

वर्ग और वर्गमूल

स्मरणीय तथ्य

1. यदि एक प्राकृत संख्या m को n^2 के रूप में व्यक्त कर सकते हैं, जहाँ n भी एक प्राकृत संख्या है, तब m एक वर्ग संख्या है।
2. सभी वर्ग संख्याओं के अंत में इकाई स्थान पर 0, 1, 4, 5, 6 या 9 होता है।
3. वर्ग संख्याओं के अंत में शून्यों की संख्या केवल सम होती है।
4. वर्गमूल, वर्ग की प्रतिलोम सक्रिया है।
5. एक पूर्ण वर्ग संख्या के दो पूर्ण वर्गमूल होते हैं।

धनात्मक वर्गमूल को संकेत $\sqrt{\quad}$ द्वारा व्यक्त किया जाता है।

उदाहरणार्थ, $3^2 = 9$, $\sqrt{9} = 3$ होता है।

पाठ्य पुस्तक के प्रश्नोत्तर

प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या-96)

प्रश्न 1. दी गई संख्याओं के बीच की पूर्ण वर्ग संख्याएँ ज्ञात कीजिए :

(i) 30 और 40 (ii) 50 और 60

हल : (i) 30 और 40 के बीच 36 है, जो एक पूर्ण वर्ग संख्या है।

$$\therefore \sqrt{36} = 6$$

(ii) 50 और 60 के बीच कोई भी पूर्ण वर्ग संख्या नहीं है।

पृष्ठ संख्या-97

प्रश्न 1. क्या हम कह सकते हैं कि निम्न संख्याएँ पूर्ण वर्ग संख्याएँ हैं? हम कैसे जानते हैं?

(i) 1057 (ii) 23453

(iii) 7928 (iv) 222222

(v) 1069 (vi) 2061

हल : \therefore सभी वर्ग संख्याओं के अंत में इकाई स्थान पर 0, 1, 4, 5, 6 या 9 होता है।

(i) 1057 पूर्ण वर्ग संख्या नहीं है क्योंकि इकाई स्थान पर 7 है।

(ii) 23453 पूर्ण वर्ग संख्या नहीं है क्योंकि इकाई स्थान पर 3 है।

(iii) 7928 पूर्ण वर्ग संख्या नहीं है क्योंकि इकाई स्थान पर 8 है।

(iv) 222222 पूर्ण वर्ग संख्या नहीं है क्योंकि इकाई स्थान पर 2 है।

(v) 1069 पूर्ण वर्ग संख्या है क्योंकि इकाई स्थान पर 9 है।

(vi) 2061 पूर्ण वर्ग संख्या है क्योंकि इकाई स्थान पर 1 है।

प्रश्न 2. पाँच ऐसी संख्याएँ लिखिए जिनके इकाई स्थान को देखकर आप नहीं बता सकते कि वे वर्ग संख्याएँ हैं या नहीं।

हल : निम्नलिखित पाँच ऐसी संख्याएँ हैं जो पूर्ण संख्याएँ नहीं हैं :

223, 237, 25968, 7727 तथा 8888

प्रश्न 3. 123^2 , 77^2 , 82^2 , 161^2 , 109^2 में से कौन सी संख्या अंक 1 पर समाप्त होगी?

हल : सभी वर्ग संख्याओं के अंत में इकाई स्थान पर 0, 1, 4, 5, 6 या 9 होता है।

यदि एक संख्या के इकाई स्थान पर 1 या 9 आता है तब इसकी वर्ग संख्या के अंत में 1 आता है।

$$\therefore 161^2 = 161 \times 161 = 25921$$

$$109^2 = 109 \times 109 = 11881$$

अतः $(161)^2$ तथा $(109)^2$ के अंत में 1 आता है।

पृष्ठ संख्या-98

प्रश्न 1. निम्नलिखित में से कौन सी संख्याओं के इकाई स्थान पर 6 अंक होगा :

(i) 19^2 (ii) 24^2 (iii) 26^2 (iv) 36^2 (v) 34^2

हल : (ii) $(24)^2$, (iii) $(26)^2$, (iv) $(36)^2$ तथा (v) $(34)^2$ में इकाई स्थान पर 6 अंक होगा।

अर्थात् जब कोई वर्ग संख्या 6 पर समाप्त होती है तो वह जिस संख्या का वर्ग है, उसका इकाई अंक या तो 4 या 6 होगा।

प्रश्न 2. निम्नलिखित संख्याओं के वर्ग करने पर उनके इकाई स्थान पर क्या होगा ?

(i) 1234 (ii) 26387 (iii) 52698 (iv) 99880 (v) 21222
(vi) 9106

हल : (i) 6 ($\because 4 \times 4 = 16$) (ii) 9 ($\because 7 \times 7 = 49$)

(iii) 4 ($\because 8 \times 8 = 64$) (iv) 0 ($\because 0 \times 0 = 0$)

(v) 4 ($\because 2 \times 2 = 4$) (vi) 6 ($\because 6 \times 6 = 36$)

प्रश्न 3. निम्नलिखित में से किन संख्याओं के वर्ग विषम संख्या/सम संख्या होंगे? क्यों?

(i) 727 (ii) 158

(iii) 269 (iv) 1980

हल : (i) 727, विषम संख्या

(ii) 158, सम संख्या

(iii) 269, विषम संख्या (iv) 1980, सम संख्या

प्रश्न 4. निम्नलिखित संख्याओं के वर्ग में शून्यों की संख्या क्या होगी?

(i) 60 (ii) 400

हल : (i) 60, दो शून्य (ii) 400, चार शून्य

पृष्ठ संख्या-100

प्रश्न 1. 9^2 और 10^2 के बीच कितनी प्राकृत संख्याएँ हैं? 11^2 और 12^2 के बीच भी प्राकृत संख्याओं की संख्या बताइए।

हल : हम जानते हैं कि दो वर्ग संख्याओं n और $(n+1)$ के बीच $2n$ संख्याएँ हैं जो वर्ग संख्याएँ नहीं हैं।

अतः 9^2 और 10^2 के बीच प्राकृत संख्याएँ = $2n$ (जहाँ n सबसे छोटी संख्या होगा)

$\therefore 2n = 2 \times 9$

$= 18$

$\therefore n = \frac{18}{2} = 9$

11^2 तथा 12^2 के बीच कुल प्राकृत संख्या = $2n$

$\therefore 2n = 2 \times 11 = 22$

$\therefore n = \frac{22}{2} = 11$

प्रश्न 2. निम्नलिखित संख्याओं के युग्मों के बीच की संख्या बताइए जो वर्ग संख्याएँ नहीं हैं:

(i) 100^2 और 101^2 (ii) 90^2 और 91^2 (iii) 1000^2 और 1001^2

हल : (i) 100^2 और 101^2 के बीच जो वर्ग संख्याएँ नहीं हैं $= 2n$

$\therefore 2n = 2 \times 100$ जहाँ $n =$ सबसे छोटी संख्या = 200

(ii) इसी प्रकार, $2n = 2 \times 90 = 180$ ($\because n = 90$)

(iii) $2n = 2 \times 1000 = 2000$ ($\because n = 1000$)

पृष्ठ संख्या-101

प्रश्न 1. निम्नलिखित संख्याओं में प्रत्येक पूर्ण वर्ग संख्याएँ हैं या नहीं?

(i) 121 (ii) 55 (iii) 81 (iv) 49 (v) 69

हल : यदि कोई प्राकृत संख्या 1 से प्रारंभ होने वाली क्रमागत विषम संख्याओं के योग के रूप में व्यक्त नहीं हो सकती तो वह पूर्ण वर्ग संख्या नहीं है।

(i) $121 - 1 = 120$

$120 - 3 = 117$

$117 - 5 = 112$

$112 - 7 = 105$

$105 - 9 = 96$

$96 - 11 = 85$

$85 - 13 = 72$

$72 - 15 = 57$

$57 - 17 = 40$

$40 - 19 = 21$

$21 - 21 = 0$, अतः 121 पूर्ण वर्ग संख्या है।

प्रश्न (i) के अनुसार अन्य प्रश्नों को हल करने पर,

(ii) 55 पूर्ण वर्ग संख्या नहीं है।

(iii) 81 पूर्ण वर्ग संख्या है।

(iv) 49 पूर्ण वर्ग संख्या है।

(v) 69 पूर्ण वर्ग संख्या नहीं है।

प्रश्न 2. निम्नलिखित संख्याओं को दो क्रमागत पूर्णाकों के योग के रूप में लिखिए :

(i) 21^2 (ii) 13^2 (iii) 11^2 (iv) 19^2

हल : (i) $21^2 = 441 = \left[\frac{21^2 - 1}{2} + \frac{21^2 + 1}{2} \right] = 220 + 221$

(ii) $13^2 = 169 = \left[\frac{13^2 - 1}{2} + \frac{13^2 + 1}{2} \right] = 84 + 85$

$$(iii) 11^2 = 121 = \left[\frac{11^2 - 1}{2} + \frac{11^2 + 1}{2} \right] = 60 + 61$$

$$(iv) 19^2 = 361 = \left[\frac{19^2 - 1}{2} + \frac{19^2 + 1}{2} \right] = 180 + 181$$

प्रश्न 3. क्या आप सोचते हैं कि इसका विलोम सत्य है अर्थात् क्या दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांकों का योग एक पूर्ण वर्ग होता है? अपने उत्तर के पक्ष में एक उदाहरण दीजिए।

हल : नहीं, क्योंकि इसका विलोम सत्य नहीं है।

$$4 + 5 = 9 = 3^2$$

$$6 + 7 = 13, \text{ यह पूर्ण वर्ग संख्या नहीं है।}$$

पृष्ठ संख्या-102

प्रश्न 1. उपरोक्त प्रतिरूप का उपयोग करते हुए वर्ग संख्याएँ लिखिए :

(i) 111111² (ii) 1111111²

हल : (i) (111111)² = 12345654321

(ii) (1111111)² = 1234567654321

प्रश्न 2. उपरोक्त प्रतिरूप का उपयोग करते हुए क्या आप निम्नलिखित संख्याओं का वर्ग ज्ञात कर सकते हैं?

(i) 6666667² (ii) 66666667²

हल : (i) (6666667)² = 44444448888889

(ii) (66666667)² = 4444444488888889

प्रश्नावली 6.1 (पृष्ठ संख्या 102-103)

प्रश्न 1. निम्नलिखित संख्याओं के वर्गों के इकाई के अंक क्या होंगे?

(i) 81

(ii) 272

(iii) 799

(iv) 3853

(v) 1234

(vi) 26387

(vii) 52698

(viii) 99880

(ix) 12796

(x) 55555

हल : (i) 1 ($\because 1^2 = 1$) (ii) 4 ($\because 2^2 = 4$)

(iii) 1 ($\because 9^2 = 81$) (iv) 9 ($\because 3^2 = 9$)

(v) 6 ($\because 4^2 = 16$) (vi) 9 ($\because 7^2 = 49$)

(vii) 4 ($\because 8^2 = 64$) (viii) 0 ($\because 0^2 = 0$)

(ix) 6 ($\because 6^2 = 36$) (x) 5 ($\because 5^2 = 25$)

प्रश्न 2. निम्नलिखित संख्याएँ स्पष्ट रूप से पूर्ण वर्ग संख्याएँ नहीं हैं, इसका कारण दीजिए।

(i) 1057

(ii) 23453

(iii) 7928

(iv) 222222

(v) 64000

(vi) 89722

(vii) 222000

(viii) 505050

हल : हम जानते हैं कि सभी वर्ग संख्याओं के अंत में इकाई स्थान पर 0, 1, 4, 5, 6 या 9 होते हैं।

अर्थात् किसी संख्या के इकाई स्थान पर 2, 3, 7 या 8 होने पर पूर्ण वर्ग संख्या नहीं है। अतः

(i) पूर्ण वर्ग संख्या नहीं है। (\because इकाई = 7)

(ii) पूर्ण वर्ग संख्या नहीं है। (\because इकाई = 3)

(iii) पूर्ण वर्ग संख्या नहीं है। (\because इकाई = 8)

(iv) पूर्ण वर्ग संख्या नहीं है। (\because इकाई = 2)

(v) पूर्ण वर्ग संख्या नहीं है। (क्योंकि 0 अंत में सम संख्या नहीं है।)

(vi) पूर्ण वर्ग संख्या नहीं है। (\because इकाई = 2)

(vii) पूर्ण वर्ग संख्या नहीं है। (क्योंकि 0 अंत में सम संख्या नहीं है।)

(viii) पूर्ण वर्ग संख्या नहीं है। (क्योंकि 0 अंत में सम संख्या नहीं है।)

प्रश्न 3. निम्नलिखित संख्याओं में से किस संख्या का वर्ग विषम संख्या होगा ?

(i) 431

(ii) 2826

(iii) 7779

(iv) 82004

हल : (i) 431 तथा (iii) 7779 का वर्ग विषम संख्या होगा क्योंकि दो विषम संख्याओं का वर्ग विषम होता है।

प्रश्न 4. निम्न प्रतिरूप का अवलोकन कीजिए और रिक्त स्थान भरिए :

$$11^2 = 121$$

$$101^2 = 10201$$

$$1001^2 = 1002001$$

$$100001^2 = 1\text{.....}2\text{.....}1$$

$$10000001^2 = \text{.....}$$

हल : $100001^2 = 10000200001$

$$10000001^2 = 10000020000001$$

प्रश्न 5. निम्न प्रतिरूप का अवलोकन कीजिए और रिक्त स्थान भरिए :

$$11^2 = 121$$

$$101^2 = 10201$$

$$10101^2 = 102030201$$

$$1010101^2 = \text{.....}$$

$$\text{.....}^2 = 10203040504030201$$

हल : $1010101^2 = 1020304030201$

$$101010101^2 = 10203040504030201$$

प्रश्न 6. दिए गए प्रतिरूप का उपयोग करते हुए लुप्त संख्याओं को प्राप्त कीजिए :

$$1^2 + 2^2 + 2^2 = 3^2$$

$$2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2$$

$$3^2 + 4^2 + 12^2 = 13^2$$

$$4^2 + 5^2 + \underline{\quad}^2 = 21^2$$

$$5^2 + \underline{\quad}^2 + 30^2 = 31^2$$

$$6^2 + 7^2 + \underline{\quad}^2 = \underline{\quad}^2$$

प्रतिरूप प्राप्त कीजिए :

तीसरी संख्या पहली और दूसरी से संबंधित है। कैसे ? चौथी संख्या तीसरी संख्या से संबंधित है। कैसे ?

हल : दिए गए प्रतिरूप के अनुसार

$$4^2 + 5^2 + 20^2 = 21^2$$

$$5^2 + 6^2 + 30^2 = 31^2$$

$$6^2 + 7^2 + 42^2 = 43^2$$

$$\therefore 1 \times 2 = 2, 2 + 1 = 3,$$

$$2 \times 3 = 6, 6 + 1 = 7,$$

$$3 \times 4 = 12, 12 + 1 = 13$$

..... इत्यादि।

प्रश्न 7. योग संक्रिया किए बिना योगफल ज्ञात कीजिए :

(i) $1 + 3 + 5 + 7 + 9$

(ii) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19$

(iii) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23$

हल : हम जानते हैं कि पहली n विषम प्राकृत संख्याओं का योग n^2 होता है।

(i) $1 + 3 + 5 + 7 + 9$, यहाँ $n = 5$

$$\therefore n^2 = 5^2 = 25$$

(ii) $n = 10 \therefore n^2 = (10)^2 = 100$

(iii) $n = 12 \therefore n^2 = (12)^2 = 144$

प्रश्न 8. (i) 49 को 7 विषम संख्याओं के योग के रूप में लिखिए।

(ii) 121 को 11 विषम संख्याओं के योग के रूप में लिखिए।

हल : (i) $49 = (7)^2 =$ पहली n विषम प्राकृत संख्याओं का योग
 $=$ पहली 7 विषम प्राकृत संख्याओं का योग
 $= 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13$

(ii) $121 = (11)^2 =$ पहली 11 विषम प्राकृत संख्याओं का योग
 $= 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21$

प्रश्न 9. निम्नलिखित संख्याओं के वर्ग के बीच में कितनी संख्याएँ हैं ?

(i) 12 और 13 (ii) 25 और 26 (iii) 99 और 100

हल : हम जानते हैं कि दो वर्ग संख्याओं n और $(n + 1)$ के बीच $2n$ संख्याएँ हैं जो वर्ग संख्याएँ नहीं हैं।

(i) $n = 12, n + 1 = 12 + 1 = 13; \therefore 2n = 2 \times 12 = 24$ संख्याएँ

(ii) $n = 25, n + 1 = 25 + 1 = 26; \therefore 2n = 2 \times 25 = 50$ संख्याएँ

(iii) $n = 99, n + 1 = 99 + 1 = 100; \therefore 2n = 2 \times 99 = 198$ संख्याएँ

प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या-104)

प्रश्न 1. निम्नलिखित संख्याओं के वर्ग ज्ञात कीजिए जिनके इकाई अंक 5 हैं :

(i) 15 (ii) 95 (iii) 105 (iv) 205

हल : (i) $\therefore (a5)^2 = a(a+1) \times$ सैकड़ा $+ 25$

$$\therefore (15)^2 = 1(1+1) \times 100 + 25$$

$$= 2 \times 100 + 25$$

$$= 225$$

(ii) $(95)^2 = 9(9+1) \times 100 + 25$

$$= 90 \times 100 + 25$$

$$= 9025$$

(iii) $105 = 10 \times (10+1) \times 100 + 25$

$$= 110 \times 100 + 25$$

$$= 11025$$

(iv) $205 = 20 \times (20+1) \times 100 + 25$

$$= 420 \times 100 + 25$$

$$= 42025$$

प्रश्नावली 6.2 (पृष्ठ संख्या-105)

प्रश्न 1. निम्न संख्याओं का वर्ग ज्ञात कीजिए :

(i) 32 (ii) 35 (iii) 86

(iv) 93 (v) 71 (vi) 46

हल : (i) $32^2 = (30+2)^2$

$$= (30+2)(30+2)$$

$$= 30(30+2) + 2(30+2)$$

$$= 900 + 60 + 60 + 4$$

$$= 1024$$

(ii) $35^2 = 3(3+1) \times 100 + 25$

$$= 12 \times 100 + 25$$

$$= 1225$$

(iii) $86^2 = (80+6)^2 = (80+6)(80+6)$

$$= 80(80+6) + 6(80+6)$$

$$= 6400 + 480 + 480 + 36$$

$$= 7396$$

(iv) $93^2 = (90+3)^2 = (90+3)(90+3)$

$$= 90(90+3) + 3(90+3)$$

$$= 8100 + 270 + 270 + 9$$

$$= 8649$$

(v) $71^2 = (70+1)^2 = (70+1)(70+1)$

$$= 70(70+1) + 1(70+1)$$

$$= 4900 + 70 + 70 + 1$$

$$= 5041$$

(vi) $46^2 = (40+6)^2 = (40+6)(40+6)$

$$= 40(40+6) + 6(40+6)$$

$$= 1600 + 240 + 240 + 36$$

$$= 2116$$

प्रश्न 2. पाइथागोरस त्रिक लिखिए जिसका एक सदस्य

है,

(i) 6 (ii) 14 (iii) 16 (iv) 18

हल : (i) किसी प्राकृत संख्या $m > 1$ के लिए, हम पाते हैं

$$(2m)^2 + (m^2 - 1)^2 = (m^2 + 1)^2$$

अतः $2m$, $m^2 - 1$ और $m^2 + 1$ पाइथागोरस त्रिक के रूप में

हैं।

अब, $m^2 - 1 = 6$

या $m^2 = 6 + 1$

$\therefore m = \sqrt{7}$ (यह पूर्णांक संख्या नहीं है)

$m^2 + 1 = 6$

या $m^2 = 6 - 1 = 5$

$\therefore m = \sqrt{5}$ (यह पूर्णांक संख्या नहीं है)

$2m = 6$

या $m = \frac{6}{2} = 3$ (यह पूर्णांक संख्या है)

अतः, $m^2 - 1 = 3^2 - 1 = 9 - 1 = 8$

$m^2 + 1 = 3^2 + 1 = 9 + 1 = 10$

इस प्रकार, आवश्यक त्रिक है (6, 8, 10)

(ii) $m^2 - 1 = 14$

या $m^2 = 14 + 1 = 15$

$\therefore m = \sqrt{15}$ (यह पूर्णांक संख्या नहीं है)

$m^2 + 1 = 14$

या $m^2 = 14 - 1 = 13$

$\therefore m = \sqrt{13}$ (यह पूर्णांक संख्या नहीं है)

$2m = 14$

$\therefore m = \frac{14}{2} = 7$ (यह एक पूर्णांक संख्या है)

या $m^2 - 1 = 7^2 - 1 = 49 - 1 = 48$

$m^2 + 1 = 7^2 + 1 = 49 + 1 = 50$

\therefore आवश्यक त्रिक है (14, 48, 50)

(iii) $m^2 - 1 = 16$

या $m^2 = 16 + 1 = 17$

$\therefore m = \sqrt{17}$ (यह पूर्णांक संख्या नहीं है)

$m^2 + 1 = 16$

या $m^2 = 16 - 1 = 15$

$\therefore m = \sqrt{15}$ (यह पूर्णांक संख्या नहीं है)

तथा $2m = 16$

या $m = \frac{16}{2} = 8$ (यह पूर्णांक संख्या है)

$\therefore m^2 - 1 = (8)^2 - 1 = 64 - 1 = 63$

$m^2 + 1 = (8)^2 + 1 = 64 + 1 = 65$

\therefore आवश्यक त्रिक है (16, 63, 65)

(iv) $m^2 - 1 = 18$

या $m^2 = 18 + 1 = 19$

$\therefore m = \sqrt{19}$ (यह पूर्णांक संख्या नहीं है)

$m^2 + 1 = 18$

या $m^2 = 18 - 1 = 17$

$\therefore m = \sqrt{17}$ (यह पूर्णांक संख्या नहीं है)

तथा $2m = 18$

$\therefore m = \frac{18}{2} = 9$ (यह पूर्णांक संख्या है)

$\therefore m^2 - 1 = 9^2 - 1 = 81 - 1 = 80$

$m^2 + 1 = 9^2 + 1 = 81 + 1 = 82$

\therefore आवश्यक त्रिक है (18, 80, 82)

प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या-106)

प्रश्न 1. (i) $11^2 = 121$, 121 का वर्गमूल क्या है? (ii) $14^2 = 196$, 196 का वर्गमूल क्या है?

हल : (i) $11^2 = 121$

$\therefore \sqrt{121} = 11$

(ii) $14^2 = 196$

$\therefore \sqrt{196} = 14$

पृष्ठ संख्या-107

प्रश्न 2. 1 से प्रारंभ होने वाली विषम संख्याओं को बार-बार घटाने पर प्राप्त निम्नलिखित संख्याएँ पूर्ण वर्ग हैं या नहीं? यदि यह संख्या पूर्ण वर्ग हैं तो इसके वर्गमूल ज्ञात कीजिए :

(i) 121 (ii) 55 (iii) 36 (iv) 49 (v) 90

हल : (i) $121 - 1 = 120$

$120 - 3 = 117$

$117 - 5 = 112$

$112 - 7 = 105$

$105 - 9 = 96$

$96 - 11 = 85$

$85 - 13 = 72$

$72 - 15 = 57$

$57 - 17 = 40$

$40 - 19 = 21$

$21 - 21 = 0$

संख्या 1 से क्रमागत विषम संख्याओं को 121 में से घटाने पर 11वाँ पद 0 प्राप्त होता है। इसलिए 121 पूर्ण वर्ग है।

$$\text{अतः } \sqrt{121} = 11$$

$$(ii) \quad \begin{aligned} 55-1 &= 54 \\ 54-3 &= 51 \\ 51-5 &= 46 \\ 46-7 &= 39 \\ 39-9 &= 30 \\ 30-11 &= 19 \\ 19-13 &= 6 \end{aligned}$$

यहाँ पर 7वाँ पद 0 प्राप्त नहीं होता है। अतः 55 पूर्ण वर्ग नहीं है।

$$(iii) \quad \begin{aligned} 36-1 &= 35 \\ 35-3 &= 32 \\ 32-5 &= 27 \\ 27-7 &= 20 \\ 20-9 &= 11 \\ 11-11 &= 0 \end{aligned}$$

यहाँ पर 6वाँ पद 0 है। इसलिए 36 पूर्ण वर्ग है।

$$\text{अतः } \sqrt{36} = 6$$

$$(iv) \quad \begin{aligned} 49-1 &= 48 \\ 48-3 &= 45 \\ 45-5 &= 40 \\ 40-7 &= 33 \\ 33-9 &= 24 \\ 24-11 &= 13 \\ 13-13 &= 0 \end{aligned}$$

यहाँ पर 7वाँ पद 0 है। अतः 49 पूर्ण वर्ग है।

$$\text{अतः } \sqrt{49} = 7$$

$$(v) \quad \begin{aligned} 90-1 &= 89 \\ 89-3 &= 86 \\ 86-5 &= 81 \\ 81-7 &= 74 \\ 74-9 &= 65 \\ 65-11 &= 54 \\ 54-13 &= 41 \\ 41-15 &= 26 \\ 26-17 &= 9 \end{aligned}$$

यहाँ पर 9वाँ पद 0 प्राप्त नहीं है। अतः 90 पूर्ण वर्ग नहीं है।

प्रश्नावली 6.3 (पृष्ठ संख्या-109-110)

प्रश्न 1. निम्नलिखित संख्याओं के वर्गमूल ज्ञात करने में इकाई अंक की क्या संभावना है :

$$(i) 9801 \quad (ii) 99856$$

$$(iii) 998001 \quad (iv) 657666025$$

$$\text{हल : (i) } (9801)^2 = 9801 \times 9801$$

$$\text{इकाई अंक} = 1 (\because 1 \times 1 = 1)$$

$$(ii) \quad (98856)^2 = 98856 \times 98856$$

$$\text{इकाई अंक} = 6 (\because 6 \times 6 = 36)$$

$$(iii) \quad (998001)^2 = 998001 \times 998001$$

$$\text{इकाई अंक} = 1 (\because 1 \times 1 = 1)$$

$$(iv) \quad (657666025)^2 = 657666025 \times 657666025$$

$$\text{इकाई अंक} = 5 (\because 5 \times 5 = 25)$$

प्रश्न 2. बिना गणना किए वह संख्या बताएँ जो वास्तव में पूर्ण वर्ग नहीं है :

$$(i) 153 \quad (ii) 257 \quad (iii) 408 \quad (iv) 441$$

हल : हम जानते हैं, कि सभी वर्ग संख्याओं के अंत में इकाई स्थान पर 0, 1, 4, 9 या 6 होना है। अर्थात् इकाई स्थान पर 2, 3, 7 या 8 आने पर संख्याएँ पूर्ण वर्ग नहीं होते हैं।

$$(i) 153 \text{ पूर्ण वर्ग नहीं है क्योंकि इकाई अंक 3 है।}$$

$$(ii) 257 \text{ पूर्ण वर्ग नहीं है क्योंकि इकाई अंक 7 है।}$$

$$(iii) 408 \text{ पूर्ण वर्ग नहीं है क्योंकि इकाई अंक 8 है।}$$

$$(iv) 441 \text{ पूर्ण वर्ग है क्योंकि इकाई अंक 1 है।}$$

प्रश्न 3. बार-बार घटाने की विधि से 100 और 169 का वर्गमूल ज्ञात कीजिए :

$$\text{हल : } \sqrt{100} = 10 \quad \sqrt{169} = 13$$

$$100 - 1 = 99 \quad 169 - 1 = 168$$

$$99 - 2 = 97 \quad 168 - 2 = 166$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$36 - 17 = 19 \quad 44 - 21 = 23$$

$$19 - 19 = 0 \quad 23 - 23 = 0$$

अतः यह पूर्ण वर्ग है। अतः यह पूर्ण वर्ग है।

इसमें 10वाँ पद 0 होता है। इसमें 13वाँ पद 0 होता है।

प्रश्न 4. अभाज्य गुणनखंड विधि से निम्न संख्याओं का वर्गमूल ज्ञात कीजिए :

$$(i) 729 \quad (ii) 400 \quad (iii) 1764 \quad (iv) 4096$$

$$(v) 7744 \quad (vi) 9604 \quad (vii) 5929 \quad (viii) 9216$$

$$(ix) 529 \quad (x) 8100$$

$$\text{हल : (i) } 729 = \underline{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$\sqrt{729} = 3 \times 3 \times 3$$

$$\therefore \sqrt{729} = 27$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 729} \\ 3 \overline{) 243} \\ 3 \overline{) 81} \\ 3 \overline{) 27} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \overline{) 3} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 243} \\ 3 \overline{) 81} \\ 3 \overline{) 27} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \overline{) 3} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 81} \\ 3 \overline{) 27} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \overline{) 3} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 27} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \overline{) 3} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 9} \\ 3 \overline{) 3} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 3} \\ 1 \end{array}$$

$$\sqrt{1764} = 2 \times 3 \times 7$$

$$\therefore \sqrt{1764} = 42$$

$$(ii) 180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

अभाज्य गुणनखंड के अनुसार 5 का युग्म नहीं है अतः 180 एक पूर्ण वर्ग नहीं है। यदि 5 का एक जोड़ा बनाते हैं तब संख्या पूर्ण वर्ग हो जाएगी।

$$\text{अतः } 180 \times 5 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$\sqrt{900} = 2 \times 3 \times 5$$

$$\therefore \sqrt{900} = 30$$

$$(iii) 1008 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$$

अभाज्य गुणनखंड के अनुसार 7 का युग्म नहीं है अतः 1008 एक पूर्ण वर्ग नहीं है। यदि 7 का एक जोड़ा बनाते हैं तब संख्या पूर्ण वर्ग हो जाएगी।

$$\text{अतः } 1008 \times 7 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7$$

$$\sqrt{7056} = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

$$\therefore \sqrt{7056} = 84$$

$$(iv) 2028 = 2 \times 2 \times 3 \times 13 \times 13$$

अभाज्य गुणनखंड के अनुसार 3 का युग्म नहीं है अतः 2028 एक पूर्ण वर्ग नहीं है। यदि 3 का एक जोड़ा बनाते हैं तब संख्या पूर्ण वर्ग हो जाएगी।

$$\text{अतः } 2028 \times 3 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 13 \times 13$$

$$\sqrt{6084} = 2 \times 3 \times 13$$

$$\therefore \sqrt{6084} = 78$$

$$(v) 1458 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

अभाज्य गुणनखंड के अनुसार 2 का युग्म नहीं है अतः 1458 एक पूर्ण वर्ग नहीं है। यदि 2 का एक जोड़ा बनाते हैं तब संख्या पूर्ण वर्ग हो जाएगी।

$$\text{अतः } 1458 \times 2 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$\sqrt{2916} = 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$\therefore \sqrt{2916} = 54$$

$$(vi) 768 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

अभाज्य गुणनखंड के अनुसार 3 का युग्म नहीं है अतः 768 एक पूर्ण वर्ग नहीं है। यदि 3 का एक जोड़ा बनाते हैं तब संख्या पूर्ण वर्ग हो जाएगी।

$$\text{अतः } 768 \times 3 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$\sqrt{2304} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$\therefore \sqrt{2304} = 48$$

प्रश्न 6. निम्नलिखित संख्याओं में प्रत्येक के लिए वह सबसे छोटी पूर्ण संख्या ज्ञात कीजिए जिससे इस संख्या को भाग देने पर वह एक पूर्ण वर्ग संख्या बन जाए। इस तरह ज्ञात की गई संख्या का वर्गमूल भी ज्ञात कीजिए।

$$(i) 252$$

$$(ii) 2925$$

$$(iii) 396$$

$$(iv) 2645$$

$$(v) 2800$$

$$(vi) 1620$$

$$\text{हल : (i) } 252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$$

यदि हम 252 को 7 से भाग देते हैं तब

$$252 \div 7 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$\text{अतः } 36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

यह एक पूर्ण वर्ग संख्या है।

अतः सबसे छोटी वांछित संख्या 3 है।

$$\text{तथा } \sqrt{36} = 2 \times 3 = 6$$

$$(ii) 2925 = 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 13$$

यदि हम 2925 को 13 से भाग देते हैं तब

$$2925 \div 13 = 5 \times 5 \times 3 \times 3$$

$$\text{अतः } 225 = 5 \times 5 \times 3 \times 3$$

यह एक पूर्ण वर्ग संख्या है। अतः सबसे छोटी वांछित संख्या 13 है।

$$\text{तथा } \sqrt{225} = 5 \times 3 = 15$$

$$(iii) 396 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 11$$

यदि हम 396 को 11 से भाग देते हैं तब

$$396 \div 11 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$\text{अतः } 36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

यह एक पूर्ण वर्ग संख्या है। अतः सबसे छोटी वांछित संख्या 11 है।

$$\text{तथा } \sqrt{36} = 2 \times 3 = 6$$

$$(iv) 2645 = 5 \times 23 \times 23$$

यदि हम 2645 को 5 से भाग देते हैं तब

$$2645 \div 5 = 23 \times 23$$

$$\text{अतः } 529 = 23 \times 23$$

यह एक पूर्ण वर्ग संख्या है। अतः सबसे छोटी वांछित संख्या 5 है।

$$\text{तथा } \sqrt{529} = 23$$

$$(v) 2800 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 7$$

यदि हम 2800 को 7 से भाग देते हैं तब

$$2800 \div 7 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

$$\text{अतः } 400 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

यह एक पूर्ण वर्ग संख्या है। अतः सबसे छोटी वांछित संख्या 7 है।

$$\text{तथा, } \sqrt{400} = 2 \times 2 \times 5 = 20$$

$$(vi) 1620 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$$

यदि हम 1620 को 5 से भाग देते हैं तब

$$1620 \div 5 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$\text{अतः } 324 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

यह एक पूर्ण वर्ग संख्या है। अतः सबसे छोटी वांछित संख्या 5 है।

$$\text{तथा } \sqrt{324} = 2 \times 3 \times 3 = 18$$

प्रश्न 7. एक विद्यालय में कक्षा VIII के सभी विद्यार्थियों ने प्रधानमंत्री राष्ट्रीय राहत कोष में 2401 रु. दान में दिए। प्रत्येक विद्यार्थी ने उतने ही रुपये दान में दिए जितने कक्षा में विद्यार्थी थे। कक्षा के विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल : माना कि कक्षा-VIII में विद्यार्थियों की संख्या = x

तब प्रत्येक विद्यार्थी द्वारा दिया गया दान = x रुपये

$$\therefore \text{ प्रश्नानुसार, } x \times x = 2401$$

$$\text{या } x^2 = 2401$$

$$\text{या } x = \sqrt{2401}$$

$$\text{या } x = \sqrt{7 \times 7 \times 7 \times 7}$$

$$\text{या } x = 7 \times 7$$

$$\therefore x = 49$$

इसलिए कक्षा-VIII में विद्यार्थियों की संख्या = 49

प्रश्न 8. एक बाग में 2025 पौधे इस प्रकार लगाए जाने हैं कि प्रत्येक पंक्ति में उतने ही पौधे हों, जितनी पंक्तियों की संख्या हो। पंक्तियों की संख्या और प्रत्येक पंक्ति में पौधों की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल : माना कि प्रत्येक पंक्ति में पौधों की संख्या = x

तब, पंक्तियों की संख्या भी x होगी।

$$\therefore \text{ प्रश्नानुसार, } x \times x = 2025$$

$$\text{या } x^2 = 2025$$

$$\text{या } x = \sqrt{2025}$$

$$\text{या } x = \sqrt{5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$\text{या } x = 5 \times 3 \times 3 = 45$$

\therefore पंक्तियों की संख्या और प्रत्येक पंक्ति में पौधों की संख्या = 45

प्रश्न 9. वह सबसे छोटी वर्ग संख्या ज्ञात कीजिए जो 4, 9 और 10 प्रत्येक से विभाजित हो जाए।

हल : 4, 9 और 10 का ल. स. निकालने पर,

$$\text{ल. स.} = 2 \times 2 \times 5 \times 9 = 180$$

$$\text{अब } 180 = 2 \times 2 \times 5 \times 9$$

$$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 4,9,10} \\ \underline{2} \\ 2,9,5 \\ \underline{2} \\ 1,9,5 \\ \underline{1} \\ 9,1,9,1 \\ \underline{9} \\ 1,1,1 \end{array}$$

अभाज्य गुणखंड के अनुसार 5 के युग्म नहीं है। अतः 180 एक पूर्ण वर्ग नहीं है। यदि 5 का एक जोड़ा बनाते हैं तब संख्या पूर्ण वर्ग हो जाएगी।

$$\text{अतः } 180 \times 5 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$900 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

इस प्रकार, 900 सबसे छोटी वर्ग संख्या है जो 4, 9 और 10 से विभाजित हो जाएगी।

प्रश्न 10. वह सबसे छोटी वर्ग संख्या ज्ञात कीजिए जो प्रत्येक 8, 15 और 20 से विभाजित हो जाए।

हल : 8, 15 और 20 का ल.स. निकालने पर

$$\text{ल.स.} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$$

$$\text{अब, } 120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8,15,20} \\ \underline{2} \\ 2,15,10 \\ \underline{2} \\ 2,15,5 \\ \underline{2} \\ 1,15,5 \\ \underline{1} \\ 1,1,1 \end{array}$$

इसमें 2, 3 तथा 5 का युग्म नहीं है। अतः 2, 3 तथा 5 का जोड़ा बनाने पर,

$$120 \times 30 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$3600 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

इस प्रकार, 3600 सबसे छोटी वर्ग संख्या है जो प्रत्येक 8, 15 और 20 से विभाजित हो जाएगी।

प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या-112)

प्रश्न - निम्नलिखित संख्याओं के वर्गमूल में अंकों की संख्या को गणना के बिना ज्ञात कीजिए :

$$(i) 25600 \quad (ii) 100000000 \quad (iii) 36864$$

$$\text{हल : (i) } 25600$$

$$\text{यहाँ अंकों की संख्या (n) = 5 (विषम संख्या)}$$

$$\therefore 25600 \text{ के वर्गमूलों में अंकों की संख्या} = \frac{n+1}{2}$$

$$= \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$(ii) 100000000$$

$$\text{यहाँ अंकों की संख्या (n) = 9 (विषम संख्या)}$$

$$\therefore 100000000 \text{ के वर्गमूलों में अंकों की संख्या} = \frac{n+1}{2}$$

$$= \frac{9+1}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

(iii) 36864

यहाँ अंकों की संख्या (n) = 5 (विषम संख्या)

$$\therefore 36864 \text{ के वर्गमूलों में अंकों की संख्या} = \frac{n+1}{2}$$

$$= \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

पृष्ठ संख्या-115

प्रश्न - निम्नलिखित संख्याओं की निकटतम पूर्ण संख्याओं का अनुमान लगाइए :

(i) $\sqrt{80}$ (ii) $\sqrt{1000}$ (iii) $\sqrt{350}$ (iv) $\sqrt{500}$

हल : (i) $\sqrt{80}$

हम जानते हैं कि $80 < 81 < 100$

तथा $\sqrt{81} = 9$ तथा $\sqrt{100} = 10$

लेकिन, $\sqrt{80} < 9 < 10$

$\sqrt{80}, \sqrt{100}$ की अपेक्षा $\sqrt{81}$ के बहुत पास है।

अतः $\sqrt{80} = 9$ (लगभग)

(ii) $\sqrt{1000}$

हम जानते हैं कि $100 < 1000 < 10000$

तथा $\sqrt{100} < \sqrt{1000} < \sqrt{10000}$

या $10 < \sqrt{1000} < 100$

लेकिन यह किसी के नजदीक नहीं है।

$\therefore (31)^2 = 961$ तथा $(32)^2 = 1024$

लेकिन 1024, 961 की अपेक्षा 1000 के बहुत पास है। अतः

$$\sqrt{1000} = 32 \text{ (लगभग)}$$

(iii) $\sqrt{350}$

हम जानते हैं कि $100 < 350 < 400$

या $\sqrt{100} < \sqrt{350} < \sqrt{400}$

या $10 < \sqrt{350} < 20$

लेकिन यहाँ $\sqrt{350}$ दोनों के बहुत पास नहीं है।

$\therefore (18)^2 = 324$ तथा $(19)^2 = 361$

$18 < \sqrt{350} < 19$

यहाँ 350, 324 की अपेक्षा 361 के बहुत पास है।

अतः $\sqrt{350} = 19$ (लगभग)

(iv) $\sqrt{500}$

हम जानते हैं कि $100 < 500 < 625$

या $\sqrt{100} < \sqrt{500} < \sqrt{625}$

या $10 < \sqrt{500} < \sqrt{25}$

लेकिन यहाँ $\sqrt{500}$ दोनों के बहुत पास नहीं है।

$\therefore (22)^2 = 484$ तथा $(23)^2 = 529$

$22 < \sqrt{500} < \sqrt{23}$

यहाँ 500, 529 की अपेक्षा 484 के बहुत पास है।

अतः $\sqrt{500} = 22$ (लगभग)

प्रश्नावली 6.4 (पृष्ठ संख्या 115-116)

प्रश्न 1. निम्नलिखित संख्याओं का वर्गमूल, भाग विधि से ज्ञात कीजिए :

(i) 2304 (ii) 4489 (iii) 3481

(iv) 529 (v) 3249 (vi) 1369

(vii) 5776 (viii) 7921 (ix) 576

(x) 1024 (xi) 3136 (xii) 900

हल : (i) 2304

	48
4	2304
4	16
88	704
8	704
96	0

$\therefore \sqrt{2304} = 48$

(ii) 4489

	67
6	4489
6	36
127	889
7	889
134	0

$\therefore \sqrt{4489} = 67$

(iii) 3481

	59
5	3481
5	25
109	981
9	981
118	0

$\therefore \sqrt{3481} = 59$

(iv) 529

	23
2	529
2	4
43	129
3	129
46	0

$\therefore \sqrt{529} = 23$

(v) 3249

$$\begin{array}{r} 57 \\ 5 \overline{) 3249} \\ \underline{5} \\ 107 \\ \underline{7} \\ 114 \end{array}$$

$\therefore \sqrt{3249} = 57$

(vi) 1369

$$\begin{array}{r} 37 \\ 3 \overline{) 1369} \\ \underline{3} \\ 67 \\ \underline{7} \\ 74 \end{array}$$

$\therefore \sqrt{1369} = 37$

(vii) 5776

$$\begin{array}{r} 76 \\ 7 \overline{) 5776} \\ \underline{7} \\ 146 \\ \underline{6} \\ 152 \end{array}$$

$\therefore \sqrt{5776} = 76$

(viii) 7921

$$\begin{array}{r} 89 \\ 8 \overline{) 7921} \\ \underline{8} \\ 169 \\ \underline{9} \\ 178 \end{array}$$

$\therefore \sqrt{7921} = 89$

(ix) 576

$$\begin{array}{r} 24 \\ 2 \overline{) 576} \\ \underline{2} \\ 44 \\ \underline{4} \\ 48 \end{array}$$

$\therefore \sqrt{576} = 24$

(x) 1024

$$\begin{array}{r} 32 \\ 3 \overline{) 1024} \\ \underline{3} \\ 62 \\ \underline{2} \\ 64 \end{array}$$

$\therefore \sqrt{1024} = 32$

(xi) 3136

$$\begin{array}{r} 56 \\ 5 \overline{) 3136} \\ \underline{5} \\ 106 \\ \underline{6} \\ 112 \end{array}$$

$\therefore \sqrt{3136} = 56$

(xii) 900

$$\begin{array}{r} 30 \\ 3 \overline{) 900} \\ \underline{3} \\ 60 \end{array}$$

$\therefore \sqrt{900} = 30$

प्रश्न 2. निम्नलिखित संख्याओं में से प्रत्येक के वर्गमूल ज्ञात कीजिए : (बिना गणना के)

(i) 64 (ii) 144 (iii) 4489 (iv) 27225 (v) 390625

हल : (i) 64, यहाँ $n=2$ (सम संख्या)

$\therefore 64$ के वर्गमूलों में अंकों की संख्या $\frac{n}{2} = \frac{2}{2} = 1$

(ii) 144, यहाँ $n=3$ (विषम संख्या)

$\therefore 144$ के वर्गमूलों में अंकों की संख्या $\frac{n+1}{2} = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$

(iii) 4489, यहाँ $n=4$ (सम संख्या)

$\therefore 4489$ के वर्गमूलों में अंकों की संख्या $\frac{n}{2} = \frac{4}{2} = 2$

(iv) 27225, यहाँ $n=5$ (विषम संख्या)

$\therefore 27225$ के वर्गमूलों में अंकों की संख्या $\frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$

(v) 390625, यहाँ $n=6$ (सम संख्या)

$\therefore 390625$ के वर्गमूलों में अंकों की संख्या $\frac{n}{2} = \frac{6}{2} = 3$

प्रश्न 3. निम्नलिखित दशमलव संख्याओं के वर्गमूल ज्ञात कीजिए :

(i) 2.56 (ii) 7.29 (iii) 51.84 (iv) 42.25 (v) 31.36

हल : (i) 2.56

$\therefore \sqrt{2.56} = 1.6$

$$\begin{array}{r} 1.6 \\ 1 \overline{) 2.56} \\ \underline{1} \\ 26 \\ \underline{6} \\ 32 \end{array}$$

(ii) 7.29

$\therefore \sqrt{7.29} = 2.7$

$$\begin{array}{r} 2.7 \\ 2 \overline{) 7.29} \\ \underline{2} \\ 47 \\ \underline{7} \\ 54 \end{array}$$

(iii) 51.84

$\therefore \sqrt{51.84} = 7.2$

$$\begin{array}{r} 7.2 \\ 7 \overline{) 51.84} \\ \underline{7} \\ 142 \\ \underline{2} \\ 144 \end{array}$$

(iv) 42.25

$$\therefore \sqrt{42.25} = 6.5$$

$$\begin{array}{r} 6.5 \\ 6 \overline{) 42.25} \\ \underline{6} \\ 125 \\ \underline{5} \\ 130 \\ \underline{130} \\ 0 \end{array}$$

(v) 31.36

$$\therefore \sqrt{31.36} = 5.6$$

$$\begin{array}{r} 5.6 \\ 5 \overline{) 31.36} \\ \underline{5} \\ 106 \\ \underline{6} \\ 112 \\ \underline{112} \\ 0 \end{array}$$

प्रश्न 4. निम्नलिखित संख्याओं में से प्रत्येक में न्यूनतम संख्या क्या घटाई जाए कि एक पूर्ण वर्ग संख्या प्राप्त हो जाए? इस प्रकार प्राप्त पूर्ण वर्ग संख्याओं का वर्गमूल भी ज्ञात कीजिए :

(i) 402 (ii) 1989 (iii) 3250 (iv) 825 (v) 4000

हल : (i) 402

यहाँ शेष 2 है।

इस प्रकार, $402 - 2 = 400$

$$\therefore \sqrt{400} = 20$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ 2 \overline{) 402} \\ \underline{4} \\ 2 \\ \underline{40} \\ 02 \end{array}$$

(ii) 1989

यहाँ शेष 53 है।

इस प्रकार, $1989 - 53 = 1936$

$$\therefore \sqrt{1936} = 44$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ 4 \overline{) 1989} \\ \underline{4} \\ 4 \\ \underline{4} \\ 84 \\ \underline{4} \\ 88 \\ \underline{88} \\ 53 \end{array}$$

(iii) 3250

यहाँ शेष 1 है।

इस प्रकार, $3250 - 1 = 3249$

$$\therefore \sqrt{3249} = 57$$

$$\begin{array}{r} 57 \\ 5 \overline{) 3250} \\ \underline{5} \\ 107 \\ \underline{7} \\ 114 \\ \underline{114} \\ 1 \end{array}$$

(iv) 825

यहाँ शेष 41 है।

इस प्रकार, $825 - 41 = 784$

$$\therefore \sqrt{784} = 28$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ 2 \overline{) 825} \\ \underline{2} \\ 48 \\ \underline{8} \\ 56 \\ \underline{56} \\ 41 \end{array}$$

(v) 4000

यहाँ शेष 31 है।

इस प्रकार, $4000 - 31 = 3969$

$$\therefore \sqrt{3969} = 63$$

$$\begin{array}{r} 63 \\ 6 \overline{) 4000} \\ \underline{6} \\ 123 \\ \underline{3} \\ 126 \\ \underline{126} \\ 31 \end{array}$$

प्रश्न 5. निम्नलिखित संख्याओं में से प्रत्येक में कम से कम कितना जोड़ा जाए कि एक पूर्ण वर्ग संख्या प्राप्त हो जाए? इस प्रकार प्राप्त पूर्ण वर्ग संख्याओं का वर्गमूल भी ज्ञात कीजिए :

(i) 525 (ii) 1750 (iii) 252 (iv) 1825 (v) 6412

हल : (i) 525

यहाँ शेष 41 है।

$$22^2 < 525 < 23^2$$

अगला पूर्ण वर्ग = $23^2 = 529$

इस प्रकार $529 - 525 = 4$

$$\begin{array}{r} 22 \\ 2 \overline{) 525} \\ \underline{2} \\ 42 \\ \underline{2} \\ 44 \\ \underline{44} \\ 41 \end{array}$$

अतः 525 में 4 जोड़ने पर पूर्ण वर्ग 529 प्राप्त होगा।

$$\therefore \sqrt{529} = 23$$

(ii) 1750

यहाँ शेष 69 है।

$$41^2 < 1750 < 42^2$$

अगला पूर्ण वर्ग = $42^2 = 1764$

इस प्रकार $1764 - 1750 = 14$

$$\begin{array}{r} 41 \\ 4 \overline{) 1750} \\ \underline{4} \\ 81 \\ \underline{1} \\ 82 \\ \underline{82} \\ 69 \end{array}$$

अतः 1750 में 14 जोड़ने पर पूर्ण वर्ग 1764 प्राप्त होगा।

$$\therefore \sqrt{1764} = 42$$

(iii) 252

यहाँ शेष 27 है।

$$15^2 < 252 < 16^2$$

अगला पूर्ण वर्ग = $16^2 = 256$

इस प्रकार $256 - 252 = 4$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 1 \overline{) 252} \\ \underline{1} \\ 25 \\ \underline{5} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 27 \end{array}$$

अतः 252 में 4 जोड़ने पर पूर्ण वर्ग 256 प्राप्त होगा।

$$\therefore \sqrt{256} = 16$$

(iv) 1825

यहाँ शेष 61 है।

$$42^2 < 1825 < 43^2$$

अगला पूर्ण वर्ग = $43^2 = 1849$

इस प्रकार $1849 - 1825 = 24$

$$\begin{array}{r} 42 \\ 4 \overline{) 1825} \\ \underline{4} \\ 4 \\ \underline{8} \\ 2 \\ \underline{2} \\ 84 \\ \underline{84} \\ 61 \end{array}$$

अतः 1825 में 24 जोड़ने पर पूर्ण वर्ग 1849 प्राप्त होगा।

$$\therefore \sqrt{1849} = 43$$

(v) 6412

यहाँ शेष 12 है।

$$80^2 < 6412 < 81^2$$

अगला पूर्ण वर्ग = $81^2 = 6581$

इस प्रकार $6581 - 6412 = 169$

अतः 6412 में 169 जोड़ने पर पूर्ण वर्ग 6581 प्राप्त होगा।

$$\therefore \sqrt{6581} = 81$$

प्रश्न 6. किसी वर्ग की भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए जिसका क्षेत्रफल 441 मी.² है।

हल : किसी वर्ग का क्षेत्रफल = (भुजा)²

$$441 = (\text{भुजा})^2$$

$$\sqrt{441} = \text{भुजा}$$

$$21 = \text{भुजा}$$

\therefore भुजा की लंबाई = 21 मीटर

प्रश्न 7. किसी समकोण त्रिभुज ABC में, $\angle B = 90^\circ$

(a) यदि $AB = 6$ सेमी., $BC = 8$ सेमी., है तो AC ज्ञात कीजिए।

(b) यदि $AC = 13$ सेमी., $BC = 5$ सेमी., है तो AB ज्ञात कीजिए।

हल : (a) $AB = 6$ सेमी., $BC = 8$ सेमी., $AC = ?$

पाइथागोरस सिद्धांत से,

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$

$$= 6^2 + 8^2$$

$$= 36 + 64$$

$$= 100$$

$$\therefore AC = \sqrt{100} = 10 \text{ सेमी}$$

	80
8	64 12
8	64
160	12

क्षेत्रफल
= 441 मी. ²

(b) $AC = 13$ सेमी., $BC = 5$ सेमी., $AB = ?$

$$\therefore (AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$

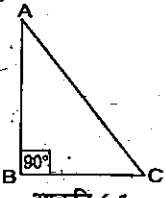
$$\text{या } (AC)^2 - (BC)^2 = (AB)^2$$

$$\text{या } (13)^2 - (5)^2 = (AB)^2$$

$$\text{या } 169 - 25 = (AB)^2$$

$$\text{या } 144 = (AB)^2$$

$$\therefore AB = \sqrt{144} = 12 \text{ सेमी}$$



आकृति 6.1

प्रश्न 8. एक माली के पास 1000 पौधे हैं। इन पौधों को वह इस प्रकार लगाना चाहता है कि पंक्तियों की संख्या और कॉलम की संख्या समान रहे। इसके लिए कम से कम पौधों की संख्या ज्ञात कीजिए जिसकी उसे आवश्यकता हो।

हल : एक माली के पास पौधों की कुल संख्या = 1000

यहाँ शेष 39 है।

$$31^2 < 1000 < 32^2$$

अगला पूर्ण वर्ग = $32^2 = 1024$

इस प्रकार, $1024 - 1000 = 24$

अतः 1000 में 24 जोड़ने पर पूर्ण वर्ग

1024 प्राप्त होगा।

$$\therefore \sqrt{1024} = 32$$

इसलिए माली को 24 पौधों की आवश्यकता होगी।

प्रश्न 9. एक विद्यालय में 500 विद्यार्थी हैं। पी.टी. के अभ्यास के लिए इन्हें इस तरह से खड़ा किया गया कि पंक्तियों की संख्या कॉलम की संख्या के समान रहे। इस व्यवस्था को बनाने में कितने विद्यार्थियों को बाहर जाना होगा ?

हल : एक विद्यालय में विद्यार्थियों की कुल संख्या = 500

यहाँ शेष 16 है।

इस प्रकार, $500 - 16 = 484$

$$\therefore \sqrt{484} = 22$$

अतः 484 एक पूर्ण वर्ग संख्या है।

इसलिए, विद्यार्थियों की पंक्तियों की संख्या कॉलम की संख्या के समान रहे; इस शर्त पर 16 विद्यार्थियों को बाहर जाना होगा।

	31
3	1000
3	9
61	100
1	61
62	39

	22
2	500
2	4
42	100
2	84
44	16

