

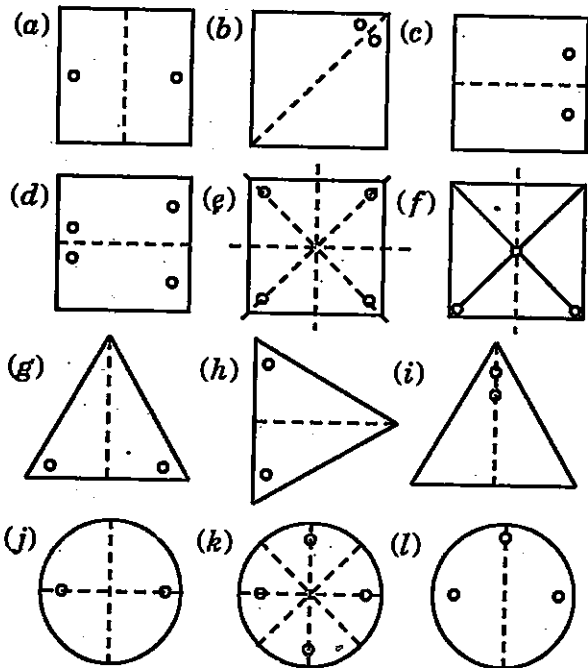
# 14. सममिति

पृष्ठ 284-286

## प्रश्नावली 14.1

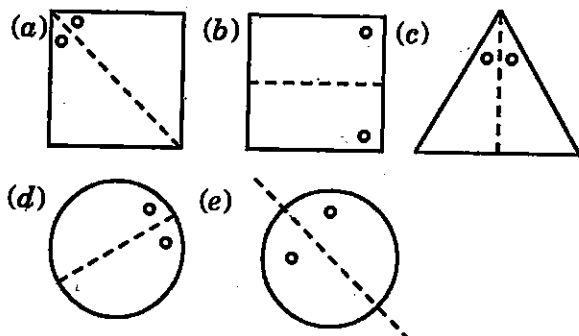
प्रश्न 1. निम्नलिखित छेद की हुई आकृतियों की प्रतिलिपियाँ बनाकर (खींच कर) उनमें से प्रत्येक की सममित रेखाएँ ज्ञात कीजिए :

हल : दी गई आकृति के लिए, सममिति अक्ष बिंदुकित रेखाओं के द्वारा नीचे दिखाया गया है :



प्रश्न 2. नीचे सममित रेखा (रेखाएँ) दी हुई हैं। अन्य छेद ज्ञात कीजिए।

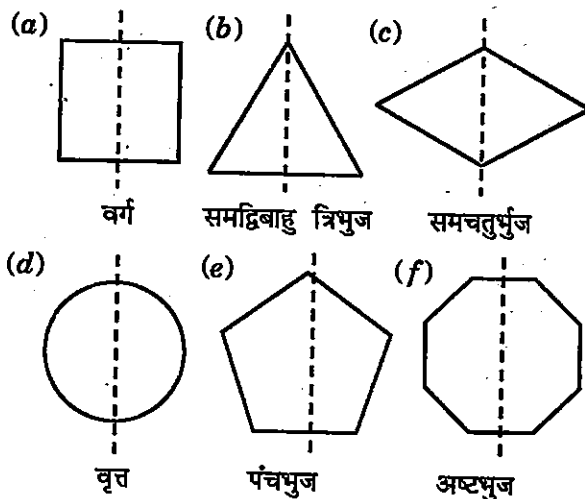
हल : नीचे दी गई आकृतियों में सममित रेखा के दूसरी ओर अन्य छेद को दर्शाया गया है :



प्रश्न 3. निम्नलिखित आकृतियों में, दर्पण रेखा (अर्थात् सममित रेखा) बिंदुकित रेखा के रूप में दी गई है। बिंदुकित (दर्पण) रेखा में प्रत्येक आकृति का परावर्तन करके, प्रत्येक आकृति को पूरा कीजिए। (आप बिंदुकित रेखा के अनुदिश एक दर्पण रख सकते हैं और फिर

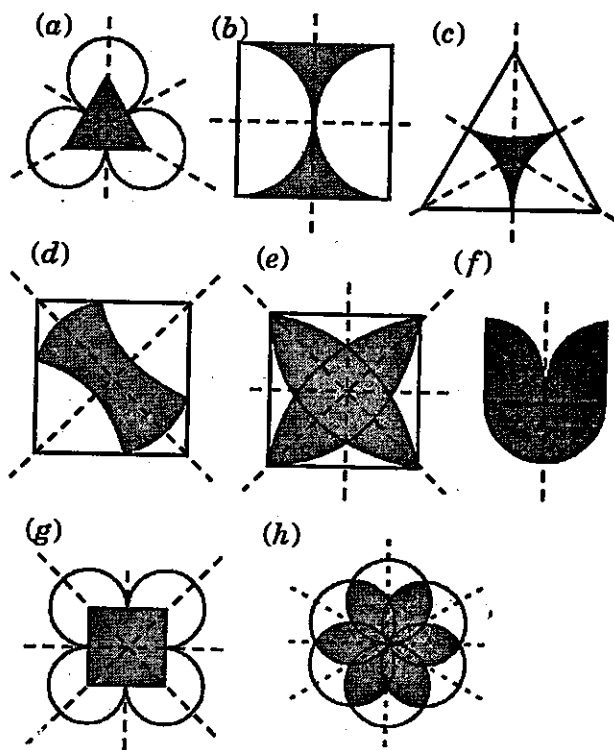
प्रतिबिंब (image) के लिए दर्पण में देख सकते हैं)। क्या आपको पूरी की गई आकृति का नाम याद है?

हल : दी गई सममित रेखा वाली संगत पूर्ण आकृतियों नीचे दी गई हैं। इनके संगत नाम भी आकृति के नीचे दिए गए हैं :



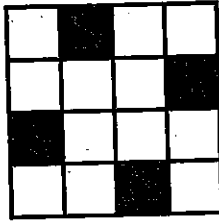
प्रश्न 4. निम्नलिखित आकृतियों में से प्रत्येक में विविध सममित रेखाओं (यदि हों तो), की पहचान कीजिए :

हल : दी गई आकृतियों की विविध सममित रेखाएँ नीचे बिंदुकित रेखाओं द्वारा दर्शाई गई हैं :



ध्यान दें कि (f) आकृति में विविध सममित रेखाएँ नहीं हैं।

प्रश्न 5. यहाँ दी हुई आकृति की प्रतिलिपि बनाइए। किसी एक विकर्ण की सममित रेखा लीजिए तथा कुछ और वर्गों को इस तरह छायांकित कीजिए, कि यह आकृति इस विकर्ण के अनुदिश सममित हो जाए। क्या ऐसा करने की एक से अधिक विधियाँ हैं? क्या यह आकृति दोनों विकर्णों के अनुदिश सममित होगी?



हल : माना वर्ग के शीर्ष A, B, C तथा D हैं।

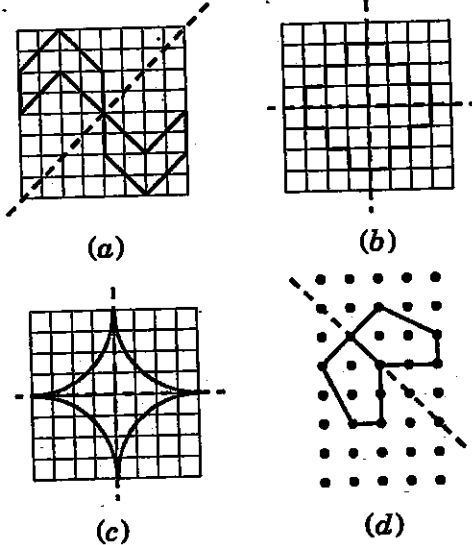
विकर्ण BD को सममित रेखा के रूप में लो और कुछ और वर्गों को दिखाए अनुसार छायांकित कीजिए जिससे यह इस कर्ण के अनुदिश सममित हो जाए।

ऐसा करने के लिए केवल एक ही विधि है।

स्पष्ट है कि आकृति दूसरे कर्ण के अनुदिश भी सममित होगी। अतः, आकृति दोनों कर्ण के अनुदिश सममित होगी।

प्रश्न 6. निम्नलिखित आरेखों की प्रतिलिपियाँ बनाइए तथा प्रत्येक आकार को इस तरह पूरा कीजिए ताकि वह आकार दर्पण रेखा (या रेखाओं) के अनुदिश सममित हो :

हल : दर्पण रेखा के अनुदिश पूर्ण आकार निम्न प्रकार हैं :



प्रश्न 7. निम्नलिखित आकृतियों के लिए सममित रेखाओं की संख्याएँ बताइए :

हल :

आकृति	सममित रेखाओं की संख्या
(a) एक समबाहु त्रिभुज	3
(b) एक समद्विबाहु त्रिभुज	1
(c) एक विषमबाहु त्रिभुज	0

(d) एक वर्ग	4
(e) एक आयत	2
(f) एक समचतुर्भुज	2
(g) एक समांतर चतुर्भुज	0
(h) एक चतुर्भुज	0
(i) एक सम षड्भुज	6
(j) एक वृत्त	असीमित

प्रश्न 8. अंग्रेजी वर्णमाला के किन अक्षरों में निम्नलिखित के अनुदिश परावर्तन सममिति (दर्पण परावर्तन से संबंधित सममिति) है :

- (a) एक ऊर्ध्वाधर दर्पण  
(b) एक क्षैतिज दर्पण  
(c) ऊर्ध्वाधर और क्षैतिज दर्पण दोनों

हल : (a) एक ऊर्ध्वाधर दर्पण में अंग्रेजी वर्णमाला के अक्षरों में परावर्तन सममिति है :

A, H, I, M, O, T, U, V, W, X, Y

(b) क्षैतिज दर्पण के अनुदिश अंग्रेजी अक्षरों में परावर्तन सममिति है :

B, C, D, E, H, I, K, O और X

(c) अंग्रेजी अक्षरों में परावर्तन सममित दोनों ऊर्ध्वाधर और क्षैतिज दर्पणों के अनुदिश : H, I, O और X

प्रश्न 9. ऐसे आकारों के तीन उदाहरण दीजिए, जिनमें कोई सममित रेखा न हो।

हल : सममित रेखा न होने वाले तीन आकारों के उदाहरण हैं :

- (i) एक विषमबाहु त्रिभुज  
(ii) एक समांतर चतुर्भुज  
(iii) एक अनियमित चतुर्भुज

प्रश्न 10. आप निम्नलिखित आकृतियों की सममित रेखा के लिए अन्य क्या नाम दे सकते हैं?

- (a) एक समद्विबाहु त्रिभुज (b) एक वृत्त

हल : सममित रेखा का अन्य नाम :

(a) एक समद्विबाहु त्रिभुज में असमान भुजा के संगत शीर्षलंब या माध्यिका।

(b) एक वृत्त में वृत्त का व्यास।

### 14.3 घूर्णन सममिति

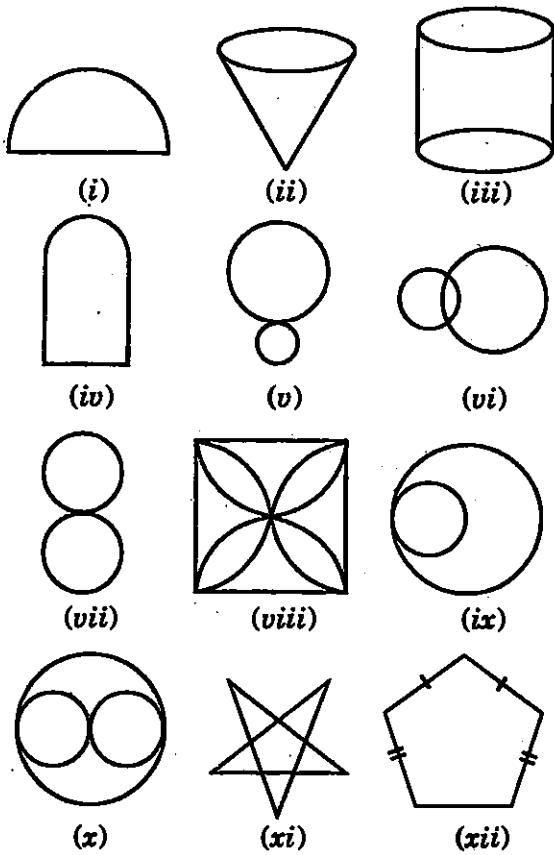
प्रश्न : (i) दक्षिणावर्त घूर्णन और (ii) बामावर्त घूर्णन में से प्रत्येक के लिए तीन उदाहरण दीजिए?

उत्तर : दक्षिणावर्त घूर्णन : नट कसना (टाइट करना), पेंच कसना और घड़ी की सुई का चलना।

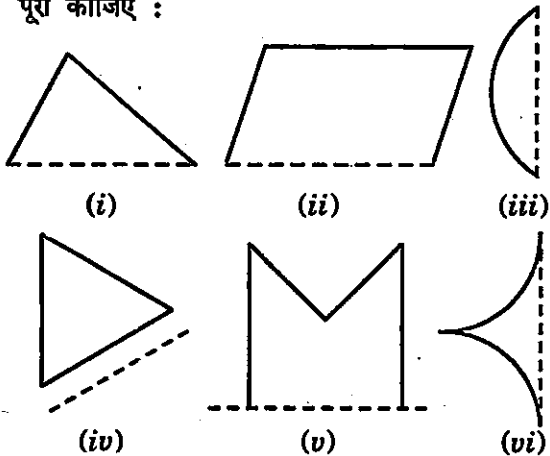
बामावर्त घूर्णन : नट खोलना (loose करना), पेंच खोलना और घड़ी की सुई विपरीत (उल्टी) दिशा में चलना।

### अभ्यास प्रश्नावली

1. अपनी कॉपी पर निम्न आकृतियों की प्रतिलिपि बनाइए और प्रत्येक स्थिति में सममित रेखा (अथवा रेखाएँ) खींचिए। इन्हें बिंदुकित रेखा से खींचिए।



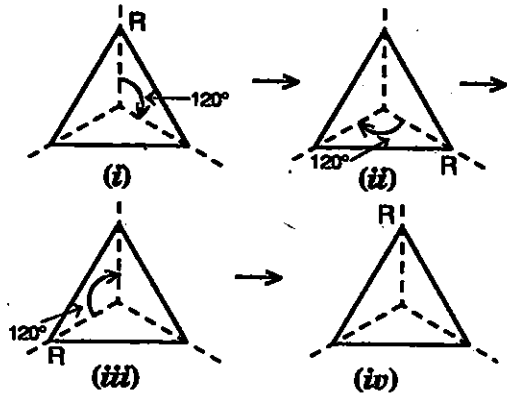
2. निम्नलिखित में दर्पणरेखा बिंदुकित रेखा के रूप में दी गई है। अपनी कॉपी पर प्रतिलिपि बनाकर इन्हें पूरा कीजिए :



पृष्ठ 288

### प्रयास कीजिए

प्रश्न 1. (a) क्या अब आप एक समबाहु त्रिभुज के लिए, घूर्णन सममिति के क्रम को बता सकते हैं?

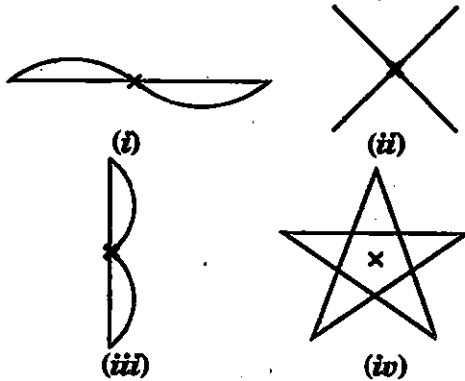


(b) जब उपरोक्त त्रिभुज को उसके केंद्र के परित (चारों ओर)  $120^\circ$  के कोण पर घुमाया जाता है, तो कितनी स्थितियों में त्रिभुज (स्थिति के अनुसार) पहले जैसा ही लगता है?

हल : (a) एक पूरे चक्र में तीन स्थितियों में (कोण  $120^\circ$ ,  $240^\circ$  और  $360^\circ$  के घूर्णन पर) त्रिभुज पहले जैसा दिखाई देगा, क्योंकि इसमें हम कह सकते हैं कि इसमें क्रम 3 की घूर्णन सममिति होगी।

(b) यहाँ तीन स्थितियाँ हैं जहाँ त्रिभुज पहले जैसा दिखाई देगा जब इसको केंद्र के परित घुमाया जाएगा।

प्रश्न 2. निम्नलिखित में से कौन-से आकारों (आकृति) में अंकित बिंदु के परित (चारों ओर) घूर्णन सममिति है?



हल : हम जानते हैं कि जब कोई आकृति एक कोण के द्वारा एक बिंदु पर घूर्णन करता है और पहले जैसा दिखाई देता है तो इसे घूर्णन सममिति कहते हैं।

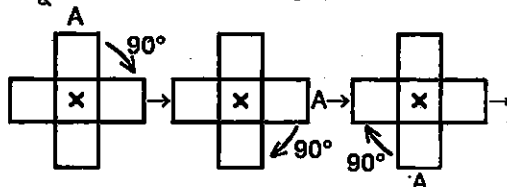
आकृति (i), (ii) और (iv) में घूर्णन सममिति है।

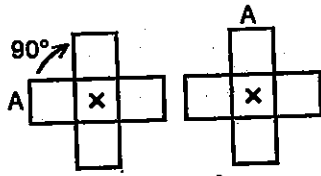
पृष्ठ 289

### प्रयास कीजिए

प्रश्न : दी हुई आकृतियों के लिए  $\times$  से अंकित बिंदु के परित घूर्णन सममिति का क्रम बताइए (आकृति)।

हल : (i) आकृतियों के लिए  $\times$  से अंकित बिंदु के परित घूर्णन सममिति का क्रम है :

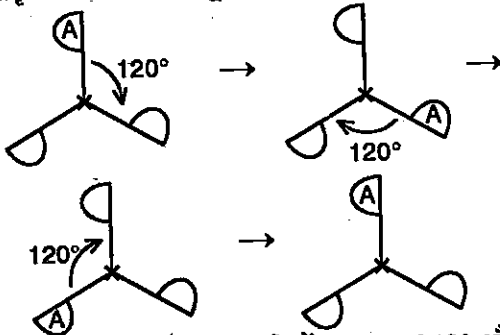




माना आयत को ऊर्ध्वाधर सिरे पर A लगाते हैं। हम देखते हैं कि इस प्रकार प्राप्त आकृति चारों स्थितियों में बिलकुल मूल आकृति के जैसी दिखती है।

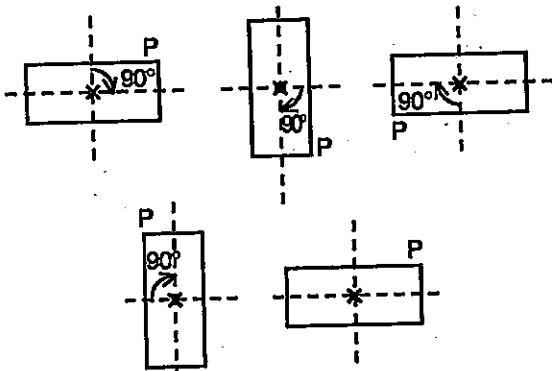
अतः आकृति में क्रम 4 की घूर्णन सममिति होगी।

(ii) आकृति के संदर्भ में घूर्णन क्रम ज्ञात करने के लिए



स्पष्ट है, यह आकृति तीन स्थितियों ( $120^\circ$ ,  $240^\circ$  और  $360^\circ$ ) में बिलकुल मूल आकृति जैसी दिखती है। अतः, इसमें क्रम 3 की घूर्णन सममिति होगी।

(iii) आकृति के संदर्भ में घूर्णन क्रम ज्ञात करने के लिए

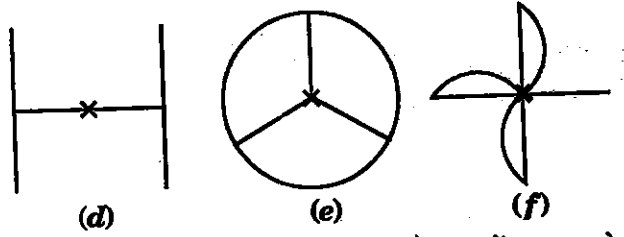
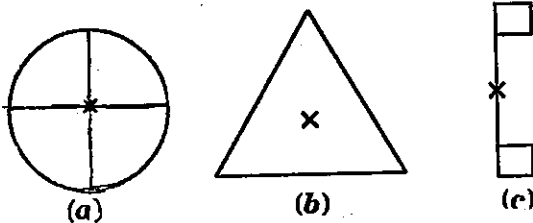


स्पष्ट है, यह आकृति दो स्थितियों ( $180^\circ$  और  $360^\circ$ ) यानी ऊपर की दूसरी और चौथी स्थिति की आकृतियों की स्थिति में बिलकुल मूल आकृति जैसी दिखती है। अतः, इसमें क्रम 2 की घूर्णन सममिति होगी।

पृष्ठ 290

### प्रश्नावली 14.2

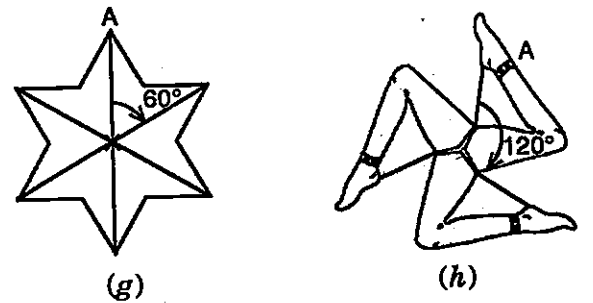
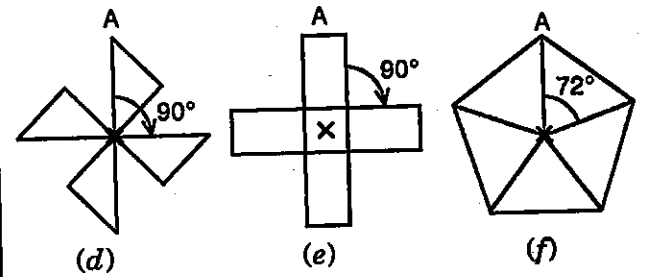
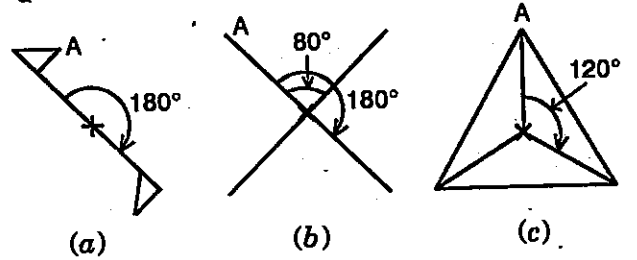
प्रश्न 1. निम्नलिखित आकृतियों में से किन आकृतियों में 1 से अधिक क्रम की घूर्णन सममिति है?



हल : आकृति (a), (b), (d), (e) और (f) में क्रम 1 से अधिक घूर्णन सममिति है।

प्रश्न 2. प्रत्येक आकृति के घूर्णन सममिति का क्रम बताइए।

हल : माना प्रत्येक आकृति पर बिंदु A और कोण जिस पर घूर्णन करेगा अंकित किया तथा घूर्णन निम्न प्रकार करेगा :



अब हम घूर्णन सममिति ज्ञात करने के लिए निम्न प्रकार चलेंगे :

आकृति (a) में : दो स्थितियों ( $180^\circ$  और  $360^\circ$ ) में घुमाने पर प्राप्त आकृति बिलकुल मूल आकृति जैसी दिखती है। अतः, इसमें क्रम 2 की घूर्णन सममिति होगी।

आकृति (b) में : दो स्थितियों ( $180^\circ$  और  $360^\circ$ ) में घुमाने पर प्राप्त आकृति बिलकुल मूल आकृति जैसी दिखती है। अतः, इसमें क्रम 2 की घूर्णन सममिति होगी।

आकृति (c) में : तीन स्थितियों ( $120^\circ$ ,  $240^\circ$  और  $360^\circ$ ) में घुमाने पर प्राप्त आकृति बिलकुल मूल आकृति जैसी दिखती है। अतः, इसमें क्रम 3 की घूर्णन सममिति होगी।

आकृति (d) में : चार स्थितियों (90°, 180°, 270° और 360°) में घुमाने पर प्राप्त आकृति बिलकुल मूल आकृति जैसी दिखती है। अतः, इसमें क्रम 4 की घूर्णन सममिति होगी।

आकृति (e) में : चार स्थितियों (90°, 180°, 270° और 360°) में घुमाने पर प्राप्त आकृति बिलकुल मूल आकृति जैसी दिखती है। अतः, इसमें क्रम 4 की घूर्णन सममिति होगी।

आकृति (f) में : पाँच स्थितियों (72°, 144°, 216°, 288° और 360°) में घुमाने पर प्राप्त आकृति बिलकुल मूल आकृति जैसी दिखती है। अतः, इसमें क्रम 5 की घूर्णन सममिति होगी।

आकृति (g) में : छः स्थितियों (60°, 120°, 180°, 240°, 300° और 360°) में घुमाने पर प्राप्त आकृति बिलकुल मूल आकृति जैसी दिखती है। अतः, इसमें क्रम 6 की घूर्णन सममिति होगी।

आकृति (h) में : तीन स्थितियों (120°, 240° और 360°) में घुमाने पर प्राप्त आकृति बिलकुल मूल आकृति जैसी दिखती है। अतः, इसमें क्रम 3 की घूर्णन सममिति होगी।

#### 14.4 रैखिक सममिति और घूर्णन सममिति

प्रश्न : इसकी कितनी सममिति रेखाएँ हैं?

उत्तर : इसकी (वर्ग की) चार सममित रेखाएँ हैं/होती हैं।

प्रश्न : क्या इसमें कोई घूर्णन सममिति है? यदि उत्तर 'हाँ' है, तो इस घूर्णन सममिति का क्रम क्या है?

उत्तर : हाँ, वर्ग में घूर्णन सममिति है/होती है। वर्ग की घूर्णन सममिति का क्रम 4 है।

#### पृष्ठ 291

#### इन्हें कीजिए

अंग्रेजी वर्णमाला के कुछ अक्षरों में अद्भुत एवं आकर्षक सममितीय संरचनाएँ (structures) हैं। किन बड़े अक्षरों में केवल एक ही सममित रेखा है (जैसे E)? किन बड़े अक्षरों में क्रम 2 की घूर्णन सममिति है (जैसे I)?

उपरोक्त प्रकार से सोचते हुए, आप निम्नलिखित सारणी को भरने में समर्थ हो पाएँगे :

हल : पाठ्यपुस्तक में दी हुई तालिका निम्न प्रकार से भरी जाएगी :

वर्णमाला का अक्षर	रैखिक सममिति	सममित रेखाओं की संख्या	घूर्णन सममित	घूर्णन सममिति का क्रम
Z	नहीं	0	हाँ	2
S	नहीं	0	हाँ	2
H	हाँ	एक	हाँ	2
O	हाँ	असंख्य	हाँ	असंख्य
E	हाँ	एक	हाँ	1
N	हाँ	0	हाँ	2
C	हाँ	1	हाँ	1

#### पृष्ठ 291

#### प्रश्नावली 14.3

प्रश्न 1. किन्हीं दो आकृतियों के नाम बताइए, जिनमें रैखिक सममिति और क्रम 1 से अधिक की घूर्णन सममिति दोनों ही हों।

हल : दो आकृतियाँ जिनमें दोनों रैखिक सममिति और क्रम सममिति हों वे हैं समबाहु त्रिभुज और एक वृत्त या आयत आदि।

प्रश्न 2. जहाँ संभव हो, निम्नलिखित की एक रफ़ आकृति खींचिए :

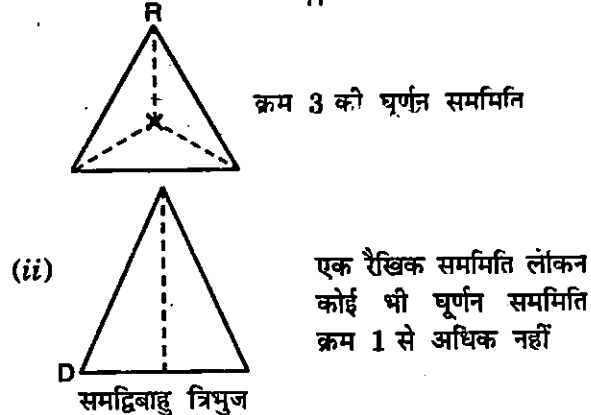
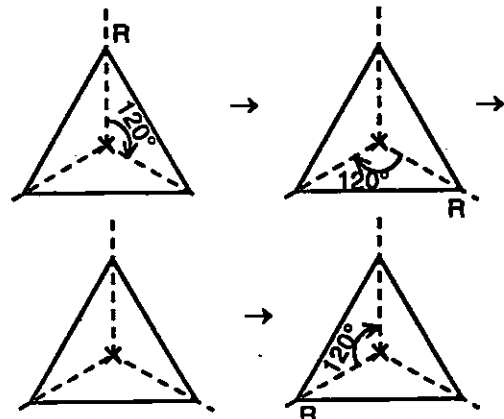
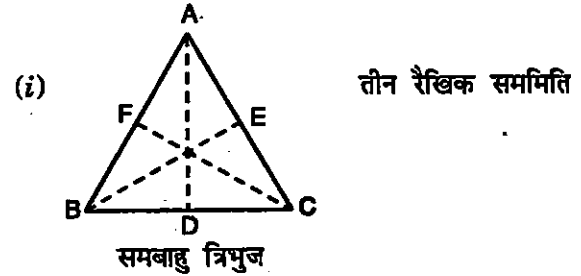
(i) एक त्रिभुज, जिसमें रैखिक सममिति और क्रम 1 से अधिक की घूर्णन सममिति दोनों ही हों।

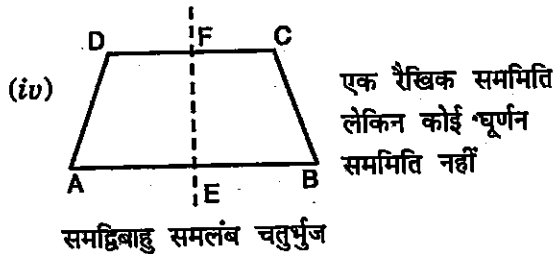
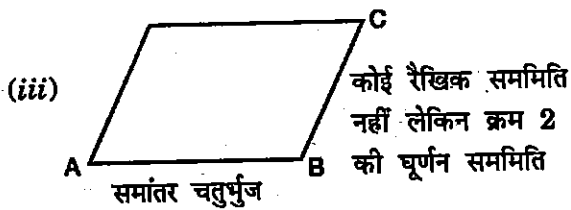
(ii) एक त्रिभुज, जिसमें केवल रैखिक सममिति और क्रम 1 से अधिक की घूर्णन सममिति न हो।

(iii) एक चतुर्भुज जिसमें क्रम 1 से अधिक की घूर्णन सममिति हो, परंतु रैखिक सममिति न हो।

(iv) एक चतुर्भुज जिसमें केवल रैखिक सममिति हो और क्रम 1 से अधिक की घूर्णन सममिति न हो।

हल : प्रत्येक स्थिति की रफ़ आकृति निम्न है :





प्रश्न 3. यदि किसी आकृति की दो या अधिक सममिति रेखाएँ हों, तो क्या यह आवश्यक है कि उसमें क्रम 1 से अधिक की घूर्णन सममिति होगी?

हल : जब आकृति में दो या अधिक रैखिक सममिति होती हैं तो आकृति में क्रम 1 से अधिक घूर्णन सममिति होती है।

प्रश्न 4. रिक्त स्थानों को भरिए :

हल : पाठ्यपुस्तक में दी गई तालिका निम्न प्रकार से भरी जाएगी :

आकार	घूर्णन का केन्द्र	घूर्णन सममिति का क्रम	घूर्णन का कोण
वर्ग	हाँ	4	$90^\circ$
आयत	हाँ	2	$180^\circ$
समचतुर्भुज	हाँ	2	$180^\circ$
समबाहु त्रिभुज	हाँ	3	$120^\circ$
समषट्भुज	हाँ	6	$60^\circ$
वृत्त	हाँ	असीमित	प्रत्येक कोण
अर्धवृत्त	हाँ	1	$360^\circ$

प्रश्न 5. ऐसे चतुर्भुजों के नाम बताइए, जिनमें रैखिक सममिति और क्रम 1 से अधिक की घूर्णन सममिति दोनों ही हों।

हल : जिस चतुर्भुज में दोनों रैखिक और घूर्णन सममिति हों वह वर्ग है।

प्रश्न 6. किसी आकृति को उसके केंद्र के परितः  $60^\circ$  के कोण पर घुमाने पर, वह उसकी प्रारंभिक स्थिति जैसी ही दिखाई देती है। इस आकृति के लिए ऐसे कौन-से अन्य कोणों के लिए भी हो सकता है?


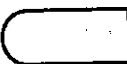
हल : अन्य कोण होंगे :  $120^\circ, 180^\circ, 240^\circ, 300^\circ, 360^\circ$

प्रश्न 7. क्या हमें कोई ऐसा क्रम 1 से अधिक की घूर्णन सममिति प्राप्त हो सकती है, जिसके घूर्णन के कोण निम्नलिखित हों?

(i)  $45^\circ$  (ii)  $17^\circ$

हल : (i) हाँ (ii) नहीं

## अभ्यास प्रश्नावली

- एक स्वच्छ आकृति खींचिए जिसमें रैखिक सममिति दिखाई गई हो और चतुर्भुज का विशेष नाम लिखिए।
  - चतुर्भुज जिसकी केवल एक ही रैखिक सममिति हो। ऐसे कितने चतुर्भुज हैं?
  - चतुर्भुज जिसके कर्ण ही रैखिक सममिति हों।
  - चतुर्भुज जिसके कर्ण के अलावा दो रैखिक सममिति हों।
  - चतुर्भुज जिसके दो से अधिक रैखिक सममिति हों।
- सही अथवा गलत बताइए :
  - अक्षर B की एक रैखिक सममिति होती है।
  - अक्षर F में कोई रैखिक सममिति नहीं होती।
  - O अक्षर में दो रैखिक सममिति होती हैं।
  - आकृति  की कोई रैखिक सममिति नहीं होती।
  - अक्षर N के एक रैखिक सममिति होती है।
  - आकृति  में एक रैखिक सममिति होती है।
  - अक्षर D में केवल एक ही रैखिक सममिति होती है।
  - विषमबाहु त्रिभुज में तीन रैखिक सममिति होती हैं।
- रिक्त स्थान भरिए :

आकार	सममित रेखाओं की संख्या	घूर्णन सममिति का क्रम
रेखा		
रेखाखंड		
कोण		
विषमबाहु त्रिभुज		
समद्विबाहु त्रिभुज		
समबाहु त्रिभुज		
समांतर चतुर्भुज		
समचतुर्भुज		
समद्विबाहु समलंब		
आयत		
वर्ग		
काइट (पतंग)		

### उत्तरमाला

- (i) समद्विबाहु समलंब, काइट और तीर का सिर; जितनी आप बना सकते हैं।  
(ii) समचतुर्भुज (iii) आयत (iv) वर्ग
- (i) सही (ii) सही (iii) गलत  
(iv) गलत (v) गलत (vi) सही  
(vii) सही (viii) गलत
- रेखा : असंख्य, 1; रेखाखंड : दो, 2;  
कोण : एक, 1; विषमबाहु त्रिभुज : नहीं, 1;  
समद्विबाहु त्रिभुज : एक, 1; समबाहु त्रिभुज : तीन, 3;  
समांतर चतुर्भुज : नहीं, 2; समचतुर्भुज : दो, 2;  
समद्विबाहु समलंब : एक, 1; आयत : दो, 2;  
वर्ग : चार, 4

### बहुवैकल्पिक प्रश्न

निम्नलिखित प्रश्नों के साथ दिए गए चार उत्तरों (a), (b), (c) और (d) में से ठीक उत्तर छाँटिए—

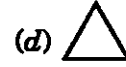
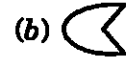
- निम्न में से किस अक्षर में उर्ध्वाधर रेखा सममिति है?  
(a) M (b) B (c) E (d) Q
- निम्न में से किस अक्षर में क्षैतिज रेखा सममिति है?  
(a) D (b) Y (c) U (d) V
- निम्न में से किस अक्षर में रेखिक सममिति नहीं है?  
(a) F (b) G  
(c) J (d) इन सभी में
- निम्न में से किस अक्षर में दो रेखिक सममिति हैं?  
(a) H (b) O  
(c) X (d) इन सभी में
- एक समबाहु त्रिभुज में ..... रेखिक सममिति होती है।  
(a) एक (b) दो (c) तीन (d) चार

- एक वृत्त में ..... होती है।  
(a) एक रेखिक सममिति  
(b) दो रेखिक सममिति  
(c) तीन रेखिक सममिति  
(d) असीमित रेखिक सममिति

- निम्नलिखित त्रिभुजों में कोई भी रेखिक सममिति नहीं है ?

- एक विषमबाहु त्रिभुज
- एक समद्विबाहु त्रिभुज
- एक समबाहु त्रिभुज
- उपरोक्त सभी

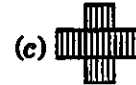
- निम्नलिखित आकृतियों में किसमें केवल एक रेखिक सममिति है?



- एक वर्ग में घूर्णन सममिति का क्रम है :

- 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

- निम्न में किसमें दो रेखिक सममिति हैं?



- में घूर्णन सममिति का क्रम क्या है?

- 3 (b) 4 (c) 6 (d) 12

- R** की दर्पण आकृति है :

- F** (b) **R** (c) **L** (d) **C**

- उत्तरमाला : 1. (a), 2. (a), 3. (d), 4. (d), 5. (c), 6. (d), 7. (a), 8. (b), 9. (d), 10. (c), 11. (c), 12. (a)