



# चतुर्भुजों को समझना

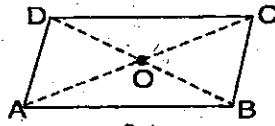
## स्मरणीय तथ्य

### चतुर्भुज

### गुण

#### समांतर चतुर्भुज :

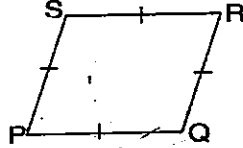
एक चतुर्भुज जिसमें सम्मुख भुजाओं का प्रत्येक युग्म समांतर होता है।



आकृति 3.1

#### सम चतुर्भुज :

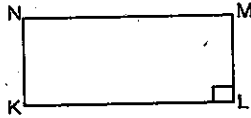
एक चतुर्भुज जिसकी सभी भुजाएँ बराबर माप की होती हैं।



आकृति 3.2

#### आयत :

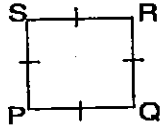
एक समांतर चतुर्भुज जिसमें एक कोण समकोण होता है।



आकृति 3.3

#### वर्ग :

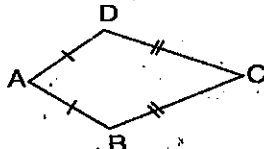
एक आयत जिसकी सभी भुजाएँ बराबर होती हैं।



आकृति 3.4

#### पतंग :

एक चतुर्भुज जिसमें दो आसन्न भुजाओं के युग्म बराबर होते हैं।



आकृति 3.5

- (1) सम्मुख भुजाएँ बराबर होती हैं।
- (2) सम्मुख कोण बराबर होते हैं।
- (3) विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।

- (1) समांतर चतुर्भुज के सभी गुण होते हैं।
- (2) विकर्ण परस्पर लंब होते हैं।

- (1) समांतर चतुर्भुज के सभी गुण होते हैं।
- (2) प्रत्येक कोण समकोण होता है।
- (3) विकर्ण बराबर माप के होते हैं।

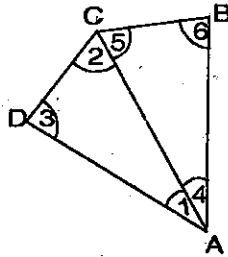
समांतर चतुर्भुज, सम चतुर्भुज तथा आयत सभी के गुण होते हैं।

- (1) विकर्ण एक दूसरे पर लंब होते हैं।
- (2) एक विकर्ण दूसरे विकर्ण को समद्विभाजित करता है।
- (3) आकृति में  $m \angle B = m \angle D$   
परंतु  $m \angle A \neq m \angle C$

पाठ्य पुस्तक के प्रश्नोत्तर

**इन्हें कीजिए (पृष्ठ संख्या-44-45)**

**प्रश्न 1.** कोई एक चतुर्भुज, माना ABCD लीजिए (आकृति 3.22)। एक विकर्ण खींचकर, इसे दो त्रिभुजों में बाँटिए। आप छः कोण 1, 2, 3, 4, 5 और 6 प्राप्त करते हैं।



आकृति 3.6

त्रिभुज के कोण-योग वाले गुणधर्म का उपयोग कीजिए और तर्क कीजिए कि कैसे  $\angle A, \angle B, \angle C$  तथा  $\angle D$  की मापों का योगफल  $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$  हो जाता है।

हल :  $\triangle ACD$  में,

$$\angle DAC + \angle ACD + \angle ADC = 180^\circ$$

(एक त्रिभुज के तीनों कोणों की मापों का योग  $180^\circ$  होता है)

या  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ \dots(i)$

$\triangle ABC$  में,

$$\angle CAB + \angle ACB + \angle ABC = 180^\circ$$

$$\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180^\circ \dots(ii)$$

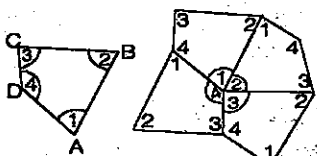
समीकरण (i) तथा (ii) को जोड़ने पर,

$$(\angle 1 + \angle 4) + (\angle 2 + \angle 5) + (\angle 3 + \angle 6) = 180^\circ + 180^\circ$$

या  $\angle DAB + \angle DCB + \angle ADC + \angle ABC = 360^\circ$

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$

**प्रश्न 2.** किसी चतुर्भुज ABCD की गते वाली चार सर्वांगसम प्रतिलिपियाँ लीजिए जिनके कोण दर्शाए गए हैं (आकृति 3.23 (i)) इन प्रतिलिपियों को इस प्रकार से व्यवस्थित कीजिए जिससे  $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$  एक ही बिंदु पर मिलें जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है (आकृति 3.23 (ii))।



(i)

(ii)

आकृति 3.23

ऐसा करने के लिए आप सही किनारे का मिलान कर उसे बदल सकते हैं जिससे वे ठीक ढंग से लग जायें।

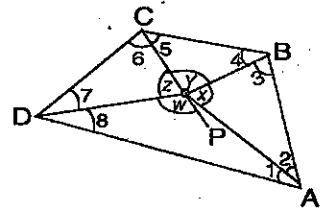
आप  $\angle 1, \angle 2, \angle 3$  तथा  $\angle 4$  के योगफल के बारे में क्या कह सकते हैं?

**[टिप्पणी :** हम कोणों को  $\angle 1, \angle 2, \angle 3$  इत्यादि से तथा उनकी मापों को  $m\angle 1, m\angle 2, m\angle 3$  इत्यादि से दर्शाते हैं। एक चतुर्भुज के चारों कोणों की मापों का योगफल ..... होता है। आप इस परिणाम पर अन्य कई तरीकों से भी पहुँच सकते हैं।

हल : किसी एक चतुर्भुज के चारों कोणों की मापों का योगफल  $360^\circ$  होता है।

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^\circ$$

**प्रश्न 3.** चतुर्भुज ABCD पर पुनः विचार कीजिए (आकृति 3.8)। माना इसके अर्भ्यंतर में कोई बिंदु P स्थित है। P को शीर्षों A, B, C तथा D से जोड़िए। आकृति



आकृति 3.8

में,  $\triangle PAB$  पर विचार कीजिए। हम देखते हैं कि  $x = 180^\circ - m\angle 2 - m\angle 3$ ; इसी प्रकार,  $\triangle PBC$  से  $y = 180^\circ - m\angle 4 - m\angle 5$ ; और  $\triangle PCD$  से  $z = 180^\circ - m\angle 6 - m\angle 7$  और  $\triangle PDA$ ,  $w = 180^\circ - m\angle 8 - m\angle 1$ ; इसका उपयोग करके कुल माप  $m\angle 1 + m\angle 2 + \dots + m\angle 8$  ज्ञात कीजिए। क्या यह आपको परिणाम तक पहुँचाने में सहायता करता है? याद रखिए,  $\angle x + \angle y + \angle z + \angle w = 360^\circ$  है।

हल : माना कि चतुर्भुज ABCD के अर्भ्यंतर में कोई बिंदु P स्थित है। P को शीर्षों A, B, C तथा D से मिलाया।

$\triangle PAB$  में,

$$\angle x = 180^\circ - \angle 2 - \angle 3 \dots(i)$$

$\triangle PBC$  में,

$$\angle y = 180^\circ - \angle 4 - \angle 5 \dots(ii)$$

$\triangle PCD$  में,

$$\angle z = 180^\circ - \angle 6 - \angle 7 \dots(iii)$$

$\triangle PDA$  में,

$$\angle w = 180^\circ - \angle 8 - \angle 1 \dots(iv)$$

समीकरण (i), (ii), (iii) तथा (iv) को जोड़ने पर,

$$\begin{aligned} \angle x + \angle y + \angle z + \angle w &= 180^\circ - \angle 2 - \angle 3 + 180^\circ - \angle 4 - \angle 5 + 180^\circ - \angle 6 \\ &\quad - \angle 7 + 180^\circ - \angle 8 - \angle 1 \\ &= 720^\circ - \angle 2 - \angle 3 - \angle 4 - \angle 5 - \angle 6 - \angle 7 - \angle 8 - \angle 1 \\ &= 720^\circ - [\angle 1 + \angle 2) + (\angle 3 + \angle 4) + (\angle 5 + \angle 6) + (\angle 7 + \angle 8)] \end{aligned}$$

$$= 720^\circ - [\angle A + \angle B + \angle C + \angle D]$$

$$= 720^\circ - 360^\circ \text{ (एक चतुर्भुज के चारों कोणों की मापों का योगफल } 360^\circ \text{ होता है)}$$

$$\therefore \angle x + \angle y + \angle z + \angle w = 360^\circ$$

प्रश्न 4. ये सभी चतुर्भुज उत्तल (convex) चतुर्भुज थे। यदि चतुर्भुज उत्तल नहीं होते तो क्या होता ? चतुर्भुज ABCD पर विचार कीजिए। इसे दो त्रिभुजों में बाँटिए और अंतःकोणों का योगफल ज्ञात कीजिए।

(आकृति 3.9)

हल :  $\triangle ABD$  में,

$$\angle ABD + \angle ADB + \angle BAD = 180^\circ \quad \dots(i)$$

$\triangle BDC$  में,

$$\angle BDC + \angle DBC + \angle BCD = 180^\circ \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) तथा (ii) को जोड़ने पर,

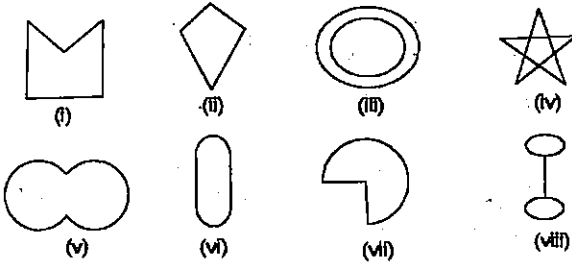
$$\angle ABD + \angle ADB + \angle BAD + \angle BDC + \angle DBC + \angle BCD = 180^\circ + 180^\circ$$

$$\text{या } (\angle ABD + \angle DBC) + (\angle ADB + \angle BDC) + (\angle BAD + \angle BCD) = 360^\circ$$

$$\text{या } (\angle ABC + \angle ADC) + (\angle BAD + \angle BCD) = 360^\circ$$

**प्रश्नावली 3.1 (पृष्ठ संख्या-45-46)**

प्रश्न 1. यहाँ पर कुछ आकृतियाँ दी गई हैं :



आकृति 3.10

प्रत्येक का वर्गीकरण निम्नलिखित आधार पर कीजिए :

- (a) साधारण वक्र (b) साधारण बंद वक्र  
(c) बहुभुज (d) उत्तल बहुभुज  
(e) अवतल बहुभुज

हल : (a) साधारण वक्र : (i), (ii), (v), (vi), (vii)

(b) साधारण बंद वक्र : (i), (ii), (v), (vi), (vii)

(c) बहुभुज : (i), (ii), (iv)

(d) उत्तल बहुभुज : (ii)

(e) अवतल बहुभुज : (i), (iv)

प्रश्न 2. निम्नलिखित प्रत्येक में कितने विकर्ण हैं?

(a) एक उत्तल चतुर्भुज

(b) एक समषड्भुज

(c) एक त्रिभुज

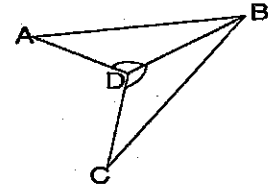
हल : (a) एक उत्तल चतुर्भुज-2

(b) एक समषड्भुज-9

(c) एक त्रिभुज-0

प्रश्न 3. उत्तल चतुर्भुज के कोणों की मापों का योगफल क्या है? यदि चतुर्भुज, उत्तल न हो तो क्या यह गुण लागू होगा? (एक चतुर्भुज बनाइए जो उत्तल न हो और प्रयास कीजिए।)

हल : ABCD एक उत्तल चतुर्भुज है। B को D से मिलाया।



आकृति 3.11

$\triangle ABD$  में,

$$\angle BAD + \angle ABD + \angle ADB = 180^\circ \quad \dots(i)$$

(त्रिभुज के तीनों कोणों का योग  $180^\circ$  होता है)

$\triangle BDC$  में,

$$\angle DBC + \angle BCD + \angle BDC = 180^\circ \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) तथा (ii) को जोड़ने पर,





$$\angle BAD + \angle ABD + \angle ADB + \angle DBC + \angle BCD + \angle BDC = 180^\circ + 180^\circ$$

$$\text{या } \angle BAD + \angle BCD + (\angle ADB + \angle BDC) + \angle ABD + \angle DBC = 360^\circ$$

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$

हाँ, यदि चतुर्भुज, उत्तल न हो तो यह गुण लागू होगा।

प्रश्न 4. तालिका की जाँच कीजिए : ( प्रत्येक आकृति को त्रिभुजों में बाँटिए और कोणों का योगफल ज्ञात कीजिए )

आकृति				
भुजा	3	4	5	6
कोणों का योगफल	$180^\circ$	$2 \times 180^\circ$ $= (4-2) \times 180^\circ$	$3 \times 180^\circ$ $= (5-2) \times 180^\circ$	$4 \times 180^\circ$ $= (6-2) \times 180^\circ$

एक बहुभुज के कोणों के योग के बारे में आप क्या कह सकते हैं जिसकी भुजाओं की संख्या निम्नलिखित हो?

(a) 7 (b) 8 (c) 10 (d) n

हल : एक बहुभुज के कोणों के योग  $= (n-2) \times 180^\circ$

जहाँ,  $n =$  भुजाओं की संख्या का योग

$\therefore$  (a) कोणों के योग  $= (7-2) \times 180^\circ = 5 \times 180^\circ = 900^\circ$

(b) कोणों के योग  $= (8-2) \times 180^\circ = 6 \times 180^\circ = 1080^\circ$

(c) कोणों के योग  $= (10-2) \times 180^\circ = 8 \times 180^\circ = 1440^\circ$

(d) कोणों के योग  $= (n-2) \times 180^\circ = (n-2) 180^\circ$

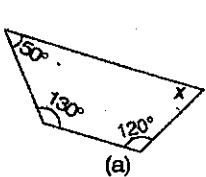
प्रश्न 5. सम बहुभुज क्या है? एक सम बहुभुज का नाम बताइए जिसमें

(i) 3 भुजाएँ (ii) 4 भुजाएँ (iii) 6 भुजाएँ हों।

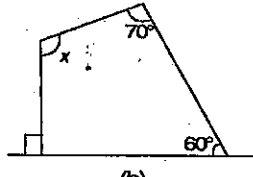
हल : जिस बहुभुज की सभी भुजाएँ तथा कोण बराबर हों, सम बहुभुज कहलाते हैं। उदाहरणस्वरूप, एक वर्ग में सभी भुजाएँ बराबर तथा सभी कोण  $90^\circ$  के होते हैं। इसलिए इसे सम बहुभुज कहा जाता है।

(i) समबाहु त्रिभुज (ii) वर्ग (iii) समषड्भुज

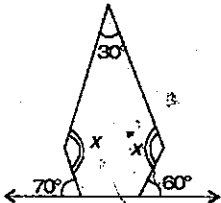
प्रश्न 6. निम्नलिखित आकृतियों में  $x$  ( कोण की माप ) ज्ञात कीजिए :



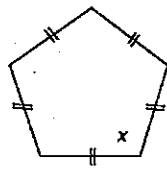
(a)



(b)



(c)



(d)

आकृति : 3.12

हल : (a) एक चतुर्भुज के चारों कोणों की मापों का योगफल  $360^\circ$  होता है।

$$\therefore \angle x + \angle 50^\circ + \angle 130^\circ + \angle 120^\circ = 360^\circ$$

$$\text{या } \angle x + \angle 300^\circ = 360^\circ$$

$$\text{या } \angle x = 360^\circ - 300^\circ$$

$$\therefore x = 60^\circ$$

$$(b) \therefore \angle DAX + \angle DAB = 180^\circ$$

$$\text{या } 90^\circ + \angle DAB = 180^\circ$$

$$\text{या } \angle DAB = 180^\circ - 90^\circ$$

$$\therefore \angle DAB = 90^\circ$$

चतुर्भुज ABCD में,

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$

$$\text{या } 90^\circ + 60^\circ + 70^\circ + \angle x = 360^\circ$$

$$\text{या } 220^\circ + \angle x = 360^\circ$$

$$\text{या } \angle x = 360^\circ - 220^\circ$$

$$\therefore x = 140^\circ$$

$$(c) \therefore \angle EAP + \angle EAB = 180^\circ$$

$$\text{या } 70^\circ + \angle EAB = 180^\circ$$

$$\text{या } \angle EAB = 180^\circ - 70^\circ$$

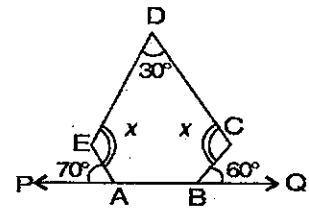
$$\therefore \angle EAB = 110^\circ$$

$$\therefore \angle CBQ + \angle CBA = 180^\circ$$

$$\text{या } 60^\circ + \angle CBA = 180^\circ$$

$$\text{या } \angle CBA = 180^\circ - 60^\circ$$

$$\therefore \angle CBA = 120^\circ$$



आकृति 3.13

पंचभुज ABCDE में,

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 540^\circ$$

या  $110^\circ + 120^\circ + x + 30^\circ + x = 540^\circ$

या  $260^\circ + 2x = 540^\circ$

या  $2x = 540^\circ - 260^\circ$

या  $x = \frac{280^\circ}{2}$

$\therefore x = 140^\circ$

(d) दिए हुए आकृति पंचभुज में,

$\angle x + \angle x + \angle x + \angle x + \angle x = 540^\circ$

या  $5\angle x = 540^\circ$

या  $\angle x = \frac{540}{5}$

या  $\angle x = 108^\circ$

$\therefore x = 108^\circ$

पंचभुज के कोणों का योगफल

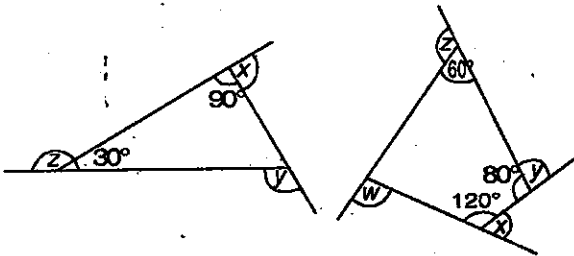
$= (n-2) \times 180^\circ$

$= (5-2) \times 180^\circ$

$= 3 \times 180^\circ$

$= 540^\circ$

प्रश्न 7.



आकृति 3.14

आकृति 3.15

(a)  $x + y + z$  ज्ञात कीजिए।

(b)  $x + y + z + w$  ज्ञात कीजिए।

हल : (a)  $\therefore \angle z + 30^\circ = [(180^\circ \text{ रैखिक युग्म}) \text{ linear pair}]$

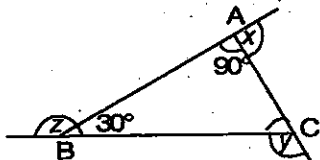
या  $\angle z = 180^\circ - 30^\circ$

$\therefore z = 150^\circ$

$\therefore \angle x + 90^\circ = 180^\circ$  (रैखिक युग्म)

या  $\angle x = 180^\circ - 90^\circ$

$\therefore x = 90^\circ$



आकृति 3.16

$\triangle ABC$  में,  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

या  $90^\circ + 30^\circ + \angle C = 180^\circ$

या  $120^\circ + \angle C = 180^\circ$

या  $\angle C = 180^\circ - 120^\circ$

$\therefore \angle C = 60^\circ$

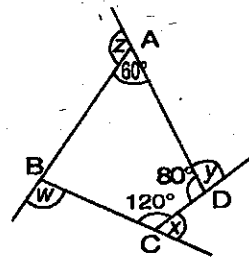
अब,  $y + \angle C = 180^\circ$  (रैखिक युग्म)

या  $y + 60^\circ = 180^\circ$

$\therefore y = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

$\therefore x + y + z = 90^\circ + 120^\circ + 150^\circ = 360^\circ$

(b) चतुर्भुज ABCD में,



आकृति 3.17

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

या  $60^\circ + \angle B + 120^\circ + 80^\circ = 360^\circ$

या  $\angle B + 260^\circ = 360^\circ$

या  $\angle B = 360^\circ - 260^\circ$

$\therefore \angle B = 100^\circ$

अब,  $\therefore \angle A + \angle z = 180^\circ$  (रैखिक युग्म)

या  $60^\circ + \angle z = 180^\circ$

या  $\angle z = 180^\circ - 60^\circ$

$\therefore z = 120^\circ$

$\therefore \angle B + \angle w = 180^\circ$  (रैखिक युग्म)

या  $100^\circ + \angle w = 180^\circ$

या  $\angle w = 180^\circ - 100^\circ$

$\therefore w = 80^\circ$

$\therefore \angle C + \angle x = 180^\circ$  (रैखिक युग्म)

या  $120^\circ + \angle x = 180^\circ$

या  $\angle x = 180^\circ - 120^\circ$

$\therefore x = 60^\circ$

$\therefore \angle D + \angle y = 180^\circ$  (रैखिक युग्म)

या  $80^\circ + \angle y = 180^\circ$

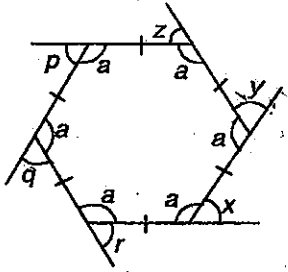
या  $\angle y = 180^\circ - 80^\circ$

$\therefore y = 100^\circ$

$\therefore x + y + z + w = 60^\circ + 100^\circ + 120^\circ + 80^\circ = 360^\circ$

**प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या-47)**

एक सम षड्भुज लीजिए (आकृति 3.18)



आकृति 3.18

(i) बाह्य कोणों  $x, y, z, p, q$  तथा  $r$  की मापों का योग क्या है?

(ii) क्या  $x = y = z = p = q = r$  है? क्यों?

(iii) प्रत्येक की माप क्या है?

(i) बाह्य कोण (ii) अंतः कोण

(iv) इस क्रियाकलाप को निम्नलिखित के लिए दोहराएँ :

(i) एक सम अष्टभुज (ii) एक सम 20 भुज

हल : एक सम षड्भुज के कोणों का योगफल  $= (n-2) \times 180^\circ$

$$a + a + a + a + a + a = (6-2) \times 180^\circ$$

या  $6a = 4 \times 180^\circ$

$$6a = 720^\circ$$

या  $a = \frac{720}{6}$

$\therefore a = 120^\circ$

अब,  $\angle p + \angle a = 180^\circ$  (रैखिक युग्म)

या  $\angle p + 120^\circ = 180^\circ$

$\therefore p = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

इसी प्रकार,  $q = 60^\circ, r = 60^\circ, x = 60^\circ, z = 60^\circ$

किसी बहुभुज के बाह्य कोणों की मापों का योग  $360^\circ$  होता है।

अतः  $p + q + r + x + y + z = 360^\circ$

$$60^\circ + 60^\circ + 60^\circ + 60^\circ + 60^\circ + 60^\circ = 360^\circ$$

या  $360^\circ = 360^\circ$

(i)  $x + y + z + p + q + r = 360^\circ$

(ii)  $x = y = z = p = q = r = 60^\circ$

(iii) (i) षड्भुज के प्रत्येक बाह्य कोण की माप  $= \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$

(ii) षड्भुज के प्रत्येक अंतः कोण की माप  $= 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

(iv) (i) एक सम अष्टभुज के प्रत्येक बाह्य कोण की माप

$$= \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

एक सम अष्टभुज के प्रत्येक अंतः कोण की माप  
 $= 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$

(ii) एक सम 20 भुज के प्रत्येक बाह्य कोण की माप

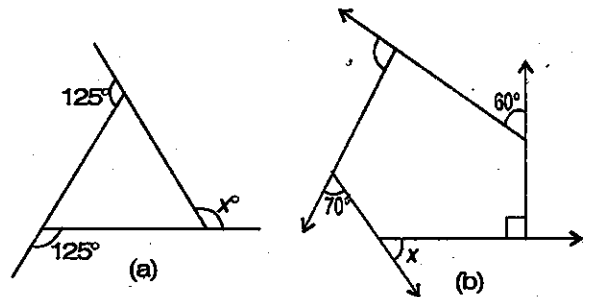
$$= \frac{360^\circ}{20} = 18^\circ$$

एक सम अष्टभुज के प्रत्येक अंतः कोण की माप

$$= 180^\circ - 18^\circ = 162^\circ$$

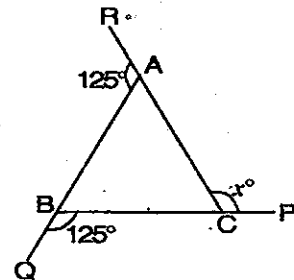
**प्रश्नावली 3.2 (पृष्ठ संख्या-48)**

प्रश्न 1. निम्नलिखित आकृतियों में  $x$  का मान ज्ञात कीजिए :



आकृति 3.19

हल :



आकृति 3.20

(a)  $\angle RAB + \angle BAC = 180^\circ$  (रैखिक युग्म)

या  $125^\circ + \angle BAC = 180^\circ$

या  $\angle BAC = 180^\circ - 125^\circ$

$\therefore \angle A = 55^\circ$

इसी प्रकार,  $\angle B = 55^\circ$

$\Delta ABC$  में,

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

(किसी त्रिभुज में सभी कोणों का योगफल  $180^\circ$  होता है)

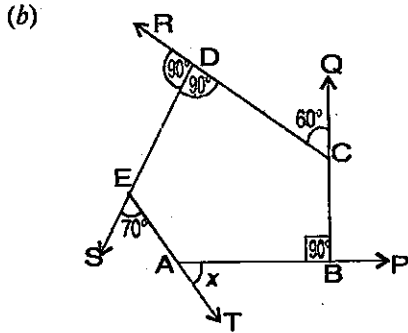
या  $55^\circ + 55^\circ + \angle C = 180^\circ$

या  $110^\circ + \angle C = 180^\circ$

या  $\angle C = 180^\circ - 110^\circ$

∴ अब या या ∴

$$\begin{aligned} \angle C &= 70^\circ \\ \angle ACB + x^\circ &= 180^\circ \text{ (रैखिक युग्म)} \\ 70^\circ + x^\circ &= 180^\circ \\ x^\circ &= 180^\circ - 70^\circ \\ x^\circ &= 110^\circ \end{aligned}$$



आकृति 3.21

∴  $\angle DCQ + \angle DCB = 180^\circ$  (रैखिक युग्म)

या  $60^\circ + \angle DCB = 180^\circ$   
या  $\angle DCB = 180^\circ - 60^\circ$   
∴  $\angle DCB = 120^\circ$   
इसी प्रकार,  $\angle AED = 180^\circ - 70^\circ$   
∴  $\angle AED = 110^\circ$

प्रश्न 2. एक सम बहुभुज के प्रत्येक बाह्य कोण की माप ज्ञात कीजिए जिसकी (i) 9 भुजाएँ (ii) 15 भुजाएँ हों।

हल : (i) एक सम बहुभुज के बाह्य कोणों की मापों का योगफल =  $360^\circ$

एक सम बहुभुज के भुजाओं की संख्या = 9

∴ एक सम बहुभुज के प्रत्येक बाह्य कोण की माप =  $\frac{360^\circ}{9} = 40^\circ$

(ii) एक सम बहुभुज के बाह्य कोणों की मापों का योगफल =  $360^\circ$

एक सम बहुभुज की भुजाओं की संख्या = 15

∴ एक सम बहुभुज के प्रत्येक बाह्य कोण की माप =  $\frac{360^\circ}{15} = 24^\circ$

प्रश्न 3. एक सम बहुभुज की कितनी भुजाएँ होंगी यदि एक बाह्य कोण की माप  $24^\circ$  हो?

हल : एक सम बहुभुज के बाह्य कोणों की मापों का योगफल =  $360^\circ$

एक सम बहुभुज के प्रत्येक बाह्य कोण की माप =  $24^\circ$

∴ एक सम बहुभुज की भुजाओं की संख्या =  $\frac{360^\circ}{24^\circ} = 15$

प्रश्न 4. एक सम बहुभुज की भुजाओं की संख्या ज्ञात कीजिए यदि इसका प्रत्येक अंतःकोण  $165^\circ$  का हो।

हल : एक सम बहुभुज का प्रत्येक अंतःकोण =  $165^\circ$

∴ एक सम बहुभुज के बाह्य कोणों की मापों का योगफल =  $360^\circ$   
एक सम बहुभुज के प्रत्येक बाह्य कोण की माप =  $180^\circ - 165^\circ = 15^\circ$

∴ एक सम बहुभुज की भुजाओं की संख्या =  $\frac{360^\circ}{15^\circ} = 24$

प्रश्न 5. (a) क्या ऐसा सम बहुभुज संभव है जिसके प्रत्येक बाह्य कोण की माप  $22^\circ$  हो?

(b) क्या यह किसी सम बहुभुज का अंतःकोण हो सकता है? क्यों?

हल : (a) नहीं; किसी बहुभुज के बाह्य कोणों की मापों का योगफल =  $360^\circ$

ऐसा सम बहुभुज संभव नहीं है जिसके प्रत्येक बाह्य कोण की माप  $22^\circ$  हो; क्योंकि 360 को 22 विभाजित नहीं करता है।

(b) नहीं, (क्योंकि प्रत्येक बहिष्कोण  $180^\circ - 22^\circ = 158^\circ$  है, जो  $360^\circ$  को विभाजित नहीं करता है।)

प्रश्न 6. (a) किसी सम बहुभुज में कम से कम कितने अंश का अंतःकोण संभव है? क्यों?

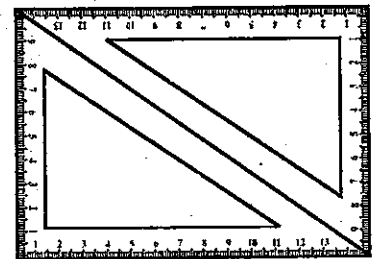
(b) किसी सम चतुर्भुज में अधिक से अधिक कितने अंश का बाह्य कोण संभव है?

हल : (a) किसी सम बहुभुज में कम से कम  $60^\circ$  का अंतःकोण संभव है, क्योंकि समबाहु त्रिभुज तीन भुजाओं का एक समबहुभुज है, इसलिए इसके प्रत्येक अंतःकोण की न्यूनतम माप  $60^\circ$  है।

(b) प्रश्न 6 (a) से हम देख सकते हैं कि सबसे बड़ा बहिष्कोण  $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$  होगा।

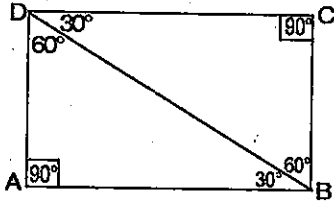
### प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या-52)

प्रश्न 30°-60°-90° कोणों वाले दो समान सेट-स्क्वेयर लीजिए। अब इन्हें आपस में इस प्रकार मिलाकर रखिए जिससे एक समांतर चतुर्भुज बन जाए (आकृति 3.22)। क्या यह ऊपर बताए गए गुण की पुष्टि करने में आपकी सहायता करता है?



आकृति 3.22

हल : समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ बराबर माप की तथा समांतर होती हैं।



आकृति 3.23

आकृति से,  $\angle D = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$

इसी प्रकार  $\angle A = 90^\circ$

$\angle B = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$

$\angle C = 90^\circ$

आकृति से,  $AB = CD$  तथा  $AB \parallel CD$

एवं  $AD = BC$  तथा  $AD \parallel BC$

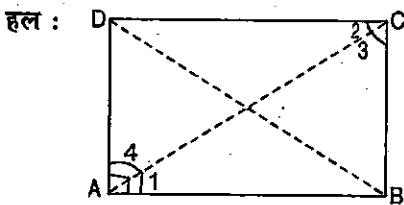
$\angle A = \angle C = 90^\circ$  तथा  $\angle B = \angle D = 90^\circ$

इस प्रकार हम देखते हैं कि एक समांतर चतुर्भुज में उसकी सम्मुख भुजाएँ परस्पर बराबर तथा समांतर होती हैं।

$\therefore$  यह आकृति या तो समांतर चतुर्भुज होगी या आयत होगी जो समांतर चतुर्भुज के गुण की पुष्टि करती है।

### प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या-53)

प्रश्न 30°-60°-90° कोणों वाले दो समान सेट-स्क्वेयर लेकर पहले की तरह ही एक समांतर चतुर्भुज बनाइए। क्या प्राप्त आकृति ऊपर बताए गए गुण की पुष्टि करने में आपकी सहायता करती है?



आकृति 3.24

आकृति से,  $\angle 1 = \angle 2 = 30^\circ$  एकांतर कोण

$\angle 3 = \angle 4 = 60^\circ$  एकांतर कोण

$\therefore \angle A = \angle C = 90^\circ$

जब AD तथा BC समांतर है तो इसके कोण तथा भुजा आपस में बराबर होते हैं। अगर एकांतर कोण बराबर होते हैं तो उसके आमने-सामने की भुजाएँ परस्पर समांतर होती हैं।

इसलिए समांतर चतुर्भुज के गुण के अनुसार उसकी सम्मुख भुजाएँ तथा कोण आपस में बराबर होते हैं।

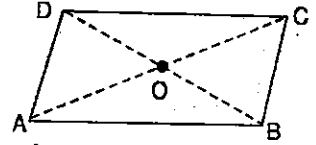
$\therefore \angle B = \angle D = 90^\circ$  तथा  $\angle A = \angle C = 90^\circ$

तथा  $AB = CD$  तथा  $AD = BC$

इस प्रकार यह समांतर चतुर्भुज के गुण की पुष्टि करता है।

### प्रश्नावली 3.3 (पृष्ठ संख्या-55-56)

प्रश्न 1. ABCD एक समांतर चतुर्भुज है। प्रत्येक कथन की परिभाषा या प्रयोग किए गए गुण द्वारा पूरा कीजिए :



आकृति 3.25

(i)  $AD = \dots\dots\dots$

(ii)  $\angle DCB = \dots\dots\dots$

(iii)  $OC = \dots\dots\dots$

(iv)  $m \angle DAB + m \angle CDA = \dots\dots\dots$

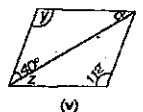
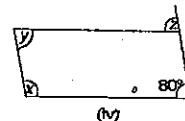
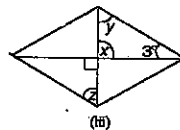
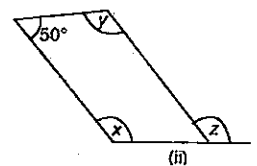
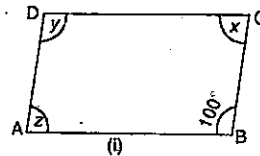
हल : (i)  $AD = BC$  (सम्मुख भुजाएँ बराबर होती हैं)

(ii)  $\angle DCB = \angle DAB$  (सम्मुख कोण बराबर होते हैं)

(iii)  $OC = OA$  (विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं)

(iv)  $m \angle DAB + m \angle CDA = 180^\circ$  (तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंतःकोण  $180^\circ$  के बराबर होता है, क्योंकि  $AB \parallel DC$ )

प्रश्न 2. निम्न समांतर चतुर्भुजों में अज्ञात  $x, y, z$  के मानों को ज्ञात कीजिए :



आकृति 3.26

हल : (i) समांतर चतुर्भुजों ABCD से,

$\angle D = \angle B$

(सम्मुख कोण बराबर होते हैं)

$y = 100^\circ$

$x = z$

(सम्मुख कोण बराबर होते हैं)

अब,  $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

(समांतर चतुर्भुज के चारों कोणों का योगफल  $360^\circ$  होता है।)



या  $z + 100^\circ + x + 100^\circ = 360^\circ$

या  $x + 100^\circ + x + 100^\circ = 360^\circ$

या  $2x + 200^\circ = 360^\circ$

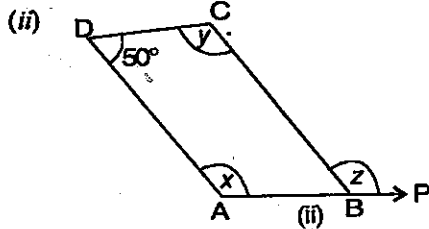
या  $2x = 360^\circ - 200^\circ$

या  $x = \frac{160^\circ}{2}$

$\therefore x = 80^\circ, z = 80^\circ$

$x = 80^\circ, y = 100^\circ, z = 80^\circ$

इस प्रकार



आकृति 3.27

समांतर चतुर्भुज ABCD से,

$x = y$  (सम्मुख कोण बराबर होते हैं)

तथा  $\angle ADC = \angle ABC$

$\angle ABC + \angle CBP = 180^\circ$  (रैखिक युग्म)

$50^\circ + \angle CBP = 180^\circ$

$\angle CBP = 180^\circ - 50^\circ$

$\angle CBP = 130^\circ$

या  $\therefore z = 130^\circ$

अब  $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

या  $x + 50^\circ + y + 50^\circ = 360^\circ$

या  $x + 50^\circ + x + 50^\circ = 360^\circ$  ( $x = y$ )

या  $2x + 100 = 360^\circ$

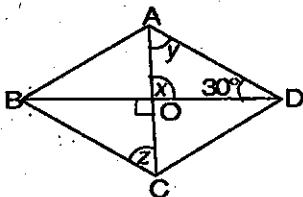
या  $2x = 360^\circ - 100^\circ$

या  $x = \frac{260^\circ}{2}$

$\therefore x = 130^\circ$

इसलिए  $x = 130^\circ, y = 130^\circ, z = 130^\circ$

(iii)



आकृति 3.28

चतुर्भुज ABCD से,

$\angle AOD = \angle BOC = 90^\circ$

$\triangle AOD$  से,

$\angle AOD + \angle ADO + \angle OAD = 180^\circ$

(त्रिभुज के सभी कोणों का योगफल  $180^\circ$  होता है)

$90^\circ + 30^\circ + \angle OAD = 180^\circ$

$\angle OAD = 180^\circ - 120^\circ$

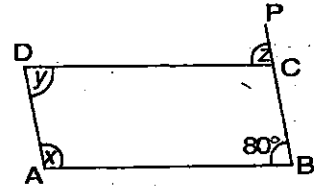
$y = 60^\circ$

$y = z = 60^\circ$

( $\because AD \parallel CD \therefore$  एकांतर कोण बराबर होते हैं)

$\therefore x = 90^\circ, y = 60^\circ, z = 60^\circ$

(iv)



आकृति 3.29

समांतर चतुर्भुज ABCD से,

$\angle B = \angle D$

$\angle A = \angle C$

$80^\circ = y$

$x = \angle C$

या

या

तथा

$\angle C + \angle Z = 180^\circ$  (रैखिक युग्म)

अब,  $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

$x + 80^\circ + x + 80^\circ = 360^\circ$

$2x + 160 = 360^\circ$

या

या

$2x = 360^\circ - 160^\circ$

या

$x = \frac{200}{2}$

$\therefore$

$x = 100^\circ$

तथा

$\angle C + z = 180^\circ$

या

$x + z = 180^\circ$

या

$100^\circ + z = 180^\circ$

या

$z = 180^\circ - 100^\circ$

$\therefore$

$z = 80^\circ$

इसलिए,  $x = 100^\circ, y = 80^\circ, z = 80^\circ$

(v) समांतर चतुर्भुज ABCD से,

$\angle A = \angle C, \angle B = \angle D = y$

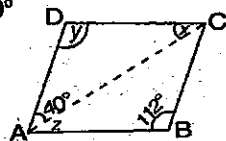
$x = z$

(एकांतर कोण बराबर होते हैं)

या  $\angle DAC + \angle BAC = \angle DCA + \angle BCA$

या  $40^\circ + z = x + \angle BCA$

$40^\circ + z = x + 40^\circ$  (एकांतर कोण बराबर होते हैं)



आकृति 3.30

अब,  $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

या  $\angle A + 112^\circ + \angle A + 112^\circ = 360^\circ$

या  $2\angle A + 224^\circ = 360^\circ$

या  $2\angle A = 360^\circ - 224^\circ = 136^\circ$

या  $\angle A = \frac{136^\circ}{2} = 68^\circ$

$\therefore \angle A = \angle C = 68^\circ$

या  $\angle A = 40^\circ + z$

या  $68^\circ = 40^\circ + z$ , या  $z = 68^\circ - 40^\circ = 28^\circ$   
 $x = z = 28^\circ$

इसलिए  $x = 28^\circ$ ,  $y = 112^\circ$ ,  $z = 28^\circ$

**प्रश्न 3.** क्या एक चतुर्भुज ABCD समांतर चतुर्भुज हो सकता है यदि

(i)  $\angle D + \angle B = 180^\circ$  ?

(ii)  $AB = DC = 8$  सेमी.,  $AD = 4$  सेमी. और  $BC = 4.4$  सेमी ?

(iii)  $\angle A = 70^\circ$  और  $\angle C = 65^\circ$  ?

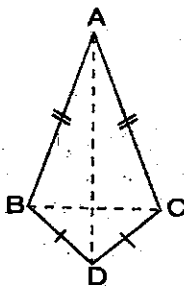
हल : (i) हो सकता है, परंतु आवश्यक नहीं है क्योंकि आयत में सम्मुख कोणों का योगफल  $(90^\circ + 90^\circ) 180^\circ$  होता है जबकि समांतर चतुर्भुज एवं विषमकोण समचतुर्भुज (Rhombus) में ऐसा नहीं होता है।

(ii) नहीं, (एक समांतर चतुर्भुज में, सम्मुख भुजाएँ बराबर होती हैं, परंतु यहाँ  $AD \neq BC$  है।)

(iii) नहीं, (एक समांतर चतुर्भुज में, सम्मुख कोण बराबर होते हैं, परंतु यहाँ  $\angle A \neq \angle C$  है।)

**प्रश्न 4.** एक चतुर्भुज की कच्ची (Rough) आकृति खींचिए जो समांतर चतुर्भुज न हो परंतु जिसके दो सम्मुख कोणों की माप बराबर हो।

हल : इसका उदाहरण पतंग है क्योंकि यह समांतर चतुर्भुज नहीं होता है जबकि इसके दो सम्मुख कोणों की माप बराबर होती है। जैसे



आकृति 3.31

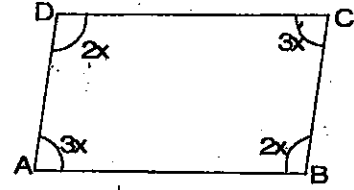
$\angle B = \angle C$

तथा  $\angle A = \angle D$

**प्रश्न 5.** किसी समांतर चतुर्भुज के दो आसन्न कोणों का अनुपात 3 : 2 है। समांतर चतुर्भुज के सभी कोणों की माप ज्ञात कीजिए।

हल : चतुर्भुज ABCD में,  $\angle A$  तथा  $\angle B$  का अनुपात 3 : 2 है।

माना कि अनुपात =  $x$



आकृति 3.32

$\therefore \angle A + \angle C = 3x$

तथा  $\angle B + \angle D = 2x$

या  $\angle A + \angle B = 3x + 2x = 180^\circ$

(आसन्न कोणों का योगफल  $180^\circ$  होता है)

या  $5x = 180^\circ$

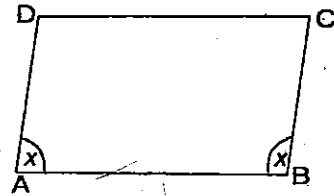
या  $x = \frac{180^\circ}{5} = 36^\circ$

$\therefore \angle A = 3x = 3 \times 36^\circ = 108^\circ$

$\angle B = 2x = 2 \times 36^\circ = 72^\circ$

**प्रश्न 6.** किसी समांतर चतुर्भुज के दो आसन्न कोणों की माप बराबर है। समांतर चतुर्भुज के सभी कोणों की माप ज्ञात कीजिए।

हल : प्रश्नानुसार, चतुर्भुज ABCD एक आयत है।



आकृति 3.33

माना कि  $\angle A = \angle B = x$

$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ$

(आसन्न कोणों का योगफल  $180^\circ$  होता है)

$\therefore AD \parallel BC$

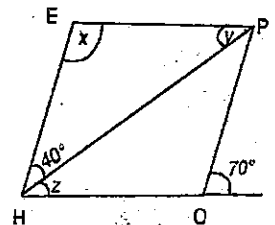
$\therefore x + x = 180^\circ$

या  $2x = 180^\circ$

$\therefore x = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$

इसलिए,  $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$

**प्रश्न 7.** संलग्न आकृति HOPE एक समांतर चतुर्भुज है।  $x$ ,  $y$  और  $z$  कोणों की माप ज्ञात कीजिए। ज्ञात करने में प्रयोग किए गए गुणों को बताइए।



आकृति 3.34

हल : आकृति HOPE से,

$$70^\circ + \angle POH = 180^\circ \text{ (रैखिक युग्म)}$$

$$\angle POH = 180^\circ - 70^\circ$$

∴

$$\angle POH = 110^\circ$$

$$\angle POH = \angle HEP = x \text{ (सम्मुख कोण बराबर होते हैं)}$$

∴

$$x = 110^\circ$$

$$\angle HPO = \angle EHP = (एकांतर कोण बराबर होते हैं)$$

$$y = 40^\circ$$

अब,

$$\angle E + \angle H = 180^\circ \text{ (आसन्न कोण का योगफल } 180^\circ \text{ होता है)}$$

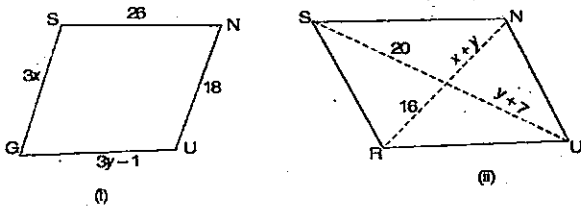
$$\text{या } x + (40^\circ + z) = 180^\circ$$

$$\text{या } 110^\circ + 40^\circ + z = 180^\circ$$

$$\text{या } z = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

इस प्रकार,  $x = 110^\circ, y = 40^\circ, z = 30^\circ$

प्रश्न 8. निम्न आकृतियाँ GUNS और RUNS समांतर चतुर्भुज हैं।  $x$  तथा  $y$  ज्ञात कीजिए। (लंबाई सेमी. में है) :



आकृति 3.35

हल : (i) समांतर चतुर्भुज GUNS से,

$$GU = SN \text{ (सम्मुख भुजाएँ बराबर तथा समांतर होती हैं)}$$

$$3y - 1 = 26$$

$$\text{या } 3y = 26 + 1$$

$$\text{या } y = \frac{27}{3}$$

$$\therefore y = 9$$

$$GS = UN \text{ (सम्मुख भुजाएँ बराबर तथा समांतर होती हैं)}$$

$$3x = 18$$

$$\text{या } x = \frac{18}{3}$$

$$\therefore x = 6$$

$$\text{इस प्रकार, } x = 6, y = 9$$

(ii) समांतर चतुर्भुज RUNS में इसके विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।

$$\therefore y + 7 = 20$$

$$\text{या } y = 20 - 7$$

$$\therefore y = 13$$

$$\text{तथा } x + y = 16$$

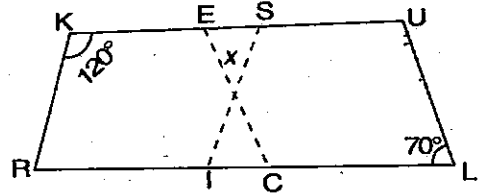
$$\text{या } x + 13 = 16$$

$$\text{या } x = 16 - 13$$

$$\therefore x = 3$$

$$\text{इस प्रकार } x = 3, y = 13$$

प्रश्न 9. दी गई आकृति में RISK तथा CLUE दोनों समांतर चतुर्भुज हैं,  $x$  का मान ज्ञात कीजिए।



आकृति 3.36

हल : समांतर चतुर्भुज RISK से,

$$\angle K = \angle RIS = 120^\circ$$

$$\angle R = \angle S = (\text{मान लिया})$$

$$\therefore \angle K + \angle R + \angle I + \angle S = 360^\circ$$

$$\text{या } 120^\circ + z + 120^\circ + y = 360^\circ$$

$$\text{या } 2y + 240^\circ = 360^\circ$$

$$\text{या } 2y = 360^\circ - 240^\circ$$

$$\text{या } 2y = 120^\circ$$

$$\text{या } y = \frac{120}{2}$$

$$\therefore y = 60^\circ$$

अब, समांतर चतुर्भुज CLUE से,

$$\angle E = \angle L = 70^\circ$$

त्रिभुजाकार से,

$$\angle E + \angle S + x = 180^\circ$$

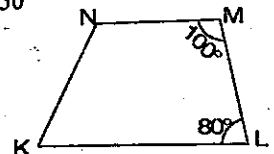
$$\text{या } 70^\circ + 60^\circ + x = 180^\circ$$

$$\text{या } 130^\circ + x = 180^\circ$$

$$\text{या } x = 180^\circ - 130^\circ$$

$$\therefore x = 50^\circ$$

प्रश्न 10. बताइए कैसे यह आकृति एक समलंब है। इसकी कौन सी दो भुजाएँ समांतर हैं?



आकृति 3.37

हल : आकृति KLMN से,

$$\angle L + \angle M = 80 + 100 = 180^\circ$$

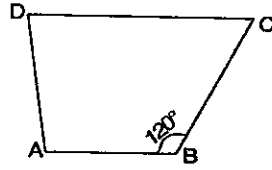
= समांतर चतुर्भुज के आसन्न कोणों का योगफल  $180^\circ$  के बराबर होता है।

अतः

$$\overline{NM} \parallel \overline{KL}$$

इसलिए KLMN एक समलंब चतुर्भुज होगा क्योंकि  $\overline{NM} \parallel \overline{KL}$  जबकि  $\overline{LM}, \overline{KN}$  का समांतर नहीं है।

**प्रश्न 11. आकृति 3.38**  
में  $m\angle C$  ज्ञात कीजिए यदि  $\overline{ABPCD}$  है।



आकृति 3.38

हल : आकृति के अनुसार  $\overline{AB}, \overline{DC}$  के समांतर है अर्थात्  $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

$$\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ$$

(आसन्न कोणों का योगफल  $180^\circ$  के बराबर होता है।)

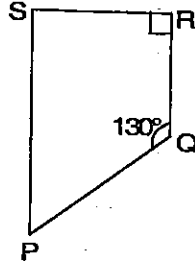
या  $120^\circ + \angle C = 180^\circ$

या  $\angle C = 180^\circ - 120^\circ$

$\therefore \angle C = 60^\circ$

$\therefore m\angle C = 60^\circ$

**प्रश्न 12. आकृति 3.39** में  $\angle P$  तथा  $\angle S$  की माप ज्ञात कीजिए यदि  $\overline{SP} \parallel \overline{RQ}$  है। (यदि आप  $m\angle R$  ज्ञात करते हैं, तो क्या  $m\angle P$  को ज्ञात करने की एक से अधिक विधि है?)



आकृति 3.39

हल : आकृति के अनुसार  $\overline{SP}, \overline{RQ}$  के समांतर है अर्थात्  $\overline{SP} \parallel \overline{RQ}$

$$\therefore \angle R + \angle S = 180^\circ$$

(आसन्न कोणों का योगफल  $180^\circ$  के बराबर होता है)

या  $90^\circ + \angle S = 180^\circ$

या  $\angle S = 180^\circ - 90^\circ$

$\therefore \angle S = 90^\circ$

चतुर्भुज PQRS से,

$$\angle P + \angle Q + \angle R + \angle S = 360^\circ$$

या  $\angle P + 130^\circ + 90^\circ + 90^\circ = 360^\circ$

या  $\angle P + 310^\circ = 360^\circ$

या  $\angle P = 360^\circ - 310^\circ$

$\therefore \angle P = 50^\circ$

इसलिए,  $m\angle R = 90^\circ, m\angle P = 50^\circ, m\angle S = 90^\circ$

### प्रश्नावली 3.4 (पृष्ठ संख्या-60)

प्रश्न 1. बताइए, कथन सत्य है या असत्य :

- सभी आयत वर्ग होते हैं।
- सभी सम चतुर्भुज समांतर चतुर्भुज होते हैं।
- सभी वर्ग सम चतुर्भुज और आयत भी होते हैं।
- सभी वर्ग समांतर चतुर्भुज नहीं होते।
- सभी पतंगें सम चतुर्भुज होती हैं।

(f) सभी सम चतुर्भुज पतंग होते हैं।

(g) सभी समांतर चतुर्भुज समलंब होते हैं।

(h) सभी वर्ग समलंब होते हैं।

हल : (a) असत्य, (b) सत्य, (c) सत्य, (d) असत्य, (e) असत्य

(f) सत्य, (g) सत्य, (h) सत्य।

प्रश्न 2. उन सभी चतुर्भुजों की पहचान कीजिए जिनमें

(a) चारों भुजाएँ बराबर लंबाई की हों।

(b) चार समकोण हों।

हल : (a) विक्रमकोण समचतुर्भुज (Rhombus) तथा वर्ग (Square)

(b) वर्ग तथा आयत (Rectangle)

प्रश्न 3. बताइए कैसे एक वर्ग

(i) एक चतुर्भुज (ii) एक समांतर चतुर्भुज

(iii) एक सम चतुर्भुज (iv) एक आयत है।

हल : (i) एक वर्ग में चार भुजाएँ होती हैं; इसलिए यह एक चतुर्भुज है।

(ii) एक वर्ग की सम्मुख भुजाएँ आपस में समांतर होती हैं; इसलिए यह एक समांतर चतुर्भुज है।

(iii) वर्ग एक ऐसा समांतर चतुर्भुज होता है जिसकी सभी भुजाएँ बराबर होती हैं; इसलिए यह एक समचतुर्भुज है।

(iv) वर्ग एक ऐसा समांतर चतुर्भुज होता है, जिसके सभी कोण समकोण होते हैं; इसलिए यह एक आयत है।

प्रश्न 4. एक चतुर्भुज का नाम बताइए जिसके विकर्ण

(i) एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं

(ii) एक दूसरे पर लंब समद्विभाजक हों

(iii) बराबर हों।

हल : (i) समांतर चतुर्भुज, समचतुर्भुज, वर्ग तथा आयत।

(ii) समचतुर्भुज तथा वर्ग (iii) वर्ग तथा आयत।

प्रश्न 5. बताइए एक आयत उत्तल चतुर्भुज कैसे है।

हल : क्योंकि इसके दोनों विकर्ण इसके अर्ध्यांतर में स्थित होते हैं।

प्रश्न 6. ABC एक

समकोण त्रिभुज है और 'O'

समकोण की सम्मुख भुजा

का मध्य बिंदु है। बताइए

कैसे 'O' बिंदु A, B तथा C

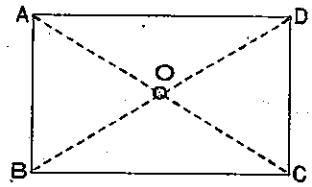
से समान दूरी पर स्थित है।

(बिंदुओं से चिह्नित अतिरिक्त भुजाएँ आपकी सहायता के लिए खींची गई हैं)।

हल :  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

तथा  $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

इसलिए समांतर चतुर्भुज ABCD में, विकर्ण  $\overline{AC}$  का मध्य-बिंदु O है।



आकृति 3.40