



# आँकड़ों का प्रबंधन

## स्मरणीय तथ्य

- हमारे पास अधिकतर उपलब्ध आँकड़े जो असंगठित रूप में होते हैं उन्हें **यथाप्राप्त आँकड़े** कहा जाता है।
- किन्हीं भी आँकड़ों से अर्थपूर्ण निष्कर्ष निकालने के लिए हमें उन्हें क्रमबद्ध रूप में संगठित करने की आवश्यकता पड़ती है।
- बारंबारता वह संख्या दर्शाती है जितनी बार कोई एक विशिष्ट प्रविष्टि आँकड़ों में आती है।
- यथाप्राप्त आँकड़ों के समूह बनाए जा सकते हैं और उन्हें एक क्रमबद्ध प्रकार से 'वर्गीकृत बारंबारता बंटन' के रूप में प्रस्तुत किया जा सकता है।
- वर्गीकृत आँकड़ों को आयतचित्र का प्रयोग करते हुए प्रदर्शित किया जा सकता है। आयतचित्र एक प्रकार का दंड आलेख है, जिसमें क्षैतिज अक्ष पर वर्ग अंतरालों को दर्शाया जाता है तथा दंडों की लंबाइयाँ वर्ग अंतरालों की बारंबारताएँ दर्शाती हैं। साथ ही, दंडों के बीच में कोई रिक्तता नहीं होती, क्योंकि वर्ग अंतरालों के बीच में कोई रिक्तता नहीं है।
- आँकड़ों को वृत्त आलेख या पाई चार्ट का प्रयोग करके भी प्रस्तुत किया जा सकता है। एक वृत्त आलेख एक संपूर्ण और उसके भागों में संबंध को दर्शाता है।
- कुछ ऐसे प्रयोग होते हैं जिनमें परिणामों के आने के संयोग बराबर होते हैं।
- एक यादृच्छ प्रयोग वह प्रयोग है जिसमें परिणामों की ठीक-ठीक प्रागुक्ति (भविष्यवाणी) पहले से नहीं की जा सकती है।
- किसी प्रयोग के परिणाम **सम संभावित** या **समप्रायिक** कहलाते हैं, यदि उनके आने के संयोग बराबर हों।
- एक घटना की प्रायिकता  $\frac{\text{घटना को बनाने वाले परिणामों की संख्या}}{\text{प्रयोग के परिणामों की कुल संख्या}}$ , जब परिणाम समप्रायिक हैं।
- किसी प्रयोग के एक या अधिक परिणामों से एक घटना बनती है।
- संयोग और प्रायिकता वास्तविक जीवन से संबंधित हैं।

## पाठ्य पुस्तक के प्रश्नोत्तर

### सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए ( पृष्ठ संख्या 75 )

यदि हम एक दंड आलेख के दंडों में से किसी एक की स्थिति बदल दें, तो क्या प्रदर्शित जानकारी में कोई बदलाव या परिवर्तन होगा? क्यों?


हल : हाँ; यदि हम एक दंड आलेख के दंडों में से किसी एक की स्थिति बदल दें, तो प्रदर्शित जानकारी में बदलाव या परिवर्तन आ जाता है क्योंकि दंड आलेख की सूचना में भी परिवर्तन आ जाता है।







### प्रयास कीजिए ( पृष्ठ संख्या-75 )

प्रश्न 1. दी हुई सूचना को निरूपित करने के लिए एक उपयुक्त आलेख खींचिए :

महीना	जुलाई	अगस्त	सितंबर	अक्टूबर	नवंबर	दिसंबर
बेची गई घड़ियों की संख्या	1000	1500	1500	2000	2500	1500

हल : एक चित्रालेख

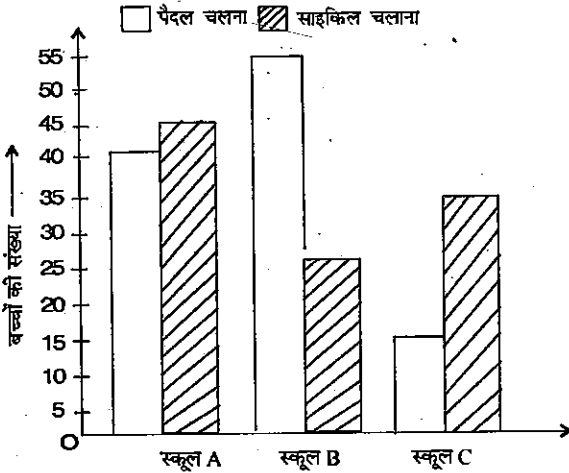
 = 500 घड़ियाँ ← एक संकेत का मतलब 500 घड़ियाँ हैं।

जुलाई		= 1000
अगस्त		= 1500
सितंबर		= 1500
अक्टूबर		= 2000
नवंबर		= 2500
दिसंबर		= 1500

**प्रश्न 2.**

बच्चों की संख्या जिन्हें पसंद है	स्कूल A	स्कूल B	स्कूल C
पैदल चलना	40	55	15
साइकिल चलाना	45	25	35

हल : द्वि-दंड आलेख :

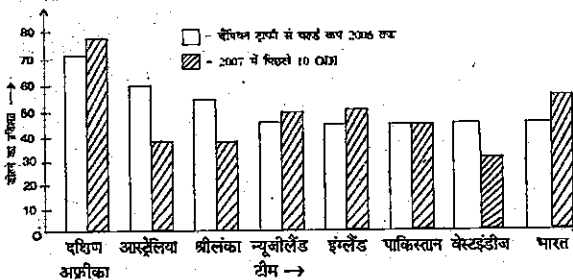


आकृति 5.1

**प्रश्न 3.** 8 सर्वश्रेष्ठ क्रिकेट टीमों द्वारा ODI में जीतने का प्रतिशत

टीम	चैंपियन ट्राफी से वर्ल्ड कप 2006 तक	2007 में पिछले 10 ODI
दक्षिण अफ्रीका	75%	78%
ऑस्ट्रेलिया	61%	40%
श्रीलंका	54%	38%
न्यूजीलैंड	47%	50%
इंग्लैंड	46%	50%
पाकिस्तान	45%	44%
वेस्टइंडीज	44%	30%
भारत	43%	56%

हल : द्वि-दंड आलेख :



आकृति 5.2

**पृष्ठ संख्या 76**

प्रश्न 1. विद्यार्थियों के एक समूह से यह बताने को कहा गया कि वे किस पशु को सबसे अधिक घर में पालना पसंद करेंगे। इसके परिणाम नीचे दिए गए हैं :

कुत्ता, बिल्ली, बिल्ली, मछली, बिल्ली, खरगोश, कुत्ता, बिल्ली, खरगोश, कुत्ता, बिल्ली, कुत्ता, कुत्ता, कुत्ता, बिल्ली, गाय, मछली, खरगोश, कुत्ता, बिल्ली, कुत्ता, बिल्ली, बिल्ली, कुत्ता, खरगोश, बिल्ली, मछली, कुत्ता। उपरोक्त के लिए एक बारंबारता बंटन सारणी बनाइए।

हल :

पालने वाले पशु	मिलान चिह्न की संख्या	पालने वाले पशुओं
कुत्ता		10
बिल्ली		10
मछली		3
खरगोश		4
गाय		1
योग		28

**पृष्ठ संख्या 78**

प्रश्न 1. निम्नलिखित बारंबारता बंटन सारणी का अध्ययन कीजिए और उसके नीचे दिए हुए प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

सारणी 5.3

वर्ग अंतराल (रुपयों में दैनिक आय)	बारंबारता (श्रमिकों की संख्या)
100-125	45
125-150	25
150-175	55
175-200	125
200-225	140
225-250	55
250-275	35
275-300	50
300-325	20
योग	550

- वर्ग अंतरालों की माप क्या है?
- किस वर्ग की सबसे अधिक बारंबारता है?
- किस वर्ग की सबसे कम बारंबारता है?
- वर्ग अंतराल 250-275 की उच्च-सीमा क्या है?
- किन दो वर्गों की बारंबारता एक ही है?

हल : (i) वर्ग अंतरालों की माप = 25

(ii) 200-225 (iii) 300-325

(iv) 275 (v) 150-175 तथा 225-250

प्रश्न 2. अंतरालों 30-35, 35-40 इत्यादि का प्रयोग करते हुए, एक कक्षा के 20 विद्यार्थियों के भारों (किग्रा. में) के निम्नलिखित आँकड़ों के लिए एक बारंबारता बंटन सारणी बनाइए :

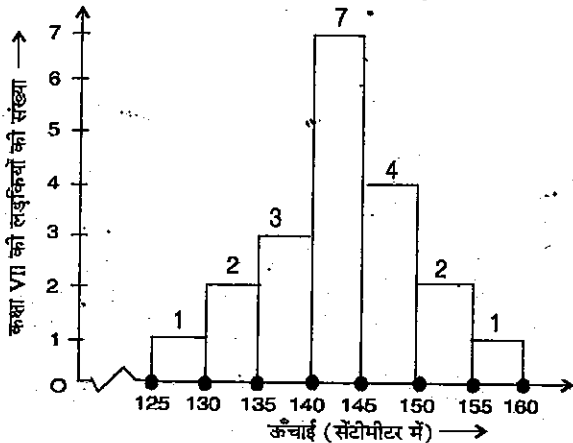
40, 38, 33, 48, 60, 53, 31, 46, 34, 36, 49, 41, 55, 49, 65, 42, 44, 47, 38, 39

हल :

वर्ग अंतराल भार (किग्रा. में)	मिलान चिह्न	बारंबारता
30-35		3
35-40		4
40-45		4
45-50		5
50-55		1
55-60		1
60-65		1
65-70		1
	योग	20

### पृष्ठ संख्या-80

प्रश्न 1. आयतचित्र (आकृति 5.3) को देखिए और उसके नीचे दिए गए प्रश्नों के उत्तर दीजिए :



आकृति 5.3

- इस आयतचित्र द्वारा क्या सूचना दी जा रही है?
- किस वर्ग में अधिकतम लड़कियाँ हैं?
- कितनी लड़कियों की लंबाई 145 सेंटीमीटर या उससे अधिक है?

(iv) यदि हम लड़कियों को निम्नलिखित तीन श्रेणियों में विभाजित करें, तो प्रत्येक में कितनी लड़कियाँ होंगी?

150 सेंटीमीटर या उससे अधिक - समूह A

140 सेंटीमीटर या उससे अधिक परंतु

150 सेंटीमीटर से कम - समूह B

140 सेंटीमीटर से कम - समूह C

हल : (i) कक्षा-VII की लड़कियों की संख्या की ऊँचाई (सेमी. में) की सूचना इस आयतचित्र में दी जा रही है।

(ii) (140-145) वर्ग अंतराल में अधिकतम लड़कियाँ हैं।

(iii)  $4+2+1=7$  लड़कियों की लंबाई 145 सेमी या उससे अधिक है।

(iv) 150 सेमी या उससे अधिक - समूह A = 3 लड़कियाँ

140 सेमी या उससे अधिक परंतु 150 सेमी से कम - समूह B = 11 लड़कियाँ

140 सेमी से कम - समूह C = 6 लड़कियाँ।

### प्रश्नावली 5.1 (पृष्ठ संख्या 80-81)

प्रश्न 1. निम्नलिखित में से किन आँकड़ों को दर्शाने के लिए आप एक आयतचित्र का प्रयोग करेंगे?

(a) एक डाकिए के थैले में विभिन्न क्षेत्रों के पत्रों की संख्या।

(b) किसी खेलकूद प्रतियोगिता में प्रत्याशियों की ऊँचाइयाँ।

(c) 5 कंपनियों द्वारा निर्मित कैसेटों की संख्या।

(d) किसी स्टेशन पर प्रातः 7 बजे से सायं 7 बजे तक रेलगाड़ियों से जाने वाले यात्रियों की संख्या। प्रत्येक के लिए, कारण भी दीजिए।

हल : (a) एक डाकिए के थैले में विभिन्न क्षेत्रों के पत्रों की संख्या होती है। इसलिए यहाँ पर वर्ग अंतराल संभव नहीं है। अतः आयतचित्र के बदले में इसे एक दंड आलेख बनाना अच्छा होगा।

(b) किसी खेलकूद प्रतियोगिता में प्रत्याशियों की ऊँचाइयों की सभी स्थितियों में, आँकड़ों को वर्ग अंतरालों में विभाजित किया जा सकता है। अतः इन आँकड़ों के लिए हम एक आयतचित्र का प्रयोग कर सकते हैं।

(c) यहाँ पर कोई वर्ग अंतराल नहीं है। यहाँ पर पाँच कंपनियों के नाम दिए हुए हैं। इसलिए आँकड़ों के अभाव में एक आयतचित्र का प्रयोग नहीं कर सकते हैं।

(d) यहाँ पर किसी स्टेशन पर प्रातः 7 बजे से सायं 7 बजे तक रेलगाड़ियों से जाने वाले यात्रियों की संख्या दी हुई है। इन सभी स्थितियों में, आँकड़ों को वर्ग अंतरालों में विभाजित किया जा सकता है। अतः इन आँकड़ों के लिए हम एक आयतचित्र का प्रयोग कर सकते हैं।

प्रश्न 2. किसी विभागीय स्टोर पर खरीददारी करने आए व्यक्तियों को इस प्रकार अंकित किया जाता है : पुरुष (M), महिला (W), लड़का (B) या लड़की (G)। निम्नलिखित सूची उन खरीददारों को दर्शाती है, जो प्रातःकाल पहले घंटे में आए हैं :

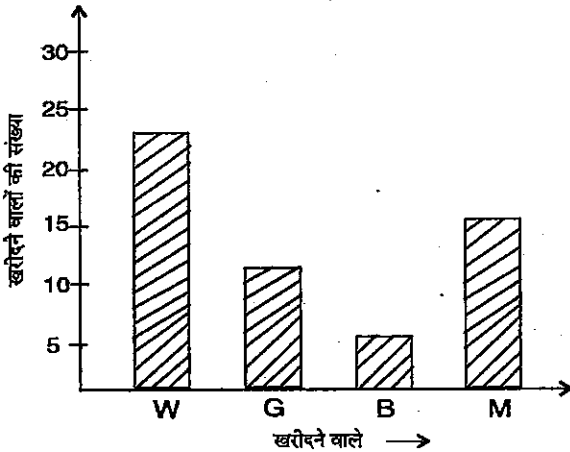
WWWGBWWMGGMMWWWGBM  
WBGGMWMMWW  
WMWBWGMWWWGWMMWWW  
GWMGWMMBGGW

मिलान चिह्नों का प्रयोग करते हुए एक बारंबारता बंटन सारणी बनाइए। इसे प्रदर्शित करने के लिए एक दंड आलेख खींचिए।

हल :

खरीदने वाले	मिलान चिह्न	खरीदने वालों की संख्या
W		28
G		12
B		5
M		15
योग		60

दंड आलेख



आकृति : 5.4

प्रश्न 3. किसी फैक्ट्री के 30 श्रमिकों की साप्ताहिक मजदूरी (रुपयों में) निम्नलिखित है :

830, 835, 890, 810, 835, 836, 869, 845, 898, 890, 820, 860, 832, 833, 855, 845, 804, 808, 812, 840, 885, 835, 835, 836, 878, 840, 868, 890, 806, 840

मिलान चिह्नों का प्रयोग करते हुए, अंतरालों 800-810, 810-820 इत्यादि वाली एक बारंबारता सारणी बनाइए।

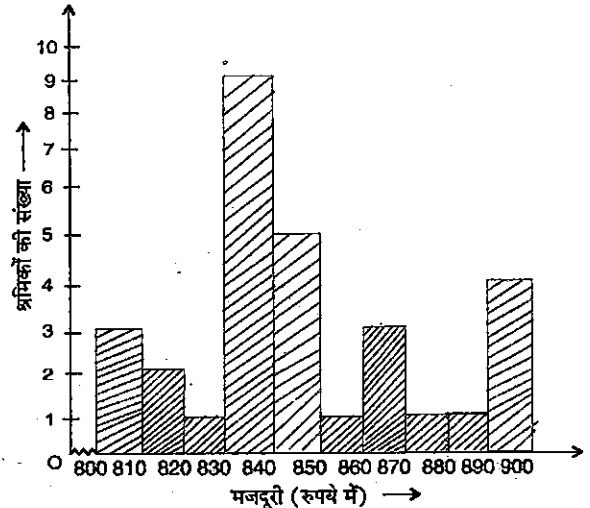
हल :

वर्ग अंतराल	मिलान चिह्न	बारंबारता
800-810		3
810-820		2
820-830		1
830-840		9
840-850		5
850-860		1
860-870		3
870-880		1
880-890		1
890-900		4
योग		30

प्रश्न 4. प्रश्न 3 में दिए आँकड़ों से प्राप्त सारणी के लिए एक आयतचित्र बनाइए और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- किस समूह में श्रमिकों की संख्या सबसे अधिक है?
- कितने श्रमिक 850 रुपये या उससे अधिक अर्जित करते हैं?
- कितने श्रमिक 850 रुपये से कम अर्जित करते हैं?

हल :



आकृति : 5.5

- समूह 830-840 में श्रमिकों की संख्या सबसे अधिक है।

(ii)  $1+3+1+1+4 = 10$  श्रमिक 850 रुपये या उससे अधिक अर्जित करते हैं।

(iii)  $3+2+1+9+5 = 20$  श्रमिक 850 रुपये से कम अर्जित करते हैं।

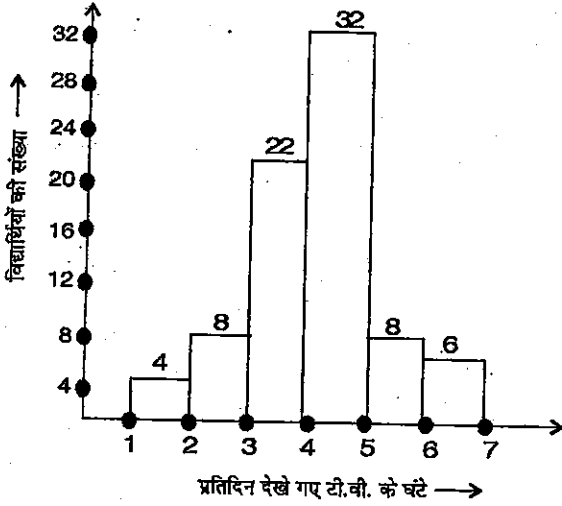
प्रश्न 5. अवकाश के दिनों में एक विशिष्ट कक्षा के विद्यार्थियों द्वारा प्रतिदिन टेलीविजन (टी.वी.) देखने के समय (घंटों में), दिए हुए आलेख में दर्शाए गए हैं :

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) अधिकतम विद्यार्थियों ने कितने घंटों तक टी.वी. देखा?

(ii) 4 घंटों से कम समय तक कितने विद्यार्थियों ने टी.वी. देखा?

(iii) कितने विद्यार्थियों ने टी.वी. देखने में 5 घंटे से अधिक का समय व्यतीत किया?



आकृति 5.6

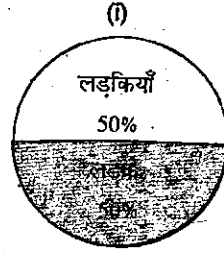
हल : (i) अधिकतम विद्यार्थियों ने 4-5 घंटों तक टी.वी. देखा।

(ii) 4 घंटों से कम समय तक 34 विद्यार्थियों ने टी.वी. देखा।

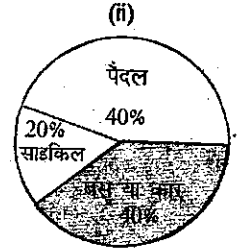
(iii) 14 विद्यार्थियों ने टी.वी. देखने में 5 घंटे से अधिक का समय व्यतीत किया।

### प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या-83)

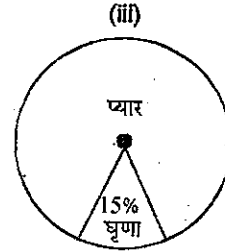
प्रश्न 1. निम्नलिखित पाई चाटों में से प्रत्येक (आकृति 5.7) आपकी कक्षा के बारे में एक भिन्न प्रकार की सूचना देता है। इनमें से प्रत्येक सूचना को निरूपित करने वाला वृत्त का भाग ज्ञात कीजिए:



लड़कियाँ या लड़के



स्कूल के लिए परिवहन



गणित से प्यार/घृणा

आकृति 5.7

हल : (i) (a) वृत्त में लड़कियों का अनुपातिक भाग

$$= \frac{\text{लड़कियों का प्रतिशत}}{\text{कुल प्रतिशत}} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

(b) वृत्त में लड़कों का अनुपातिक भाग =  $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

(ii) (a) वृत्त में पैदल परिवहन का अनुपातिक भाग

$$= \frac{\text{पैदल का प्रतिशत}}{\text{कुल प्रतिशत}} = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$$

(b) वृत्त में साइकिल परिवहन का अनुपातिक भाग

$$= \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

(c) वृत्त में बस या कार परिवहन का अनुपातिक भाग

$$= \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

(iii) (a) वृत्त में गणित से प्यार का अनुपातिक भाग

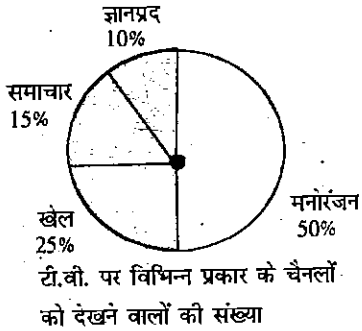
$$= \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$$

(b) वृत्त में गणित से घृणा का अनुपातिक भाग

$$= \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$$

प्रश्न 2. दिए हुए पाई चार्ट ( आकृति 5.8 ) के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

- (I) किस प्रकार के कार्यक्रम सबसे अधिक देखे जाते हैं?  
 (II) किन दो प्रकार के कार्यक्रमों को देखने वालों की कुल संख्या खेलों के कार्यक्रमों को देखने वालों की संख्या के बराबर है?



आकृति 5.8

हल : (i) मनोरंजन।

(ii) समाचार एवं ज्ञानप्रद कार्यक्रमों को देखने वालों की कुल संख्या खेलों के कार्यक्रमों को देखने वालों की संख्या के बराबर है।

### पृष्ठ संख्या-85

प्रश्न 1. नीचे दिए आँकड़ों के लिए एक पाई चार्ट खींचिए :

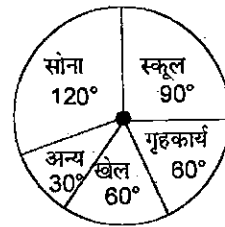
एक बच्चे द्वारा एक दिन में व्यतीत किया गया समय इस प्रकार है :

सोना	-	8 घंटे
स्कूल	-	6 घंटे
गृह कार्य	-	4 घंटे
खेल	-	4 घंटे
अन्य	-	2 घंटे

हल :

मद	व्यतीत किया गया समय ( घंटे में )	संपूर्ण का भाग	केन्द्रीय कोण
सोना	8	$\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} \times 360^\circ = 120^\circ$
स्कूल	6	$\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times 360^\circ = 90^\circ$
गृह कार्य	4	$\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{6} \times 360^\circ = 60^\circ$
खेल	4	$\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{6} \times 360^\circ = 60^\circ$
अन्य	2	$\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$	$\frac{1}{12} \times 360^\circ = 30^\circ$
कुल	24		360°

उपर्युक्त का प्रयोग करके, अब हम पाई चार्ट बनाते हैं।



आकृति 5.9

### सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए ( पृष्ठ संख्या 86 )

प्रश्न : निम्नलिखित आँकड़ों को दर्शाने के लिए, किस प्रकार का आलेख उपयुक्त रहेगा ?

1. किसी राज्य के खाद्यान्न का उत्पादन :

वर्ष	2001	2002	2003	2004	2005	2006
उत्पादन (लाख टनों में)	60	50	70	55	80	85

हल : इसके लिए दंड आलेख या पाई चार्ट उपयुक्त रहेगा।

2. व्यक्तियों के एक समूह के भोजन की पसंद :

मनपसंद भोजन	व्यक्तियों की संख्या
उत्तर भारतीय	30
दक्षिण भारतीय	40
चाइनीज़	25
अन्य	25
योग	120

हल : इसके लिए दंड आलेख या पाई चार्ट उपयुक्त रहेगा।

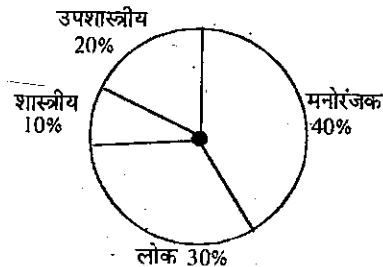
3. किसी फैक्ट्री के श्रमिकों के एक समूह की दैनिक आय :

दैनिक आय (रुपयों में)	श्रमिकों की संख्या (एक फैक्ट्री में)
75-100	45
100-125	35
125-150	55
150-175	30
175-200	50
200-225	125
225-250	140
योग	480

हल : इसके लिए दंड आलेख या आयत चित्र उपयुक्त रहेगा।

### प्रश्नावली 5.2 (पृष्ठ संख्या-86-87)

प्रश्न 1. किसी शहर के युवा व्यक्तियों के एक समूह का यह जानने के लिए एक सर्वे किया गया कि वे किस प्रकार का संगीत पसंद करते हैं। इनसे प्राप्त आँकड़ों को संलग्न पाई चार्ट में दर्शाया गया है। इस पाई चार्ट से निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :



आकृति 5.10

(i) यदि 20 व्यक्ति शास्त्रीय संगीत पसंद करते हैं, तो कुल कितने युवा व्यक्तियों का सर्वे किया गया था?

(ii) किस प्रकार का संगीत सबसे अधिक व्यक्तियों द्वारा पसंद किया जाता है?

(iii) यदि कोई कैसेट कंपनी 1000 सी.डी. (C.D) बनाए, तो वह प्रत्येक प्रकार की कितनी सी.डी. बनाएगी?

हल : (i) शास्त्रीय संगीत पसंद करने वाले व्यक्तियों की कुल संख्या = 20

शास्त्रीय संगीत पसंद करने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत = 10%

वृत्त में आनुपातिक भाग के अनुसार युवा व्यक्तियों की संख्या =  $\frac{20}{10} \times 100 = 200$  व्यक्ति

(ii) मनोरंजक।

(iii) सी.डी. की कुल संख्या = 1000




उपशास्त्रीय सी.डी. की कुल संख्या =  $\frac{20}{100} \times 1000 = 200$

शास्त्रीय सी.डी. की कुल संख्या =  $\frac{10}{100} \times 1000 = 100$

लोक सी.डी. की कुल संख्या =  $\frac{30}{100} \times 1000 = 300$

मनोरंजक सी.डी. की कुल संख्या =  $\frac{40}{100} \times 1000 = 400$

प्रश्न 2. 360 व्यक्तियों के एक समूह से तीन ऋतुओं-वर्षा, सर्दी और गर्मी में से अपनी मनपसंद ऋतु के लिए मतदान करने को कहा गया। इनसे प्राप्त आँकड़ों को निम्न चित्र में दर्शाया गया है :

ऋतु	मतों की संख्या
ग्रीष्म 	90
वर्षा 	120
शीत 	150

(i) किस ऋतु को सबसे अधिक मत मिले ?

(ii) प्रत्येक त्रिभुज का केंद्रीय कोण ज्ञात कीजिए।

(iii) इस सूचना को दर्शाने के लिए, एक पाई चार्ट खींचिए।

हल : (i) सर्दी (शीत)

$$(ii) \text{ केंद्रीय कोण} = \frac{\text{मतों की संख्या}}{\text{कुल मतों की संख्या}} \times 360^\circ$$

$$\therefore \text{ग्रीष्म ऋतु का केंद्रीय कोण} = \frac{90}{360} \times 360^\circ = 90^\circ$$

$$\text{वर्षा ऋतु का केंद्रीय कोण} = \frac{120}{360} \times 360^\circ = 120^\circ$$

$$\text{तथा शीत ऋतु का केंद्रीय कोण} = \frac{150}{360} \times 360^\circ = 150^\circ$$

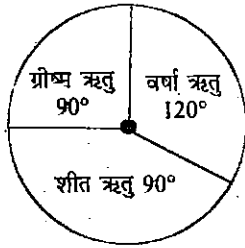
$$(iii) \text{ ग्रीष्म ऋतु के त्रिज्यखंड का केंद्रीय कोण} = 90^\circ$$

$$\text{वर्षा ऋतु के त्रिज्यखंड का केंद्रीय कोण} = 120^\circ$$

$$\text{शीत ऋतु के त्रिज्यखंड का केंद्रीय कोण} = 150^\circ$$

उपर्युक्त का प्रयोग करके, अब हम संलग्न पाई चार्ट बनाते

हैं।



आकृति 5.11

प्रश्न 3. निम्नलिखित सूचना को दर्शाने वाला एक पाई चार्ट खींचिए। यह सारणी व्यक्तियों के एक समूह द्वारा पसंद किए जाने वाले रंगों को दर्शाती है।

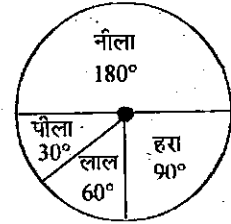
रंग	व्यक्तियों की संख्या
नीला	18
हरा	9
लाल	6
पीला	3
योग	36

प्रत्येक त्रिज्यखंड का आनुपातिक भाग ज्ञात कीजिए।  
उदाहरणार्थ, नीला  $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$  है; हरा  $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ ; इत्यादि।  
इसे प्रयोग करते हुए, संगत कोण ज्ञात कीजिए।

हल :

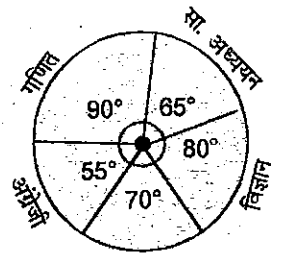
रंग	व्यक्तियों की संख्या	संपूर्ण का भाग	केंद्रीय कोण
नीला	18	$\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \times 360^\circ = 180^\circ$
हरा	9	$\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times 360^\circ = 90^\circ$
लाल	6	$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{6} \times 360^\circ = 60^\circ$
पीला	3	$\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$	$\frac{1}{12} \times 360^\circ = 30^\circ$
योग	36		360°

उपर्युक्त का प्रयोग करके प्रोट्रेक्टर (चौद), कम पास परकार तथा रूलर की सहायता से अब हम पाई चार्ट बनाते हैं:



आकृति 5.12

प्रश्न 4. संलग्न पाई चार्ट एक विद्यार्थी द्वारा किसी परीक्षा में हिंदी, अंग्रेज़ी, गणित, सामाजिक विज्ञान और विज्ञान में प्राप्त किए गए अंकों को दर्शाता है। यदि उस विद्यार्थी द्वारा प्राप्त किए गए कुल अंक 540 थे, तो निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :



आकृति 5.13

(i) किस विषय में उस विद्यार्थी ने 105 अंक प्राप्त किए?

(संकेत : 540 अंकों के लिए केंद्रीय कोण 360° है। अतः 105 अंकों के लिए केंद्रीय कोण क्या होगा?)

(ii) उस विद्यार्थी ने गणित में हिंदी से कितने अधिक अंक प्राप्त किए?



(iii) जाँच कीजिए कि क्या सामाजिक विज्ञान और गणित में प्राप्त किए गए अंकों का योग विज्ञान और हिंदी में प्राप्त किए गए अंकों के योग से अधिक है। (संकेत : केवल केन्द्रीय कोणों पर ध्यान दीजिए।)

हल : विद्यार्थी द्वारा प्राप्त किए गए कुल अंक = 540  
कुल केन्द्रीय कोण =  $360^\circ$

(i) 105 अंकों के लिए केन्द्रीय कोण =  $\frac{105}{540} \times 360^\circ = 70^\circ$

पाई चार्ट में केन्द्रीय कोण  $70^\circ$  हिंदी का है। अतः हिंदी विषय में उस विद्यार्थी ने 105 अंक प्राप्त किए।

(ii) गणित में प्राप्त अंक =  $\frac{90^\circ}{360^\circ} \times 540 = 135$

हिंदी में प्राप्त अंक = 105

अंकों का अंतर =  $135 - 105 = 30$  अंक  
अतः उस विद्यार्थी ने गणित में हिंदी से 30 अंक अधिक प्राप्त किए।

(iii) सामाजिक विज्ञान में प्राप्त अंक

=  $\frac{65^\circ}{360^\circ} \times 540 = 97.5$  (लगभग)

विज्ञान में प्राप्त अंक =  $\frac{80^\circ}{360^\circ} \times 540 = 120$  (लगभग)

∴ सामाजिक विज्ञान एवं गणित में प्राप्त अंक  
=  $97.5 + 135 = 232.5$

विज्ञान एवं हिंदी में प्राप्त अंक =  $120 + 105 = 225$

हाँ, सामाजिक विज्ञान और गणित में प्राप्त किए गए अंकों का योग विज्ञान एवं हिंदी में प्राप्त किए गए अंकों के योग से अधिक है।

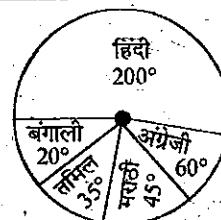
प्रश्न 5. किसी छात्रावास में, विभिन्न भाषाएँ बोलने वाले विद्यार्थियों की संख्या नीचे दी गई है। इन आँकड़ों को एक पाई चार्ट द्वारा प्रदर्शित कीजिए :

भाषा	हिंदी	अंग्रेज़ी	मराठी	तमिल	बंगाली	योग
विद्यार्थियों की संख्या	40	12	9	7	4	72

हल :

भाषा	विद्यार्थियों की संख्या	संपूर्ण का भाग	केन्द्रीय कोण
हिंदी	40	$\frac{40}{72} = \frac{5}{9}$	$\frac{5}{9} \times 360^\circ = 200^\circ$
अंग्रेज़ी	12	$\frac{12}{72} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{6} \times 360^\circ = 60^\circ$
मराठी	9	$\frac{9}{72} = \frac{1}{8}$	$\frac{1}{8} \times 360^\circ = 45^\circ$
तमिल	7	$\frac{7}{72} = \frac{7}{72}$	$\frac{7}{72} \times 360^\circ = 35^\circ$
बंगाली	4	$\frac{4}{72} = \frac{1}{18}$	$\frac{1}{18} \times 360^\circ = 20^\circ$
योग	72		$360^\circ$

उपर्युक्त का प्रयोग करके अब हम पाई चार्ट बनाते हैं :



आकृति 5.14

### प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या-88-89)

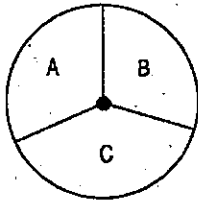
प्रश्न 1. यदि आप एक स्कूटर चलाना प्रारंभ करें, तो संभव परिणाम क्या हैं?

हल : संभव परिणाम या तो स्कूटर चलना प्रारंभ होगा या चलना प्रारंभ नहीं होगा।

प्रश्न 2. जब एक पासे (die) को फेंका जाता है, तो संभव छह परिणाम क्या हैं?

हल : पासे फेंकने पर संभव परिणाम 1, 2, 3, 4, 5 या 6 होगा।

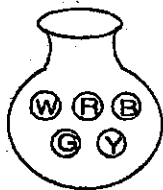
प्रश्न 3. जब आप पहिए को घुमाएँगे, तो संभावित परिणाम क्या होंगे (आकृति 5.15) ? इनकी सूची बनाइए। (यहाँ परिणाम का अर्थ है कि वह त्रिज्यखंड जहाँ पर सूचक (pointer) घुमाने पर रुकेगा।)



आकृति 5.15

हल : संभावित परिणाम यह होगा कि सूचक A, B या C पर रुक जाएगा।

प्रश्न 4. आपके पास एक थैला है और उसमें भिन्न-भिन्न रंगों की पाँच एक जैसी गेंदें हैं (आकृति 5.20)। आप बिना देखे इसमें से एक गेंद निकालते हैं। प्राप्त होने वाले परिणामों को लिखिए।



आकृति 5.16

हल : प्राप्त होने वाले परिणामों की संख्या पाँच होगी, क्योंकि संभावित परिणाम हैं : सफेद गेंद, लाल गेंद, नीली गेंद, हरी गेंद तथा पीली गेंद।

### सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए (पृष्ठ संख्या-89)

एक पासे को फेंकने पर :

(i) क्या पहले खिलाड़ी के 6 प्राप्त करने का संयोग अधिक है?

(ii) क्या उसके बाद खेलने वाले खिलाड़ी के 6 प्राप्त करने का संयोग कम है?

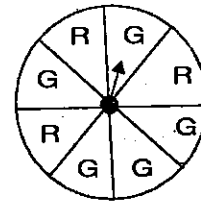
(iii) मान लीजिए कि दूसरा खिलाड़ी 6 प्राप्त कर लेता है। क्या इसका अर्थ यह है कि तीसरे खिलाड़ी द्वारा 6 प्राप्त करने का कोई संयोग नहीं है?

हल : (i) नहीं, (ii) नहीं तथा (iii) नहीं

क्योंकि यादृच्छिक प्रयोग (random experiment) के अनुसार परिणामों पर नियंत्रण नहीं किया जा सकता है।

### प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या-91)

मान लीजिए कि आप पहिए को घुमाते हैं (आकृति 5.17)।



आकृति 5.17

(i) इस पहिए पर एक हरा त्रिज्यखंड प्राप्त करने के परिणामों की संख्या और हरा त्रिज्यखंड प्राप्त न होने के परिणामों की संख्या लिखिए।

(ii) एक हरा त्रिज्यखंड प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(iii) एक हरा त्रिज्यखंड प्राप्त न होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

हल : (i) परिणामों की कुल संख्या = 8

एक पहिए पर एक हरा त्रिज्यखंड प्राप्त करने के परिणामों की संख्या = 5 (हरा त्रिज्यखंड)

एक पहिए पर हरा त्रिज्यखंड प्राप्त न होने के परिणामों की संख्या = 3 (लाल त्रिज्यखंड)

(ii) एक हरा त्रिज्यखंड प्राप्त करने की प्रायिकता

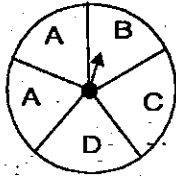
$$= \frac{\text{घटना के परिणामों की संख्या}}{\text{परिणामों की कुल संख्या}} = \frac{5}{8}$$

(iii) एक हरा त्रिज्यखंड प्राप्त न होने की प्रायिकता =  $\frac{3}{8}$

**प्रश्नावली 5.3 (पृष्ठ संख्या-92-93)**

प्रश्न 1. इन प्रयोगों में आप जो परिणाम देख सकते हैं उन्हें लिखिए :

(a) पहिए को घुमाना (b) दो सिक्कों को एक साथ उछालना



आकृति 5.18

हल : (a) पहिए को घुमाने से प्राप्त परिणाम हैं: A, B, C तथा D

(b) दो सिक्कों को एक साथ उछालने से प्राप्त परिणाम हैं : HT, HH, TH, TT

(यहाँ HT का अर्थ है कि पहले सिक्के पर चित (Head) और दूसरे सिक्के पर पट (Tail) इत्यादि।)

प्रश्न 2. जब एक पासे को फेंका जाता है, तब निम्नलिखित प्रत्येक घटना से प्राप्त होने वाले परिणामों को लिखिए :

(i) (a) एक अभाज्य संख्या (b) एक अभाज्य संख्या नहीं

(ii) (a) 5 से बड़ी एक संख्या (b) 5 से बड़ी संख्या नहीं

हल : निम्नलिखित प्राप्त करने की घटना के परिणाम :

(i) (a) एक अभाज्य संख्या = 2, 3, 5

(b) जो एक अभाज्य संख्या नहीं है : 1, 4, 6

(ii) (a) 5 से बड़ी एक संख्या = 6

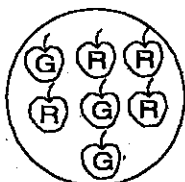
(b) जो 5 से बड़ी संख्या नहीं है : 1, 2, 3 तथा 4

प्रश्न 3. ज्ञात कीजिए :

(a) (प्रश्न 1 (a) में) सूचक के D पर रुकने की प्रायिकता।

(b) अच्छी प्रकार से फेंटी हुई 52 ताशों की एक गड्डी में से 1 इक्का प्राप्त करने की प्रायिकता।

(c) एक लाल सेब प्राप्त करने की प्रायिकता (दी हुई आकृति से देखिए)।



आकृति 5.19

हल : (a) सूचक के D पर रुकने के संभावित परिणामों की संख्या = 1

परिणामों की कुल संख्या = 5

∴ सूचक के D पर रुकने की प्रायिकता (P) =  $\frac{1}{5}$

(b) ताशों की कुल संख्या = 52

इक्का की कुल संख्या = 4

∴ इक्का प्राप्त करने की प्रायिकता =  $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

(c) लाल सेब की संख्या = 4

सेब के परिणामों की कुल संख्या = 7

∴ एक लाल सेब प्राप्त करने की प्रायिकता =  $\frac{4}{7}$

प्रश्न 4. 10 पृथक पर्चियों पर 1 से 10 तक संख्याएँ लिखी हुई हैं (एक पर्ची पर एक संख्या), उन्हें एक बक्स में रखकर अच्छी प्रकार से मिला दिया जाता है। बक्स के अंदर से बिना देखे एक पर्ची निकाली जाती है। निम्नलिखित की प्रायिकता क्या है?

(i) संख्या 6 प्राप्त करना।

(ii) 6 से छोटी एक संख्या प्राप्त करना।

(iii) 6 से बड़ी एक संख्या प्राप्त करना।

(iv) 1 अंक की एक संख्या प्राप्त करना।

हल : (i) 6 लिखी हुई पर्ची की संख्या = 1

परिणामों की कुल संख्या = 10

∴ संख्या 6 की प्रायिकता (P) =  $\frac{1}{10}$

(ii) 6 से छोटी लिखी हुई पर्चियों की संख्या

= 5 (1, 2, 3, 4, 5)

कुल परिणामों (पर्चियों) की संख्या = 10

∴ 6 से छोटी एक संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता (p)

=  $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

(iii) 6 से बड़ी लिखी हुई पर्चियों की संख्या = 4 (7, 8, 9, 10)

कुल परिणामों (पर्चियों) की संख्या = 10

∴ 6 से बड़ी एक संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता (p)

=  $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

(iv) 1 अंक की लिखी हुई पर्चियों की संख्या

= 9 (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)

कुल परिणामों (पर्चियों) की संख्या = 10

$$\therefore 1 \text{ अंक की एक संख्या प्राप्त करने की प्रायिकता (P)} = \frac{9}{10}$$

प्रश्न 5. यदि आपके पास 3 हरे त्रिज्यखंड, 1 नीला त्रिज्यखंड और 1 लाल त्रिज्यखंड वाला एक घूमने वाला पहिया है तो एक त्रिज्यखंड प्राप्त करने की प्रायिकता क्या है? ऐसा त्रिज्यखंड प्राप्त करने की प्रायिकता क्या है, जो नीला न हो?

हल : कुल परिणामों की संख्या = 3 + 1 + 1 = 5  
हरे त्रिज्यखंड की संख्या = 3

जो नीला त्रिज्यखंड न हो उसकी संख्या = 3 हरा + 1 लाल  
= 4

हरा त्रिज्यखंड प्राप्त करने की प्रायिकता =  $\frac{3}{5}$

जो नीला त्रिज्यखंड न हो; को प्राप्त करने की प्रायिकता

$$= \frac{4}{5}$$

प्रश्न 6. प्रश्न 2 में दी हुई घटनाओं की प्रायिकताएँ ज्ञात कीजिए।

हल : (i) (a) एक अभाज्य संख्या की प्रायिकता (P) =  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(b) जो एक अभाज्य संख्या नहीं हो; की प्रायिकता (P) =  $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

(ii) (a) 5 से बड़ी एक संख्या की प्रायिकता (P) =  $\frac{1}{6}$

(b) जो 5 से बड़ी संख्या नहीं हो; की प्रायिकता (P) =  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

