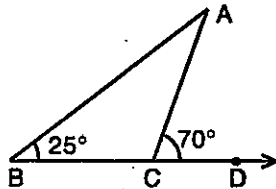
प्रश्न 2. क्या किसी त्रिभुज का कोई बाह्य कोण एक सरल कोण भी हो सकता है?

हल : त्रिभुज का कोई भी बाह्य कोण सरल कोण नहीं हो सकता क्योंकि संलग्न अंतःकोण शून्य नहीं हो सकता है।

पृष्ठ 130 प्रयास कीजिए

प्रश्न 1. किसी त्रिभुज में एक बाह्य कोण की माप 70° है और उसके अंतः सम्मुख कोणों में से एक की माप 25° है। दूसरे अंतः सम्मुख कोण की माप ज्ञात कीजिए।

हल : माना $\triangle ABC$ की भुजा BC को आगे बढ़ाया तो बाह्य कोण $\angle ACD$ इस प्रकार बना कि $\angle ACD = 70^\circ$



माना $\angle B = 25^\circ$ बाह्य कोण प्रमेय द्वारा

$$\angle ACD = \angle B + \angle A$$

या $70^\circ = 25^\circ + \angle A$

या $\angle A = 70^\circ - 25^\circ = 45^\circ$

अतः, दूसरा अंतः सम्मुख कोण 45° का है।

प्रश्न 2. किसी त्रिभुज के दो अंतः सम्मुख कोणों की माप 60° और 80° है। उसके बाह्य कोण की माप ज्ञात कीजिए।

हल : माना त्रिभुज ABC की भुजा BC को आगे बढ़ाते हैं तो एक बाह्य कोण ACD बना।

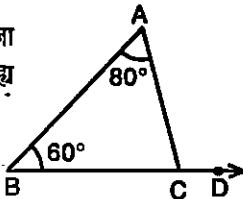
माना $\angle A = 80^\circ$ और $\angle B = 60^\circ$

बाह्य कोण प्रमेय द्वारा

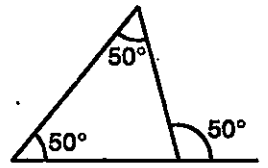
$$\angle ACD = \angle A + \angle B$$

या $\angle ACD = 80^\circ + 60^\circ = 140^\circ$

अतः, बाह्य कोण की माप 140° होगी।



प्रश्न 3. क्या इस आकृति में कोई त्रुटि है? टिप्पणी करें।

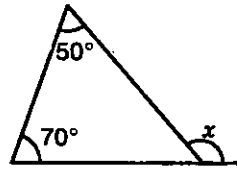


हल : आकृति में बाह्य कोण अंतः सम्मुख कोणों के योग के बराबर नहीं है क्योंकि $50^\circ \neq 50^\circ + 50^\circ$

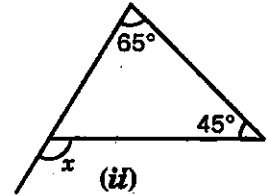
अतः दिए गए आँकड़े गलत हैं।

पृष्ठ 131 प्रश्नावली 6.2

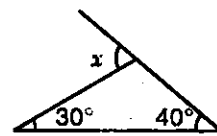
प्रश्न 1. निम्न आकृतियों में अज्ञात बाह्य कोण x का मान ज्ञात कीजिए :



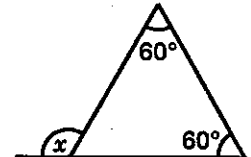
(i)



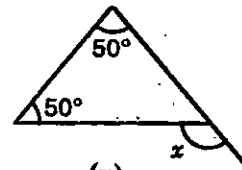
(ii)



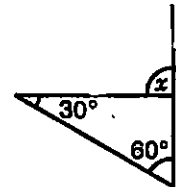
(iii)



(iv)



(v)



(vi)

हल : क्योंकि त्रिभुज में बाह्य कोण दो अंतः सम्मुख कोणों के योग के बराबर है। अतः

(i) $x = 50^\circ + 70^\circ = 120^\circ$

(ii) $x = 65^\circ + 45^\circ = 110^\circ$

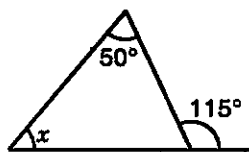
(iii) $x = 30^\circ + 40^\circ = 70^\circ$

(iv) $x = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$

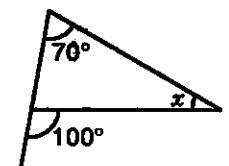
(v) $x = 50^\circ + 50^\circ = 100^\circ$

(vi) $x = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$

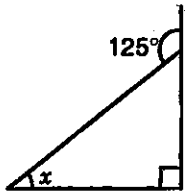
प्रश्न 2. निम्न आकृतियों में अज्ञात अंतःकोण x का मान ज्ञात कीजिए :



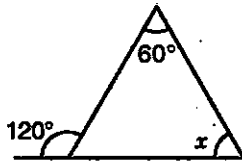
(i)



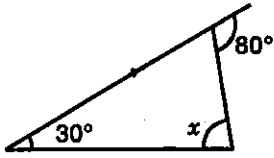
(ii)



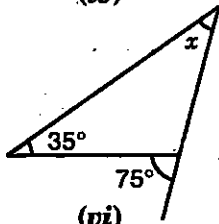
(iii)



(iv)



(v)



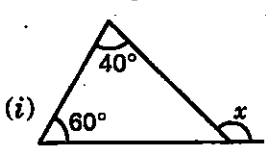
(vi)

हल : हम जानते हैं कि त्रिभुज में बाह्य कोण दो अंतः सम्मुख कोणों के योग के बराबर होता है। अतः

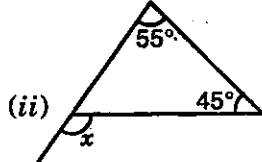
- (i) $x + 50^\circ = 115^\circ$
 या $x = 115^\circ - 50^\circ$
 या $x = 65^\circ$
- (ii) $x + 70^\circ = 100^\circ$
 या $x = 100^\circ - 70^\circ$
 या $x = 30^\circ$
- (iii) $x + 90^\circ = 125^\circ$
 या $x = 125^\circ - 90^\circ$
 या $x = 35^\circ$
- (iv) $x + 60^\circ = 120^\circ$
 या $x = 120^\circ - 60^\circ$
 या $x = 60^\circ$
- (v) $x + 30^\circ = 80^\circ$
 या $x = 80^\circ - 30^\circ$
 या $x = 50^\circ$
- (vi) $x + 35^\circ = 75^\circ$
 या $x = 75^\circ - 35^\circ$
 या $x = 40^\circ$

अभ्यास प्रश्नावली

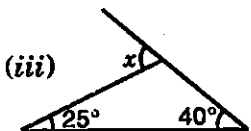
1. निम्न आकृतियों में अज्ञात x का मान ज्ञात कीजिए :



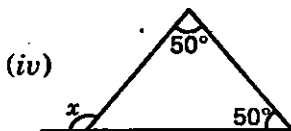
(i)



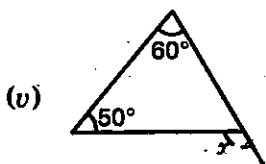
(ii)



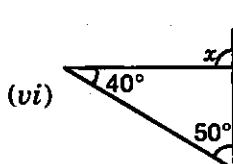
(iii)



(iv)

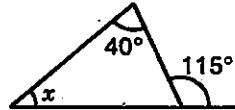


(v)

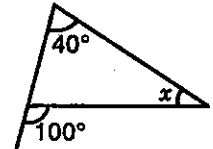


(vi)

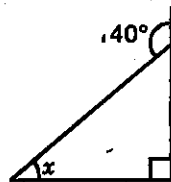
2. निम्न आकृतियों में अज्ञात x का मान ज्ञात कीजिए :



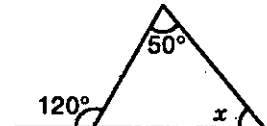
(i)



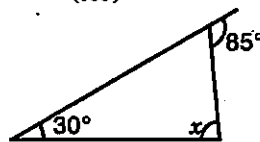
(ii)



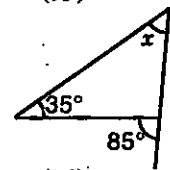
(iii)



(iv)



(v)



(vi)

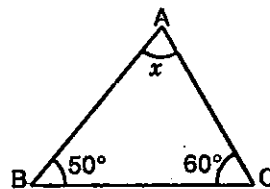
उत्तरमाला

1. (i) 100° (ii) 100° (iii) 65°
 (iv) 100° (v) 110° (vi) 90°
2. (i) 75° (ii) 60° (iii) 50°
 (iv) 70° (v) 55° (vi) 50°

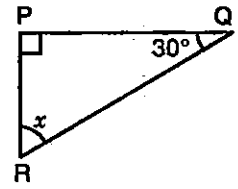
पृष्ठ 133-134

प्रश्नावली 6.3

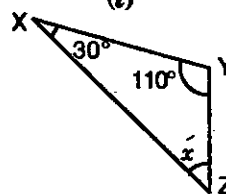
प्रश्न 1. निम्नांकित आकृतियों में अज्ञात x का मान ज्ञात कीजिए।



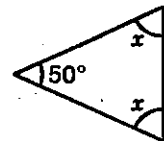
(i)



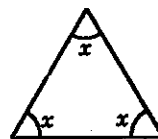
(ii)



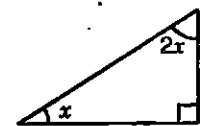
(iii)



(iv)



(v)



(vi)

हल : क्योंकि त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° होता है। अतः

(i) ΔABC में,

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

या $x + 50^\circ + 60^\circ = 180^\circ$

या $x = 180^\circ - (50^\circ + 60^\circ)$
 $= 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

(ii) ΔPQR में,

$$\angle P + \angle Q + \angle R = 180^\circ$$

या $90^\circ + 30^\circ + x = 180^\circ$

या $x = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ)$
 $= 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

(iii) ΔXYZ में,

$$\angle X + \angle Y + \angle Z = 180^\circ$$

या $30^\circ + 110^\circ + x = 180^\circ$

या $x = 180^\circ - (30^\circ + 110^\circ)$
 $= 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$

(iv) यहाँ, $x + x + 50^\circ = 180^\circ$

या $2x = 180^\circ - 50^\circ$

या $2x = 130^\circ$

या $x = \left(\frac{130}{2}\right)^\circ = 65^\circ$

(v) यहाँ, $x + x + x = 180^\circ$ या $3x = 180^\circ$

या $x = \left(\frac{180}{3}\right)^\circ = 60^\circ$

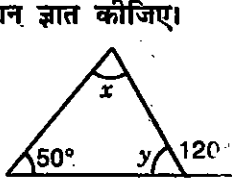
(vi) यहाँ, $x + 2x + 90^\circ = 180^\circ$

या $3x = 180^\circ - 90^\circ$

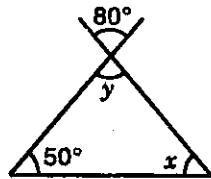
या $3x = 90^\circ$

या $x = \frac{90^\circ}{3} = 30^\circ$

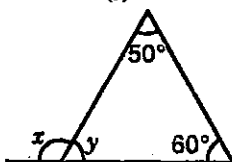
प्रश्न 2. निम्नांकित आकृतियों में अज्ञात x और y का मान ज्ञात कीजिए।



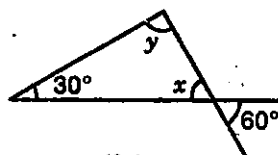
(i)



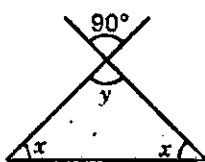
(ii)



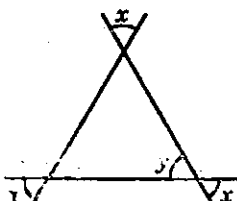
(iii)



(iv)



(v)



(vi)

हल : (i) त्रिभुज में बाह्य कोण और संलग्न अंतः कोण रेखिक युग्म बनाते हैं। अतः

$$y + 120^\circ = 180^\circ$$

या $y = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

एक त्रिभुज में कोणों का योग 180° होता है।

$$\therefore x + 50^\circ + y = 180^\circ$$

या $x = 180^\circ - 50^\circ - y$

या $x = 130^\circ - 60^\circ = 70^\circ$

$$[\because y = 60^\circ]$$

अतः, $x = 70^\circ$ और $y = 60^\circ$

(ii) यहाँ, $y = 80^\circ$ [शीर्षाभिमुख कोण]

त्रिभुज में कोणों का योग 180° होता है।

$$\therefore x + y + 50^\circ = 180^\circ$$

या $x + 80^\circ + 50^\circ = 180^\circ$ $[\because y = 80^\circ]$

या $x + 130^\circ = 180^\circ$

या $x = 180^\circ - 130^\circ$

या $x = 50^\circ$

अतः, $x = 50^\circ$ और $y = 80^\circ$

(iii) त्रिभुज में कोणों का योग 180° होता है।

$$\therefore y + 60^\circ + 50^\circ = 180^\circ$$

या $y + 110^\circ = 180^\circ$

या $y = 180^\circ - 110^\circ$

या $y = 70^\circ$

बाह्य कोण = सम्मुख अंतः कोणों का योग

$$\therefore x = 50^\circ + 60^\circ = 110^\circ$$

अतः, $x = 110^\circ$ और $y = 70^\circ$

(iv) यहाँ, $x = 60^\circ$ [शीर्षाभिमुख कोण]

त्रिभुज के कोणों का योग 180° होता है।

$$\therefore x + y + 30^\circ = 180^\circ$$

या $60^\circ + y + 30^\circ = 180^\circ$ $[\because x = 60^\circ]$

या $90^\circ + y = 180^\circ$

या $y = 180^\circ - 90^\circ$

या $y = 90^\circ$

अतः, $x = 60^\circ$ और $y = 90^\circ$

(v) यहाँ, $y = 90^\circ$ [शीर्षाभिमुख कोण]

एक त्रिभुज में कोणों का योग 180° होता है।

$$\therefore x + x + y = 180^\circ$$

या $2x + 90^\circ = 180^\circ$

या $2x = 180^\circ - 90^\circ$

या $2x = 90^\circ$

या $x = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$

अतः, $x = 45^\circ$ और $y = 90^\circ$

(vi) स्पष्टतः $y = x$ [शीर्षाभिमुख कोण]

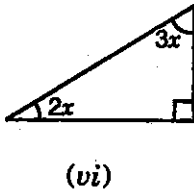
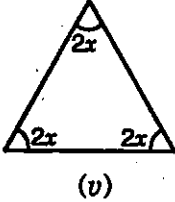
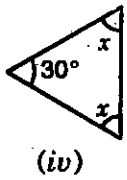
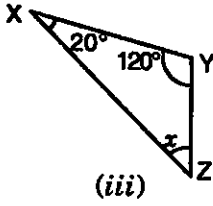
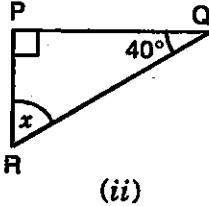
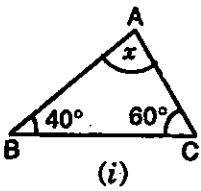
एक त्रिभुज में कोणों का योग 180° होता है।

$$\therefore x + x + y = 180^\circ$$

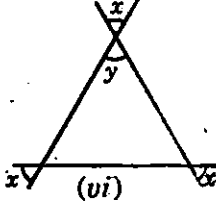
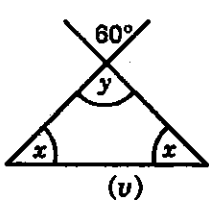
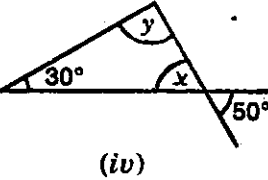
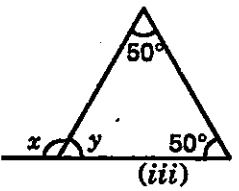
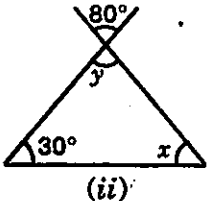
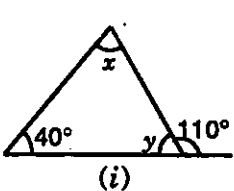
या $x + x + x = 180^\circ$ $[\because y = x]$
 या $3x = 180^\circ$ या $x = 60^\circ$
 अतः, $x = 60^\circ$ और $y = 60^\circ$

अभ्यास प्रश्नावली

1. निम्नलिखित आकृतियों में अज्ञात x का मान ज्ञात कीजिए :



2. निम्नलिखित आकृतियों में अज्ञात x और y का मान ज्ञात कीजिए :



उत्तरमाला

1. (i) 80° (ii) 50° (iii) 40°
 (iv) 75° (v) 30° (vi) 18°

2. (i) $x = 70^\circ, y = 70^\circ$ (ii) $x = 70^\circ, y = 80^\circ$
 (iii) $x = 100^\circ, y = 80^\circ$ (iv) $x = 50^\circ, y = 100^\circ$
 (v) $x = 60^\circ, y = 60^\circ$ (vi) $x = 60^\circ, y = 60^\circ$.

पृष्ठ 134 प्रयास कीजिए

प्रश्न 1. एक त्रिभुज के दो कोण 30° तथा 80° हैं। इस त्रिभुज का तीसरा कोण ज्ञात कीजिए।

हल : माना ABC त्रिभुज है जिसमें $\angle B = 30^\circ$ और $\angle C = 80^\circ$

तो, हमें तीसरा कोण A ज्ञात करना है।
 अब, $\angle B + \angle C = 30^\circ + 80^\circ = 110^\circ$

त्रिभुज कोण के गुण द्वारा
 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$
 या $\angle A + 110^\circ = 180^\circ$
 $[\because \angle B + \angle C = 110^\circ]$
 या $\angle A = 180^\circ - 110^\circ$
 या $\angle A = 70^\circ$

प्रश्न 2. किसी त्रिभुज का एक कोण 80° है तथा शेष दोनों कोण बराबर हैं। बराबर कोणों में प्रत्येक की माप ज्ञात कीजिए।

हल : माना त्रिभुज ABC में $\angle A = 80^\circ$ और $\angle B = \angle C$
 त्रिभुज कोण गुण द्वारा

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$
 या $80^\circ + \angle B + \angle B = 180^\circ$
 $[\because \angle A = 80^\circ \text{ और } \angle C = \angle B]$
 या $80^\circ + 2\angle B = 180^\circ$
 या $2\angle B = 180^\circ - 80^\circ$
 या $2\angle B = 100^\circ$

या $\angle B = \left(\frac{100}{2}\right)^\circ = 50^\circ$

अतः, शेष दो कोणों की माप 50° है।

प्रश्न 3. किसी त्रिभुज के तीनों कोणों में $1 : 2 : 1$ का अनुपात है। त्रिभुज के तीनों कोण ज्ञात कीजिए। त्रिभुज का दोनों प्रकार से वर्गीकरण भी कीजिए।

हल : माना त्रिभुज के कोण $x, 2x$ और x हैं तो
 $x + 2x + x = 180^\circ$ या $4x = 180^\circ$

या $x = \frac{180}{4} = 45^\circ$

अतः, त्रिभुज के कोण $45^\circ, 90^\circ$ और 45° होंगे।
 अतः, त्रिभुज समकोण त्रिभुज है और यह एक समद्विबाहु त्रिभुज है।

पृष्ठ 134 सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए

प्रश्न 1. क्या कोई ऐसा त्रिभुज संभव है जिसके दो कोण समकोण हों?

हल : कोई ऐसा त्रिभुज नहीं हो सकता जिसमें दो समकोण

हों। क्योंकि त्रिभुज के तीनों कोणों का योग दो समकोण होता है।

प्रश्न 2. क्या कोई ऐसा त्रिभुज संभव है जिसमें दो कोण अधिक कोण हों?

हल : ऐसा त्रिभुज संभव नहीं है जिसमें दो कोण अधिक कोण हों। क्योंकि इस स्थिति में तीनों कोणों का योग दो समकोण से अधिक हो जाएगा।

प्रश्न 3. क्या कोई ऐसा त्रिभुज संभव है जिसमें दो कोण न्यून कोण हों?

हल : ऐसा त्रिभुज संभव है जिसमें दो न्यून कोण हों।

प्रश्न 4. क्या कोई ऐसा त्रिभुज संभव है जिसमें तीनों कोण 60° से अधिक हों?

हल : ऐसा कोई त्रिभुज संभव नहीं है जिसमें सभी तीनों कोण 60° से अधिक हों। इस स्थिति में तीनों कोणों का योग 180° से अधिक हो जाएगा। लेकिन यह 180° के बराबर होना चाहिए।

प्रश्न 5. क्या कोई ऐसा त्रिभुज संभव है जिसमें तीनों कोण 60° के हों?

हल : ऐसा त्रिभुज संभव है जिसमें तीनों कोण 60° के हों।

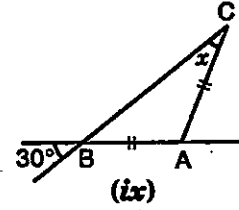
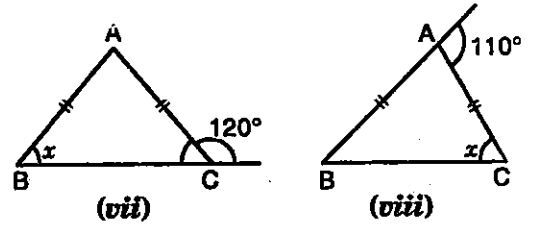
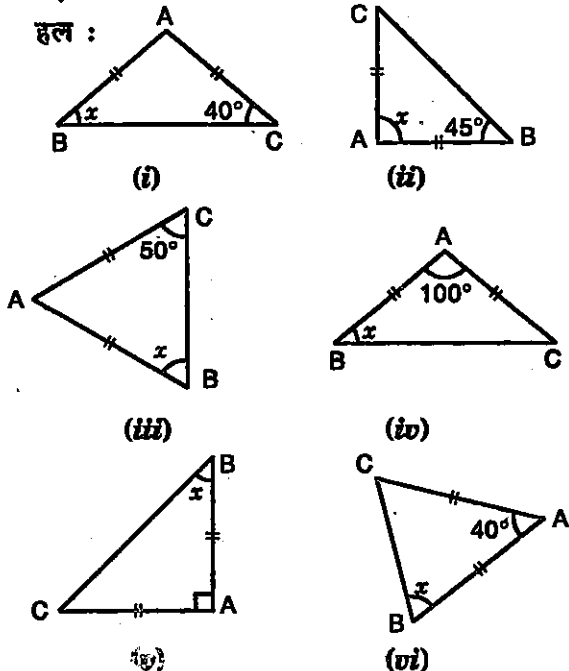
प्रश्न 6. क्या कोई ऐसा त्रिभुज संभव है जिसमें तीनों कोण 60° से कम के हों?

हल : ऐसा त्रिभुज संभव नहीं है जिसमें तीनों कोण 60° से कम हों। इस स्थिति में त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° से कम होगा। जबकि यह 180° के बराबर होना चाहिए।

पृष्ठ 135-136

प्रयास कीजिए

प्रश्न 1. प्रत्येक आकृति में कोण x का मान ज्ञात कीजिए।



(i) क्योंकि ΔABC समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें

$$AB = AC$$

$$\therefore \angle B = \angle C$$

$$\text{या } x = 40^\circ$$

(ii) क्योंकि ΔABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें

$$AB = AC$$

$$\therefore \angle B = \angle C \text{ या } 45^\circ = \angle C$$

कोण योग गुण द्वारा

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\text{या } x + 45^\circ + 45^\circ = 180^\circ$$

$$\text{या } x + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\text{या } x = 180^\circ - 90^\circ$$

$$\text{या } x = 90^\circ$$

(iii) क्योंकि ΔABC समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें

$$AB = AC$$

$$\therefore \angle B = \angle C \text{ या } x = 50^\circ$$

(iv) क्योंकि ΔABC समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें

$$AB = AC$$

$$\therefore \angle B = \angle C \text{ या } x = \angle C$$

कोण योग गुण द्वारा

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\text{या. } 100^\circ + x + x = 180^\circ$$

$$\text{या } 2x = 180^\circ - 100^\circ$$

$$\text{या } 2x = 80^\circ$$

$$\text{या } x = \left(\frac{80}{2}\right)^\circ = 40^\circ$$

(v) क्योंकि ΔABC समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें

$$AB = AC$$

$$\therefore \angle B = \angle C \text{ या } x = \angle C$$

कोण योग गुण द्वारा

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\text{या } 90^\circ + x + x = 180^\circ$$

$$\text{या } 2x = 180^\circ - 90^\circ$$

$$\text{या } 2x = 90^\circ$$

$$\text{या } x = \left(\frac{90}{2}\right)^\circ = 45^\circ$$

(vi) क्योंकि ΔABC समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें

$$AB = AC$$

$$\therefore \angle B = \angle C$$

$$\text{या } x = \angle C$$

कोण योग गुण द्वारा

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\text{या } 40^\circ + x + x = 180^\circ$$

$$\text{या } 2x = 180^\circ - 40^\circ$$

$$\text{या } 2x = 140^\circ$$

$$\text{या } x = \left(\frac{140}{2}\right)^\circ = 70^\circ$$

(vii) क्योंकि ΔABC समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें

$$AB = AC$$

$$\therefore \angle B = \angle C \text{ या } x = \angle C$$

क्योंकि बाह्य कोण और संलग्न अंतःकोण रैखिक युग्म बनाते हैं

$$\angle C + 120^\circ = 180^\circ$$

$$\text{या } x = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

(viii) क्योंकि ΔABC समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें

$$AB = AC$$

$$\therefore \angle B = \angle C \text{ या } \angle B = x$$

क्योंकि बाह्य कोण और संलग्न अंतःकोण रैखिक युग्म बनाते हैं

$$110^\circ + \angle A = 180^\circ$$

$$\text{या } \angle A = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

कोण योग गुण द्वारा

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\text{या } 70^\circ + x + x = 180^\circ$$

$$\text{या } 2x = 180^\circ - 70^\circ$$

$$\text{या } 2x = 110^\circ$$

$$\text{या } x = \left(\frac{110}{2}\right)^\circ = 55^\circ$$

(ix) क्योंकि ΔABC समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें

$$AB = AC$$

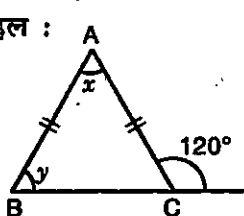
$$\therefore \angle B = \angle C \text{ या } \angle B = x$$

$$\text{साथ ही, } \angle B = 30^\circ \text{ [शीर्षाभिमुख कोण]}$$

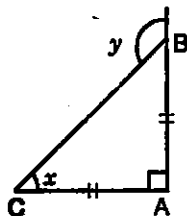
$$\therefore x = 30^\circ \text{ [}\angle B = x\text{]}$$

प्रश्न 2. प्रत्येक आकृति में कोण x तथा y का मान ज्ञात कीजिए।

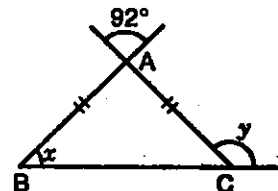
हल :



(i)



(ii)



(iii)

(i) क्योंकि बाह्य कोण और अंतः संलग्न कोण रैखिक युग्म बनाते हैं।

$$\angle C + 120^\circ = 180^\circ$$

$$\text{या } \angle C = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

क्योंकि ΔABC समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें $AB = AC$, इसलिए

$$\angle B = \angle C$$

$$\text{या } \angle B = 60^\circ \text{ अर्थात् } y = 60^\circ$$

कोण योग गुण द्वारा

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\text{या } x + y + 60^\circ = 180^\circ$$

$$\text{या } x + 60^\circ + 60^\circ = 180^\circ$$

$$\text{या } x + 120^\circ = 180^\circ$$

$$\text{या } x = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

अतः, $x = 60^\circ$ और $y = 60^\circ$

(ii) क्योंकि ΔABC समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें

$$AB = AC, \text{ इसलिए}$$

$$\angle B = \angle C \text{ या } \angle B = x$$

$$\text{और } \angle B + \angle C = 90^\circ$$

$$\text{या } x + x = 90^\circ \quad [\because \angle B = x]$$

$$\text{या } 2x = 90^\circ$$

$$\text{या } x = 45^\circ$$

$$\text{लेकिन } \angle B + y = 180^\circ$$

$$\text{या } x + y = 180^\circ \quad [\because \angle B = x]$$

$$\text{या } y = 180^\circ - 45^\circ$$

$$[\because x = 45^\circ]$$

$$\text{या } y = 135^\circ$$

अतः, $x = 45^\circ$ और $y = 135^\circ$

(iii) क्योंकि ΔABC समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें

$$AB = AC, \text{ इसलिए}$$

$$\angle B = \angle C$$

$$\text{अर्थात्, } \angle B = \angle C = x$$

$$\text{और } \angle A = 92^\circ \text{ [शीर्षाभिमुख कोण]}$$

कोण योग गुण द्वारा

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\text{या } 92^\circ + x + x = 180^\circ$$

$$\text{या } 2x = 180^\circ - 92^\circ = 88^\circ$$

$$\text{या } x = \left(\frac{88}{2}\right)^\circ = 44^\circ$$

$$\text{और } \angle C + y = 180^\circ \text{ [रैखिक युग्म]}$$

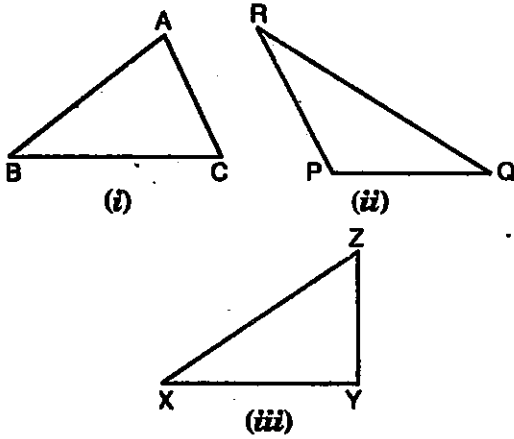
$$\text{या } y = 180^\circ - 44^\circ = 136^\circ$$

$$[\because \angle C = x = 44^\circ]$$

अतः, $x = 44^\circ$ और $y = 136^\circ$

पृष्ठ 137

प्रश्न 3. अपनी अभ्यास-पुस्तिका में कोई तीन त्रिभुज, जैसे ΔABC , ΔPQR तथा ΔXYZ बनाइए [देखिए आकृति (i), (ii) और (iii)]



अपने पैमाने (रूलर) की सहायता से इन त्रिभुजों की भुजाओं को माप कर, एक तालिका के रूप में निम्न प्रकार से लिखिए :

हल : उपरोक्त त्रिभुज की भुजाओं की लंबाई मापकर और परिणाम तालिका में लिखें :

Δ का नाम	भुजाओं की माप	क्या यह सही है?	
ΔABC	$AB = 3.3 \text{ cm}$	$AB - BC < CA$	हाँ
	$BC = 3.8 \text{ cm}$	$AB + BC > CA$	हाँ
	$CA = 2 \text{ cm}$	$BC - CA < AB$	हाँ
ΔPQR	$PQ = 2.5 \text{ cm}$	$BC + CA > AB$	हाँ
	$QR = 4.5 \text{ cm}$	$CA - AB < BC$	हाँ
	$RP = 3.5 \text{ cm}$	$CA + AB > BC$	हाँ
		$PQ - QR < RP$	हाँ
ΔXYZ		$PQ + QR > RP$	हाँ
	$XY = 3.5 \text{ cm}$	$QR - RP < PQ$	हाँ
	$YZ = 2 \text{ cm}$	$QR + RP > PQ$	हाँ
	$ZX = 4 \text{ cm}$	$RP - PQ < QR$	हाँ
		$RP + PQ > QR$	हाँ
		$XY - YZ < ZX$	हाँ
	$XY + YZ > ZX$	हाँ	
	$YZ - ZX < XY$	हाँ	
	$YZ + ZX > XY$	हाँ	
	$ZX - XY < YZ$	हाँ	
	$ZX + XY > YZ$	हाँ	

उपरोक्त तालिका से स्पष्ट है कि त्रिभुज की किन्हीं दो भुजाओं का योग त्रिभुज की तीसरी भुजा से बड़ा होता है।

हम यह भी पता लगाते हैं कि किन्हीं दो भुजाओं का अंतर त्रिभुज की तीसरी भुजा से छोटा होता है।

पृष्ठ 138

प्रश्नावली 6.4

प्रश्न 1. निम्न दी गई भुजाओं की मापों से क्या कोई त्रिभुज संभव है?

- (i) 2 cm, 3 cm, 5 cm
- (ii) 3 cm, 6 cm, 7 cm
- (iii) 6 cm, 3 cm, 2 cm

हल : (i) क्योंकि $2 + 3 \nless 5$

अतः, दी गई भुजाएँ त्रिभुज नहीं बनाती हैं।

(ii) $3 + 6 > 7$, $3 + 7 > 6$ और $6 + 7 > 3$

अर्थात् किन्हीं दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से बड़ा है।

अतः, ये भुजाएँ त्रिभुज बनाती हैं।

(iii) $6 + 3 > 2$, $3 + 2 \nless 6$

अतः, दी गई भुजाएँ त्रिभुज नहीं बना सकती हैं।

प्रश्न 2. त्रिभुज PQR

के अर्धन्तर में कोई बिंदु

O लीजिए। क्या यह सही

है कि

- (i) $OP + OQ > PQ$?
- (ii) $OQ + OR > QR$?
- (iii) $OR + OP > RP$?

हल : त्रिभुज के गुण द्वारा

Δs OPQ, OQR और OPR में,

- (i) $OP + OQ > PQ$
- (ii) $OQ + OR > QR$
- (iii) $OR + OP > RP$

प्रश्न 3. त्रिभुज ABC

की एक माध्यिका AM है।

बताइए कि क्या

$AB + BC + CA > 2AM$?

हल : त्रिभुज की असमिकाओं का प्रयोग करके ΔABM और ΔAMC में

$$AB + BM > AM \quad \dots(1)$$

$$\text{और} \quad AC + MC > AM \quad \dots(2)$$

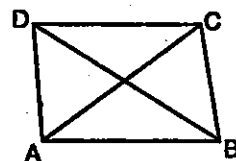
(1) और (2) के दोनों पक्षों को जोड़ने पर

$$AB + (BM + MC) + AC > AM + AM$$

$$\text{या} \quad AB + BC + AC > 2AM$$

प्रश्न 4. ABCD एक चतुर्भुज है। क्या

$$AB + BC + CD + DA > AC + BD ?$$



हल : माना ABCD एक चतुर्भुज है। AC और BD को मिलाओ।

त्रिभुज की असमिकाओं का प्रयोग करके ΔABC , ΔDAC , ΔABD और ΔCBD में,

$$AB + BC > AC \quad \dots(1)$$

$$CD + DA > AC \quad \dots(2)$$

$$AB + AD > BD \quad \dots(3)$$

और $BC + CD > BD \quad \dots(4)$

(1), (2), (3) और (4) को दोनों ओर जोड़िए

$$2(AB + BC + CD + AD) > 2(AC + BD)$$

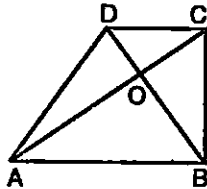
या $(AB + BC + CD + AD) > (AC + BD)$

प्रश्न 5. ABCD एक चतुर्भुज है। क्या

$$AB + BC + CD + DA < 2(AC + BD) ?$$

हल : माना ABCD एक चतुर्भुज है और AC और BD इसके कर्ण हैं जो O पर काटते हैं।

त्रिभुज की असमिकाओं का प्रयोग करके



$$\Delta OAB \text{ में, } OA + OB > AB \quad \dots(1)$$

इसी प्रकार, ΔBOC , ΔCOD और ΔAOD से क्रमशः हमें प्राप्त होता है।

$$OB + OC > BC \quad \dots(2)$$

$$OC + OD > DC \quad \dots(3)$$

और $OD + OA > DA \quad \dots(4)$

इन चारों परिणामों (1), (2), (3) और (4) को जोड़ने पर

$$2(OA + OB + OC + OD) > AB + BC + CD + DA$$

या $2(OA + OC) + 2(OB + OD) > AB + BC + CD + DA$

या $2(AC + BD) > AB + BC + CD + DA$

या $AB + BC + CD + DA < 2(AC + BD)$

प्रश्न 6. एक त्रिभुज की दो भुजाओं की माप 12 cm तथा 15 cm है। इसकी तीसरी भुजा की माप किन दो मापों के बीच होनी चाहिए?

हल : माना तीसरी भुजा की लंबाई x cm है।

$$\text{तो } 12 + 15 > x, x + 12 > 15 \text{ और } x + 15 > 12$$

$$\text{या } 27 > x, x > 3 \text{ और } x > -3$$

3 और 27 के बीच की संख्याएँ इन्हें संतुष्ट करेंगी।

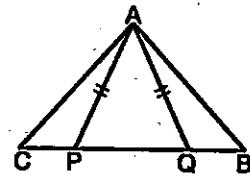
\therefore तीसरी भुजा की लंबाई 3 cm और 27 cm के बीच कोई लंबाई होगी।

अभ्यास प्रश्नावली

- नीचे प्रत्येक में तीन धनात्मक संख्याएँ हैं। बताइए कि यह त्रिभुज की भुजाओं की लंबाइयाँ हो सकती हैं :
(i) 3, 4, 5 (ii) 5, 6, 4 (iii) 3.5, 2.5, 6
- ΔABC की भुजा BC पर D एक बिंदु है तो दर्शाइए $AB + BC + CA > 2AD$

3. यदि ΔABC की भुजा BC पर P और Q बिंदु हैं और $AP = AQ$ तो दिखाइए

$$AC + AB + BC > 2AP + PQ$$



4. चतुर्भुज ABCD में, विकर्ण AC और BD, O पर काटते हैं।

$$\text{दिखाइए } AB + BC + CD + DA > AC + BD$$

5. ΔPQR के अभ्यंतर कोई बिंदु O है तो सिद्ध कीजिए

$$OP + OQ + OR > \frac{1}{2}(PQ + QR + RP)$$

6. एक त्रिभुज की दो भुजाएँ 10.2 cm और 5.8 cm हैं। तीसरी भुजा की लंबाई किन दो लंबाइयों के बीच होगी?

उत्तरमाला

- (i) संभव है (ii) संभव है (iii) संभव नहीं है
6. 4.4 cm और 16 cm के बीच में होगी

पृष्ठ 139 सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए

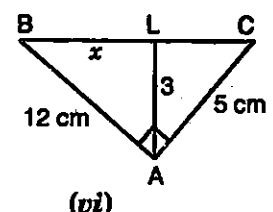
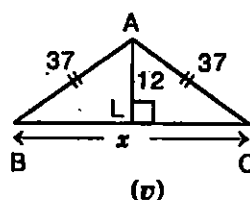
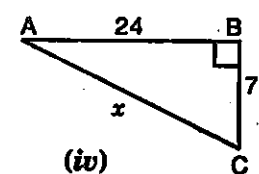
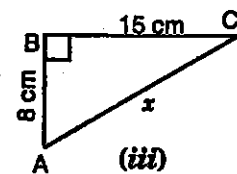
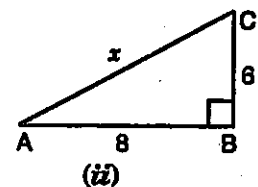
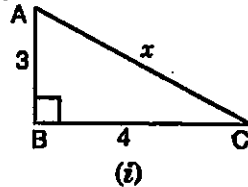
प्रश्न 1. किसी त्रिभुज में क्या उसके कोई दो कोणों का योग तीसरे कोण से सदैव अधिक होता है?

हल : त्रिभुज में किन्हीं दो कोणों का योग सदा तीसरे कोण से बड़ा नहीं होता है।

पृष्ठ 141-142 प्रयास कीजिए

प्रश्न 1. निम्न आकृतियों में अज्ञात लंबाई x ज्ञात कीजिए :

हल :



(i) ΔABC में कोण B समकोण है।

\therefore पाइथागोरस प्रमेय द्वारा

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

इसलिए, $x^2 = 3^2 + 4^2$

या $x^2 = 9 + 16$

या $x^2 = 25 = 5^2$

या $x = 5$

(ii) ΔABC में $\angle B$ समकोण है।

\therefore पाइथागोरस प्रमेय द्वारा

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

इसलिए, $x^2 = 8^2 + 6^2$

या $x^2 = 64 + 36$

या $x^2 = 100 = 10^2$

या $x = 10$

(iii) ΔABC में $\angle B$ समकोण है।

\therefore पाइथागोरस प्रमेय द्वारा

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

इसलिए, $x^2 = 8^2 + 15^2$

या $x^2 = 64 + 225$

या $x^2 = 289 = 17^2$

या $x = 17$

(iv) ΔABC में $\angle B$ समकोण है।

\therefore पाइथागोरस प्रमेय द्वारा

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

इसलिए, $x^2 = 24^2 + 7^2$

या $x^2 = 576 + 49$

या $x^2 = 625 = 25^2$

या $x = 25$

(v) समकोण ΔALB और ΔALC में पाइथागोरस प्रमेय का प्रयोग करके

$$BL^2 = AB^2 - AL^2$$

इसलिए, $BL^2 = 37^2 - 12^2$

या $BL^2 = (37 + 12)(37 - 12)$

या $BL^2 = 49 \times 25 = (7 \times 5)^2$

या $BL = 7 \times 5 = 35$

इसी प्रकार, $CL = 35$

$\therefore BC = BL + LC$
 $= 35 + 35 = 70$

या $x = 70$

(vi) ΔALB में पाइथागोरस प्रमेय का प्रयोग करके

$$BL^2 = AB^2 - AL^2$$

इसलिए, $x^2 = 12^2 - 3^2$

या $x^2 = 144 - 9$

या $x^2 = 135$

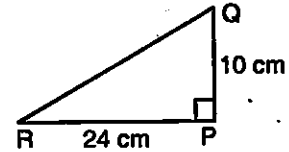
या $x = \sqrt{135}$

पृष्ठ 142

प्रश्नावली 6.5

प्रश्न 1. PQR एक त्रिभुज है जिसका P एक समकोण है। यदि PQ = 10 cm तथा PR = 24 cm तब QR ज्ञात कीजिए।

हल : समकोण ΔPQR में पाइथागोरस प्रमेय का प्रयोग करने पर,



$$QR^2 = PQ^2 + PR^2$$

इसलिए, $QR^2 = 24^2 + 10^2$

$$= 576 + 100 = 676 = 26^2$$

या $QR = 26$ cm

प्रश्न 2. ABC एक त्रिभुज है जिसका C एक समकोण है। यदि AB = 25 cm तथा AC = 7 cm तब BC ज्ञात कीजिए।

हल : समकोण ΔABC में पाइथागोरस प्रमेय का प्रयोग करने पर,

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

इसलिए, $BC^2 = AB^2 - AC^2$

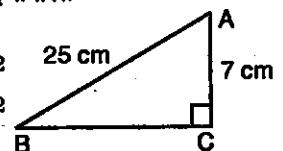
$$= 25^2 - 7^2$$

या $BC^2 = (25 + 7)(25 - 7)$

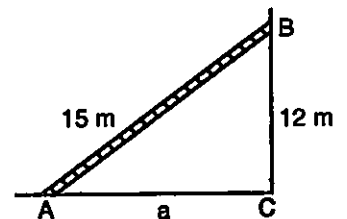
$$= 32 \times 18 = 16 \times 2 \times 18$$

या $BC^2 = 16 \times 36 = (4 \times 6)^2$

या $BC = 4 \times 6 = 24$ cm



प्रश्न 3. दीवार के सहारे उसके पैर कुछ दूरी पर टिका कर 15 m लंबी एक सीढ़ी भूमि से 12 m ऊँचाई पर स्थित खिड़की तक पहुँच जाती है। दीवार से सीढ़ी के पैर की दूरी ज्ञात कीजिए।



हल : माना AB सीढ़ी है और B खिड़की है तो,

$$AB = 15 \text{ m और } BC = 12 \text{ m}$$

क्योंकि ΔABC एक समकोण त्रिभुज है जिसका कोण C समकोण है, इसलिए

$$AC^2 = AB^2 - BC^2$$

$$= 15^2 - 12^2$$

$$= 225 - 144 = 81 = 9^2$$

या $AC = 9$ m

अतः, दीवार से सीढ़ी के पैर की दूरी 9 m है।

प्रश्न 4. निम्नलिखित में भुजाओं के कौन-से समूह एक समकोण त्रिभुज बना सकते हैं?

(i) 2.5 cm, 6.5 cm, 6 cm

(ii) 2 cm, 2 cm, 5 cm

(iii) 1.5 cm, 2 cm, 2.5 cm

समकोण त्रिभुज होने की स्थिति में उसके समकोण को भी पहचानिए।

हल : (i) माना $a = 2.5$ cm, $b = 6.5$ cm और $c = 6$ cm

तो

$$a^2 + c^2 = (2.5)^2 + 6^2 \\ = 6.25 + 36 = 42.25$$

और $b^2 = (6.5)^2 = 42.25$

इसलिए, $a^2 + c^2 = b^2$

अतः, दी गई भुजाएँ एक समकोण त्रिभुज बना सकती हैं और समकोण भुजा 6.5 cm का सम्मुख कोण होगा।

(ii) माना $a = 2$ cm, $b = 2$ cm और $c = 5$ cm

∴ $a^2 + b^2 = 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8$

और $c^2 = 5^2 = 25$

इसलिए, $a^2 + b^2 \neq c^2$

अतः, दी गई भुजाएँ समकोण त्रिभुज नहीं बना सकती हैं।

(iii) माना $a = 1.5$ cm, $b = 2$ cm और $c = 2.5$ cm

$$a^2 + b^2 = 1.5^2 + 2^2 \\ = 2.25 + 4 = 6.25$$

और $c^2 = (2.5)^2 = 6.25$

इसलिए, $a^2 + b^2 = c^2$

अतः, दी गई भुजाएँ समकोण त्रिभुज बना सकती हैं और 2.5 cm की भुजा का सम्मुख कोण समकोण होगा।

प्रश्न 5. एक पेड़ भूमि से 5 m की ऊँचाई पर टूट जाता है और उसका ऊपरी सिरा भूमि को उसके आधार से 12 m की दूरी पर छूता है। पेड़ की पूरी ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

हल : माना ACB टूटने से पहले पेड़ है जो C बिंदु से टूटता है और इसका ऊपरी हिस्सा A जमीन पर A' पर छूता है तो $\Delta A'BC$ एक समकोण त्रिभुज बनाता है जिसका B समकोण है तथा $A'B = 12$ m, $BC = 5$ m

पाइथागोरस प्रमेय द्वारा

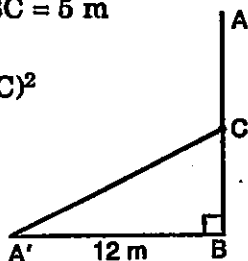
$$(A'C)^2 = (A'B)^2 + (BC)^2$$

या $(A'C)^2 = 12^2 + 5^2$

$$= 144 + 25$$

$$= 169 = 13^2$$

या $A'C = 13$



या $AC = A'C = 13$ m $[\because AC = A'C]$

∴ $AB = AC + BC$

$$= (13 + 5) \text{ m} = 18 \text{ m}$$

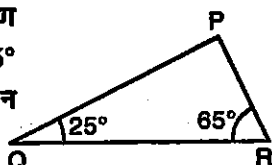
अतः, टूटने से पहले पेड़ की ऊँचाई 18 m थी।

प्रश्न 6. त्रिभुज PQR में कोण

$Q = 25^\circ$ तथा कोण $R = 65^\circ$

हैं। अग्रलिखित में कौन-सा कथन

सत्य है?



(i) $PQ^2 + QR^2 = RP^2$

(ii) $PQ^2 + RP^2 = QR^2$

(iii) $RP^2 + QR^2 = PQ^2$

हल : कोण योग गुण द्वारा,

$$\angle P + \angle Q + \angle R = 180^\circ$$

इसलिए, $\angle P + 25^\circ + 65^\circ = 180^\circ$

या $\angle P + 90^\circ = 180^\circ$

या $\angle P = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

∴ ΔPQR एक समकोण त्रिभुज है जिसका P समकोण है।

∴ पाइथागोरस प्रमेय द्वारा,

$$PR^2 + PQ^2 = QR^2$$

अतः (ii) सत्य है।

प्रश्न 7. एक आयत की लंबाई 40 cm है तथा उसका एक विकर्ण 41 cm है। इसका परिमाण ज्ञात कीजिए।

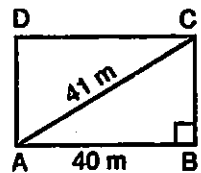
हल : माना ABCD एक आयत

है जिसमें

$AB = 40$ m और $AC = 41$ m

समकोण ΔABC में कोण B

समकोण है।



पाइथागोरस प्रमेय द्वारा

$$BC^2 = AC^2 - AB^2$$

$$= 41^2 - 40^2$$

$$= (41 + 40)(41 - 40)$$

$$= 81 \times 1 = 81 = 9^2$$

या $BC = 9$ m

अब, आयत का परिमाण = $2(AB + BC)$

$$= 2(40 + 9) \text{ m}$$

$$= 2 \times 49 \text{ m} = 98 \text{ m}$$

प्रश्न 8. एक समचतुर्भुज के विकर्ण 15 cm तथा 30 cm हैं। इसका परिमाण ज्ञात कीजिए।

हल : माना ABCD एक

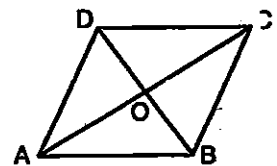
समचतुर्भुज है जिसमें $AC =$

30 cm और $BD = 16$ cm

यह देखा जा सकता है कि

समचतुर्भुज के कर्ण एक दूसरे

को समकोण पर काटते हैं।



∴ ΔAOB में,

$$AO = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 30 \text{ cm} = 15 \text{ cm},$$

$$OB = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} \times 16 \text{ cm} = 8 \text{ cm},$$

और $\angle AOB = 90^\circ$

∴ पाइथागोरस प्रमेय द्वारा

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 = 15^2 + 8^2$$

$$= 225 + 64 = 289 = 17^2$$

या $AB = 17 \text{ cm}$
 \therefore समचतुर्भुज का परिमाण $= 4 \times AB = 4 \times 17 \text{ cm}$
 $= 68 \text{ cm}$

अभ्यास प्रश्नावली

- ΔPQR में, $\angle PQR = 45^\circ$ और $PL \perp QR$ जो QR से L पर इस प्रकार मिलता है कि $\angle QPL = \angle RPL$ है। यदि $QL = 2 \text{ cm}$ हो तो $\angle R$ की माप और LR की लंबाई ज्ञात कीजिए।
- एक समकोण त्रिभुज का कर्ण 17 cm लंबा है। यदि शेष दो भुजाओं में से एक की लंबाई 8 cm है तो दूसरी भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।
- 3.7 m लंबी सीढ़ी दीवार पर इस प्रकार लगी है कि सीढ़ी का पैर दीवार से 1.2 m की दूरी पर है तो दीवार की वह ऊँचाई ज्ञात कीजिए जहाँ तक सीढ़ी पहुँचती है।
- यदि त्रिभुज की भुजाओं की लंबाई 3 cm , 4 cm और 6 cm है तो बताइए कि त्रिभुज समकोण है अथवा नहीं।
- एक आदमी 15 मीटर पश्चिम की ओर तथा इसके बाद 8 मीटर उत्तर की ओर चलता है। यह प्रारंभिक बिंदु से कितनी दूर गया है?
- एक पेड़ टूट जाता है लेकिन अलग नहीं होता। पेड़ का ऊपरी हिस्सा पेड़ के आधार से 6 m की दूरी पर झुका है जहाँ से पेड़ टूटा है। वह ज़मीन से 2.5 m ऊँचा है। पेड़ की कुल ऊँचाई क्या थी?
- आयत का परिमाण ज्ञात कीजिए जिसकी लंबाई 15 cm और इसका एक कर्ण 17 cm है।
- समचतुर्भुज का परिमाण ज्ञात कीजिए जिसके कर्णों की लंबाई 24 cm और 10 cm है।

उत्तरमाला

- | | | |
|--------------------------------|--------------------|--------------------|
| 1. 45° , 2 cm | 2. 15 cm | 3. 3.5 m |
| 4. नहीं | 5. 17 m | 6. 9 m |
| 7. 46 cm | 8. 52 cm | |

पृष्ठ 143 सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए

प्रश्न 1. त्रिभुज PQR का कोण P एक समकोण है। इसकी सबसे लंबी भुजा कौन-सी है?

हल : सबसे लंबी भुजा सबसे बड़े कोण के सामने होती है। ΔPQR में सबसे बड़ा कोण 90° , जो कोण P दिया है। अतः सबसे लंबी भुजा कोण P के सामने होगी। यह QR है।

प्रश्न 2. त्रिभुज ABC का कोण B एक समकोण है। इसकी सबसे लंबी भुजा कौन-सी है?

हल : क्योंकि सबसे लंबी भुजा सबसे बड़े कोण के सामने होती है। ΔABC में $\angle B$ सबसे बड़ा कोण है अर्थात् $\angle B = 90^\circ$ । अतः, सबसे लंबी भुजा $\angle B$ के सामने की भुजा AC होगी।

प्रश्न 3. किसी समकोण त्रिभुज में सबसे लंबी भुजा कौन-सी होती है?

हल : समकोण त्रिभुज में सबसे लंबी भुजा कर्ण होती है।

प्रश्न 4. किसी आयत में विकर्ण पर बने वर्ग का क्षेत्रफल उसकी लंबाई तथा चौड़ाई पर बने वर्गों के क्षेत्रफल के योग के बराबर होता है। यह बौधायन का प्रमेय है। इसकी पाइथागोरस गुण से तुलना कीजिए।

हल : पाइथागोरस प्रमेय-समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग शेष दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होता है। जो पहले बौधायन ने बौधायन सुलभ सूत्र में किया है। उसने कहा-आयत के कर्ण द्वारा बनाया गया क्षेत्रफल इसकी दोनों भुजाओं के द्वारा बनाए क्षेत्रफल के बराबर होता है।

स्पष्ट है कि यह पहला ही कथन था जिसे आजकल पाइथागोरस गुण के नाम से जानते हैं।

बहुवैकल्पिक प्रश्न

निम्नलिखित प्रश्नों के साथ दिए गए चार उत्तरों (a), (b), (c) और (d) में से ठीक उत्तर छाँटिए -

- एक त्रिभुज जिसकी भुजाओं की लंबाई 3 cm , 4 cm और 5 cm हैं तो वह है :
 (a) एक समकोण त्रिभुज
 (b) एक अधिक कोण त्रिभुज
 (c) एक न्यूनकोण त्रिभुज
 (d) इनमें से कोई नहीं।
- एक ΔPQR में यदि $PQ^2 = QR^2 + RP^2$ हो, तो समकोण है :
 (a) P
 (b) Q
 (c) R
 (d) इनमें से कोई नहीं
- $BC = 5.2$ सेमी., $AC = 4$ सेमी. और $\angle C = 120^\circ$ से बना त्रिभुज होगा :
 (a) एक न्यूनकोण त्रिभुज
 (b) एक अधिक कोण त्रिभुज
 (c) एक समकोण त्रिभुज
 (d) इनमें से कोई नहीं
- 5 सेमी., 12 सेमी. और 13 सेमी. भुजा वाला त्रिभुज होगा :
 (a) एक विषमबाहु त्रिभुज
 (b) एक समद्विबाहु त्रिभुज
 (c) एक समबाहु त्रिभुज
 (d) कोई त्रिभुज नहीं बनेगा
- यदि एक त्रिभुज के दो कोण 70° और 80° हैं, तो तीसरा कोण होगा :
 (a) 30° (b) 45° (c) 60° (d) 90°
- ΔPQR में यदि $PQ = QR$ और $\angle Q = 70^\circ$, तो $\angle R = \dots\dots$
 (a) 55° (b) 110°
 (c) 130° (d) इनमें से कोई नहीं

7. $AB = BC = 5.2 \text{ cm}$ और $\angle B = 90^\circ$ से बना त्रिभुज होगा :

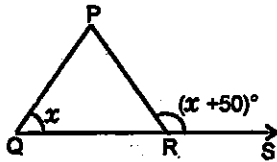
- (a) एक समकोण त्रिभुज
(b) एक समद्विबाहु त्रिभुज
(c) एक समबाहु त्रिभुज
(d) एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज
8. एक समद्विबाहु त्रिभुज की दो भुजाएँ 4 सेमी. और 5 सेमी. हैं तो तीसरी भुजा की लंबाई होगी :
(a) 4 सेमी. (b) 5 सेमी.
(c) 4 सेमी. अथवा 5 सेमी. (d) इनमें से कोई नहीं

9. ΔPQR में $\angle P = 60^\circ$ और $PQ = PR$, तो ΔPQR है :

- (a) एक समद्विबाहु त्रिभुज
(b) एक समकोण त्रिभुज
(c) एक समबाहु त्रिभुज
(d) एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज
10. निम्न कथनों में कौन सा कथन असत्य है?
(a) एक त्रिभुज की दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से बड़ा होता है।
(b) एक समकोण त्रिभुज में विकर्ण सबसे बड़ी भुजा होता है।
(c) यदि A, B, C संरेख है, जहाँ B, A और C के मध्य है तो $AB + BC = AC$
(d) इनमें से कोई नहीं।

11. एक त्रिभुज की दो भुजाएँ 6 सेमी. और 9 सेमी. हैं। निम्न में से कौन तीसरी भुजा की लंबाई हो सकती है?

- (a) 17 सेमी. (b) 15 सेमी. (c) 13 सेमी. (d) 3 सेमी.
12. नीचे दी गई आकृति में, $PQ = PR$ है तो x का मान होगा :



- (a) 70° (b) 65° (c) 60° (d) 100°
13. एक समकोण त्रिभुज में समकोण के अलावा अन्य दो कोण होंगे :
(a) समकोण (b) अधिक कोण
(c) न्यूनकोण (d) इनमें से कोई नहीं
14. यदि क्रमशः ΔABC की भुजाओं BC, CA और AB की लंबाई हैं, तो :
(a) $a - b > c$ (b) $c > a + b$
(c) $c = a + b$ (d) $b < c + a$
15. यदि एक त्रिभुज के कोणों का अनुपात 1 : 3 : 5 है तो त्रिभुज होगा :
(a) एक न्यूनकोण त्रिभुज

- (b) एक अधिककोण त्रिभुज
(c) एक समकोण त्रिभुज
(d) एक समकोण समद्विबाहु त्रिभुज

16. एक त्रिभुज में सदैव होता है :

- (a) केवल एक न्यूनकोण
(b) ठीक दो न्यूनकोण
(c) कम से कम दो न्यून कोण
(d) इनमें से कोई नहीं

17. निम्नलिखित में से कौन-सा कथन सत्य है?

- (a) किन्हीं दो भुजाओं का अंतर तीसरी भुजा से कम होता है।
(b) एक त्रिभुज में दो अधिक कोण नहीं हो सकते।
(c) एक त्रिभुज में एक समकोण तथा एक अधिक कोण नहीं हो सकते।
(d) सभी।

18. एक बिन्दु जो एक त्रिभुज के शीर्ष से समदूरस्थ हो, वह कहलाता है :

- (a) लंब केन्द्र (b) केन्द्रक
(c) परिकेन्द्र (d) अंतःकेन्द्र

19. एक त्रिभुज के केन्द्रक से त्रिभुज के गुजरते हैं।

- (a) कोण समद्विभाजक (b) लंब समद्विभाजक
(c) शीर्षलंब (d) माध्यिका

20. ΔPQR में, यदि $PQ + QR = 10$ सेमी., $QR + RP = 12$ सेमी. और $RP + PQ = 16$ सेमी., तो ΔPQR का परिमाप है :

- (a) 19 सेमी. (b) 17 सेमी.
(c) 28 सेमी. (d) इनमें से कोई नहीं

21. एक त्रिभुज का बाह्य कोण अपने सम्मुख अंतःकोणों के योग के

- (a) बड़ा होता है
(b) कम होता है
(c) बराबर होता है
(d) बड़ा अथवा बराबर होता है

22. एक त्रिभुज का एक बाह्य कोण 70° है तथा अंतःअभिमुख कोणों का अनुपात 2 : 5 है तो कोण हैं :

- (a) $20^\circ, 50^\circ, 110^\circ$ (b) $70^\circ, 20^\circ, 90^\circ$
(c) $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ (d) $60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$

- उत्तरमाला — 1. (a), 2. (c), 3. (b), 4. (a), 5. (a), 6. (a), 7. (d), 8. (c), 9. (c), 10. (d), 11. (c), 12. (b), 13. (c), 14. (d), 15. (b), 16. (c), 17. (d), 18. (c), 19. (d), 20. (a), 21. (c), 22. (a).