

क्षेत्रमिति

स्मरणीय तथ्य

1. समलंब का क्षेत्रफल

(i) समलंब का क्षेत्रफल = समांतर भुजाओं की लंबाइयों के योग का आधा \times उनके बीच की लंबवत् दूरी।

(ii) समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = विकर्णों के गुणनफल का आधा

2. एक ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल इसके फलकों के क्षेत्रफलों के योग के समान होता है।

3. घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(lb + bh + hl)$

घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6l^2$

बेलन का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r(r + h)$

4. किसी ठोस द्वारा घिरी हुई जगह की मात्रा इसका आयतन कहलाती है।

5. घनाभ का आयतन = $l \times b \times h$

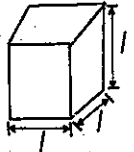
घन का आयतन = l^3

बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$

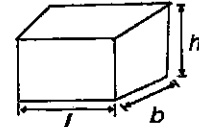
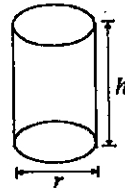
6. (i) $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$

(ii) $1 \text{ L} = 1000 \text{ cm}^3$

(iii) $1 \text{ m}^3 = 1000000 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ L}$



आकृति 11.1



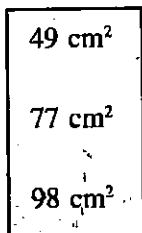
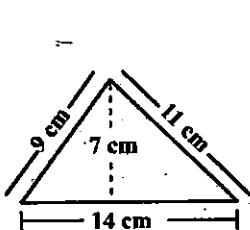
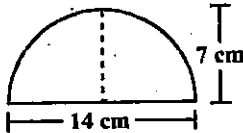
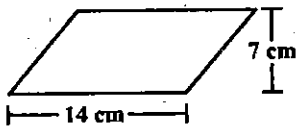
आकृति 11.2

आकृति 11.3

पाठ्य पुस्तक के प्रश्नोत्तर

प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या 179)

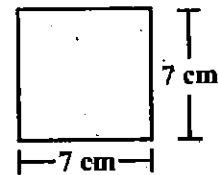
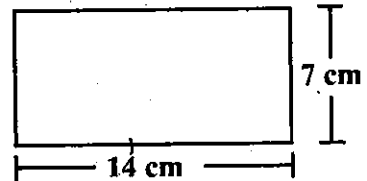
प्रश्न 1. (a) निम्नलिखित आकृतियों का उनके क्षेत्रफलों से मिलान कीजिए :



आकृति 11.4

(b) प्रत्येक आकार का परिमाण लिखिए।

हल : (a)



आकृति 11.5

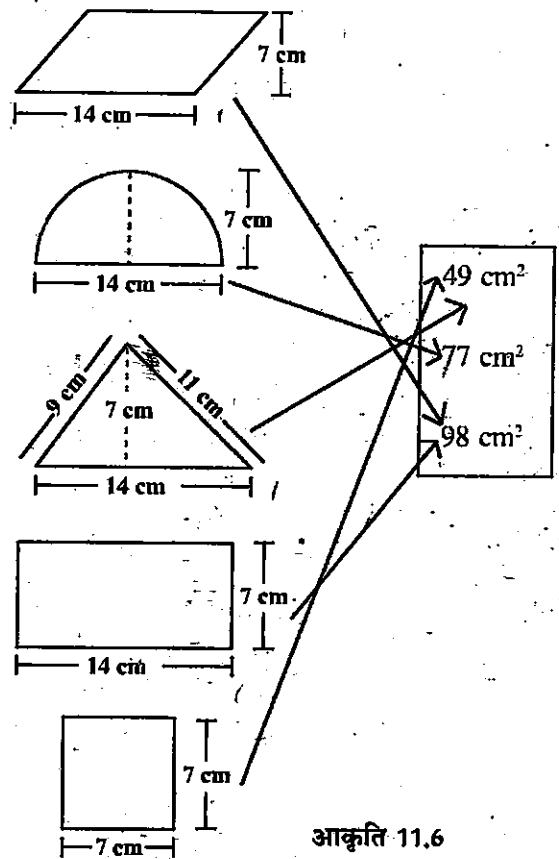
$$A = b \times h = 14 \times 7 = 98 \text{ cm}^2$$

$$A = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{22}{7} \times \frac{1}{2} \times 7^2 = 77 \text{ cm}^2$$

$$A = \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 14 \times 7 = 49 \text{ cm}^2$$

$$A = l \times b = 14 \times 7 = 98 \text{ cm}^2$$

$$A = (\text{भुजा})^2 = (7)^2 = 49 \text{ cm}^2$$



आकृति 11.6

(b) (i) समांतर चतुर्भुज का परिमाप = $2(a+b) = 2(14+b)$ cm
जहाँ $a = 14$, $b = ?$

(ii) अर्धवृत्त का परिमाप = $\frac{2\pi r}{2} = \pi r = \frac{22}{7} \times 7 = 22$ cm

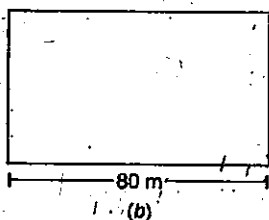
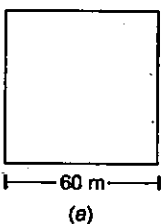
(iii) त्रिभुज का परिमाप = $14 + 11 + 9 = 34$ cm

(iv) आयत का परिमाप = $2(l+b) = 2(14+7) = 42$ cm

(v) वर्ग का परिमाप = $4 \times \text{भुजा} = 4 \times 7 = 28$ cm

प्रश्नावली 11.1 (पृष्ठ संख्या 179)

प्रश्न 1. जैसा कि संलग्न आकृति में दर्शाया गया है, एक आयताकार और एक वर्गाकार खेत के माप दिए हुए हैं। यदि इनके परिमाप समान हैं, तो किस खेत का क्षेत्रफल अधिक होगा ?



आकृति 11.7

हल : (a) ∴ वर्गाकार खेत का परिमाप = आयताकार खेत का परिमाप

$$4 \times \text{भुजा} = 2(l+b)$$

या, $4 \times 60 = 2(80+b)$

या, $240 = 160 + 2b$

या, $240 - 160 = 2b$

या, $80 = 2b$

या, $\frac{80}{2} = b$

∴ $b = 40$ m

अब, वर्गाकार खेत का परिमाप = 240 m

तथा वर्गाकार खेत का क्षेत्रफल

$$= (\text{भुजा})^2 = (60)^2 = 3600 \text{ m}^2$$

(b) आयताकार खेत का परिमाप

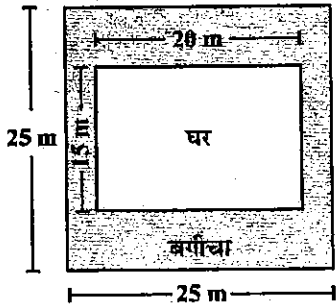
$$= 2(l+b) = 2(80+40) = 2 \times 120 = 240 \text{ m}$$

आयताकार खेत का क्षेत्रफल

$$= l \times b = 80 \times 40 = 3200 \text{ m}^2$$

अतः वर्गाकार खेत का क्षेत्रफल अधिक होगा।

प्रश्न 2. श्रीमती कौशिक के पास चित्र में दर्शाए गए मापों वाला एक वर्गाकार प्लॉट है। वह प्लॉट के बीच में एक घर बनाना चाहती हैं। घर के चारों ओर एक बगीचा विकसित किया गया है। 55 रु. प्रति वर्ग मीटर की दर से इस बगीचे को विकसित करने का व्यय ज्ञात कीजिए।

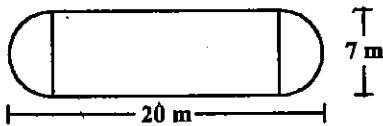


आकृति 11.8

हल : बगीचे का क्षेत्रफल = वर्गाकार प्लॉट का क्षेत्रफल - आयताकार घर का क्षेत्रफल
 $= (\text{भुजा})^2 - (\text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई})$
 $= (25)^2 - (20 \times 15) = 625 - 300$
 $= 325 \text{ m}^2$

इस बगीचे को विकसित करने का कुल व्यय
 $= 325 \text{ m}^2 \times 55 \text{ रु.} = 17,875 \text{ रुपये}$

प्रश्न 3. जैसा कि आरेख में दर्शाया गया है, एक बगीचे का आकार मध्य में आयताकार है और किनारों पर अर्धवृत्त के रूप में है। इस बगीचे का परिमाण और क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। [आयत की लंबाई 20 - (3.5 + 3.5) मीटर है।]



आकृति 11.9

हल : आयताकार बगीचे की लंबाई = 20 - (3.5 + 3.5)
 $= 20 - 7$
 $= 13 \text{ m}$
 चौड़ाई = 7 m

अर्धवृत्त की त्रिज्या = $\frac{7}{2} = 3.5 \text{ m}$

बगीचे का परिमाण = 2 × आयताकार भाग + दो अर्धवृत्तों का परिमाण
 $= 2 \times \text{लंबाई} + 2\pi r$

$$= 2 \times 13 + 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5$$

$$= 26 + 22 = 48 \text{ m}$$

बगीचे का क्षेत्रफल = आयताकार भाग का क्षेत्रफल + दो अर्धवृत्तों का क्षेत्रफल

$$= \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} + 2 \times \frac{1}{2} \times \pi r^2$$

$$= (13 \times 7) + 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times (3.5 \times 3.5)$$

$$= 91 + 38.5$$

$$= 129.5 \text{ m}^2$$

प्रश्न 4. फर्श बनाने के लिए उपयोग की जाने वाली एक टाइल का आकार समांतर चतुर्भुज का है जिसका आध र 24 cm और संगत ऊँचाई 10 cm है। 1080 वर्ग मीटर क्षेत्रफल के एक फर्श को ढकने के लिए ऐसी कितनी टाइलों की आवश्यकता है? (फर्श के कोनों को भरने के लिए आवश्यकतानुसार आप टाइलों को किसी भी रूप में तोड़ सकते हैं।)

हल : एक टाइल का क्षेत्रफल = आधार × ऊँचाई
 $= 24 \times 10 = 240 \text{ cm}^2$

एक फर्श को ढकने के लिए कुल टाइलों की संख्या

$$= \frac{\text{फर्श का क्षेत्रफल}}{\text{एक टाइल का क्षेत्रफल}}$$

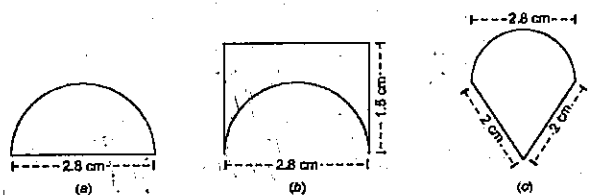
$$= \frac{1080 \times 100 \times 100}{240} \quad (1 \text{ मी.}^2 = 100 \times 100 \text{ cm}^2)$$

$$= 45,000 \text{ टाइलें}$$

प्रश्न 5. एक चींटी किसी फर्श पर बिखरे हुए विभिन्न आकारों के भोज्य पदार्थ के टुकड़ों के चारों ओर घूम रही है। भोज्य पदार्थ के किस टुकड़े के लिए चींटी को लंबा चक्कर लगाना पड़ेगा? स्मरण रखिए, वृत्त की परिधि सूत्र $c = 2\pi r$, जहाँ r वृत्त की त्रिज्या है, की सहायता से प्राप्त की जा सकती है।



आकृति 11.10



आकृति 11.11

हल : (a) अर्धवृत्त का परिमाण = $\frac{2\pi r}{2} + 2.8$

= $\frac{2}{2} \times \frac{22}{7} \times 1.4 + 2.8$ [$\because d = 2.8$
 $\therefore r = 1.4 \text{ cm}$]

= $4.4 + 2.8 = 7.2 \text{ cm}$

(b) इस आकृति का परिमाण

= अर्धवृत्त का परिमाण + वर्ग का परिमाण

= $4.4 \text{ cm} + 1.5 \text{ cm} + 2.8 \text{ cm} + 1.5 \text{ cm}$

= 10.2 cm

(c) इस आकृति का परिमाण

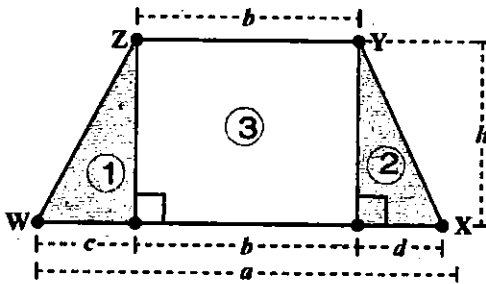
= अर्धवृत्त का परिमाण + त्रिभुज का परिमाण

= $4.4 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 8.4 \text{ cm}$

अतः भोज्य पदार्थ के (b) टुकड़े के लिए चींटी को लंबा चक्कर लगाना पड़ेगा।

प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या 180)

प्रश्न 1. नज़मा की बहन के पास भी एक समलंब के आकार का प्लॉट है जैसा कि आकृति 11.12 में दर्शाया गया है। इसे तीन भागों में बाँटिए। दर्शाइए कि समलंब WXYZ का क्षेत्रफल = $h \frac{(a+b)}{2}$ ।



आकृति 11.12

हल : समलंब WXYZ का क्षेत्रफल

= त्रिभुज (1) का क्षेत्रफल + आयत (3) का क्षेत्रफल + त्रिभुज (2) का क्षेत्रफल

= $\frac{1}{2} \times c \times h + b \times h + \frac{1}{2} \times d \times h$

= $h \left(\frac{1}{2} \times c + b + \frac{1}{2} \times d \right)$

= $h \left(\frac{c+2b+d}{2} \right)$

= $\frac{h}{2} (c+b+d+b)$

= $\frac{h}{2} (a+b)$ [$\because c+b+d=a$]

\therefore L.H.S. = R.H.S., अतः यह सत्यापित होता है।

$a = c + b + d = (6 + 12 + 4) = 22 \text{ cm}$

प्रश्न 2. यदि $h = 10 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$, $b = 12 \text{ cm}$, $d = 4 \text{ cm}$, तो इसके प्रत्येक भाग का मान अलग-अलग ज्ञात कीजिए और WXYZ का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए इनका योग

कीजिए। h, a तथा b का मान व्यंजक $\frac{h(a+b)}{2}$ में रखते हुए

इसका सत्यापन कीजिए।

हल : \because समलंब WXYZ का क्षेत्रफल

= $\frac{1}{2} \times c \times h + b \times h + \frac{1}{2} \times d \times h$

= $\left(\frac{1}{2} \times 6 \times 10 + 12 \times 10 + \frac{1}{2} \times 4 \times 10 \right) \text{ cm}^2$

= $(30 + 120 + 20) \text{ cm}^2$

= 170 cm^2

अब सूत्र के अनुसार, समलंब WXYZ का क्षेत्रफल = $\frac{h}{2} (a+b)$

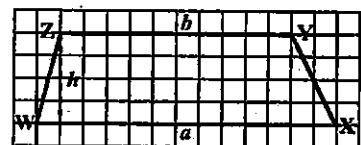
= $\frac{1}{2} \times 10 \times (22 + 12) \text{ cm}^2$

= $5 \times 34 = 170 \text{ cm}^2$

अतः क्षेत्रफल सत्यापित होता है।

इन्हें कीजिए (पृष्ठ संख्या 181)

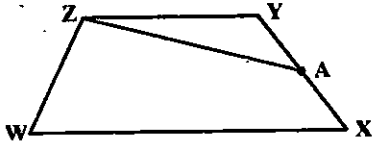
प्रश्न 1. आलेख कागज़ (ग्राफ पेपर) के अंदर कोई भी समलंब WXYZ खींचिए जैसा कि आकृति 11.13 में दर्शाया गया है और इसे काटकर बाहर निकाल लीजिए।



आकृति 11.13

हल : छात्र स्वयं करें।

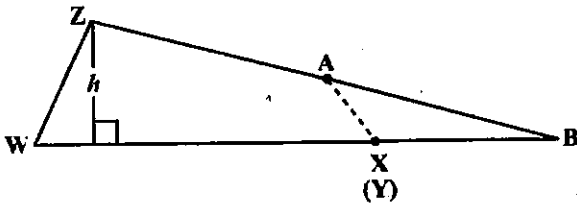
प्रश्न 2. भुजा XY को मोड़कर इसका मध्य बिन्दु ज्ञात कीजिए और इसे A नाम दीजिए। (आकृति 11.14)



आकृति 11.14

हल : भुजा XY का मध्य बिन्दु A है। इसे भी छात्र स्वयं करें।

प्रश्न 3. भुजा ZA के साथ-साथ काटते हुए समलंब WXYZ को दो भागों में काटिए। ΔZYA को ऐसे रखिए जैसा कि आकृति 11.20 में दर्शाया गया है जिसमें AY को AX के ऊपर रखा गया है। बड़े त्रिभुज के आधार की लंबाई क्या है? इस त्रिभुज के क्षेत्रफल का व्यंजक लिखिए।



आकृति 11.15

हल : बड़े त्रिभुज WBZ के आधार की लंबाई
 $= WB = WX + XB$
 $= WX + ZY$

$$[\because Y \rightarrow X \text{ तथा } Z \rightarrow B]$$

$$= a + b$$

$$\therefore \text{त्रिभुज WBZ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times WB \times h$$

$$= \frac{1}{2} \times (a+b) \times h$$

प्रश्न 4. इस त्रिभुज और समलंब WXYZ का क्षेत्रफल समान है। (कैसे)? त्रिभुज के क्षेत्रफल के व्यंजक का उपयोग करते हुए समलंब के क्षेत्रफल का व्यंजक प्राप्त कीजिए।

$$\text{हल : समलंब WXYZ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times (a+b) \times h$$

$$= \frac{1}{2} \times (a+b) \times h$$

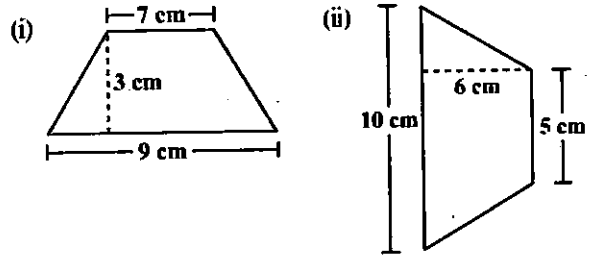
अतः त्रिभुज WBZ का क्षेत्रफल = समलंब WXYZ का क्षेत्रफल

$$\text{अर्थात् } \frac{1}{2}(a+b) \times h = \frac{1}{2}(a+b) \times h$$

यह सत्यापित होता है।

प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या 181)

प्रश्न 1. निम्नलिखित समलंबों का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए (आकृति 11.16) :



आकृति 11.16

$$\text{हल : (i) } \therefore \text{समलंब चतुर्भुज का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2}(a+b) \times h$$

$$\therefore \text{दी हुई समलंब का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times (9+7) \times 3$$

$$= \frac{1}{2} \times 16 \times 3$$

$$= 8 \times 3$$

$$= 24 \text{ cm}^2$$

$$(ii) \text{ दी हुई समलंब का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times (10+5) \times 6$$

$$= \frac{1}{2} \times 15 \times 6$$

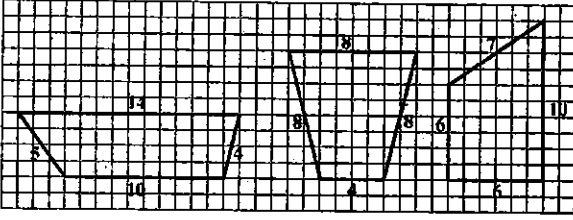
$$= 15 \times 3 = 45 \text{ cm}^2$$

इन्हें कीजिए (पृष्ठ संख्या 181-182)

कक्षा VII में हमने विभिन्न परिमाणों लेकिन समान क्षेत्रफल वाले समांतर चतुर्भुजों की रचना करना सीखा है। क्या यह समलंबों के लिए भी किया जा सकता है? जाँच कीजिए क्या विभिन्न परिमाणों वाले निम्नलिखित समलंब क्षेत्रफल में समान हैं (आकृति 11.17)।

हम जानते हैं कि सभी सर्वांगसम आकृतियाँ क्षेत्रफल में समान होती हैं। क्या हम कह सकते हैं कि समान क्षेत्रफल वाली आकृतियाँ सर्वांगसम भी होती हैं? क्या ये आकृतियाँ सर्वांगसम हैं?

एक वर्गाकार शीट पर कम से कम तीन ऐसे समलंब खींचिए जिनके परिमाण समान हों परन्तु क्षेत्रफल विभिन्न हों।



आकृति 11.17

हल : \therefore समलंब का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}(a+b) \times h$

\therefore आकृति के अनुसार, $h = 4$ इकाई

\therefore पहले समलंब का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times (10+14) \times 4$

$[\because h = 4]$

$= \frac{1}{2} \times 24 \times 4 = 48$ वर्ग इकाई

दूसरे समलंब का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times (4+8) \times 8$ $[\because h = 8]$

$= \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48$ वर्ग इकाई

तीसरे समलंब का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times (6+10) \times 6$

$= \frac{1}{2} \times 16 \times 6$

$= 48$ वर्ग इकाई

अब पहले समलंब का परिमाण $= (5+10+4+14) = 33$ इकाई

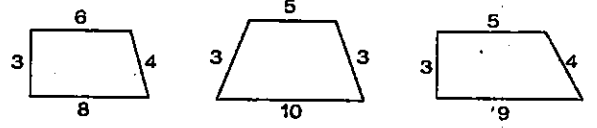
दूसरे समलंब का परिमाण $= (8+4+8+8) = 28$ इकाई

तीसरे समलंब का परिमाण $= (6+6+10+7) = 29$ इकाई

अतः विभिन्न परिमाणों वाले समलंब के क्षेत्रफल समान हैं।

हम ज्ञानते हैं कि सभी सर्वांगसम आकृतियों क्षेत्रफल में समान होती हैं परन्तु यहाँ पर समलंब का क्षेत्रफल तो समान है परन्तु सर्वांगसम नहीं है।

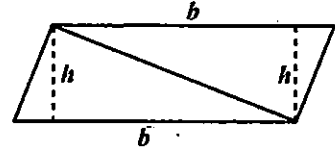
नोट : छात्र स्वयं एक वर्गाकार शीट पर कम-से-कम तीन ऐसे समलंब खींचे जिनके परिमाण समान हों परन्तु क्षेत्रफल विभिन्न हों।



आकृति 11.18

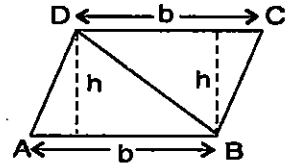
प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या 182)

प्रश्न : हम जानते हैं कि समांतर चतुर्भुज भी एक चतुर्भुज है। आइए, इसे भी हम दो त्रिभुजों में विभक्त करते हैं और इन दोनों त्रिभुजों का क्षेत्रफल ज्ञात करते हैं। इस प्रकार समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल भी ज्ञात करते हैं। क्या यह सूत्र आपको पूर्व में ज्ञात सूत्र से मेल खाता है? (आकृति 11.19)



आकृति 11.19

हल : समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल = त्रिभुज ABD का क्षेत्रफल + त्रिभुज BCD का क्षेत्रफल



आकृति 11.20

$= \frac{1}{2} \times b \times h + \frac{1}{2} \times b \times h$

$= \frac{1}{2} \times (b+b) \times h$

$= \frac{1}{2} \times 2b \times h$

$= b \times h$

अतः समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= b \times h$

अब समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ (समांतर भुजाओं का योग) \times (दो समांतर भुजाओं की दूरी)

$= \frac{1}{2} \times (b+b) \times h$

$$= \frac{1}{2} \times 2b \times h$$

$$= b \times h$$

अतः यह सूत्र उपर्युक्त सूत्र से मेल खाता है।

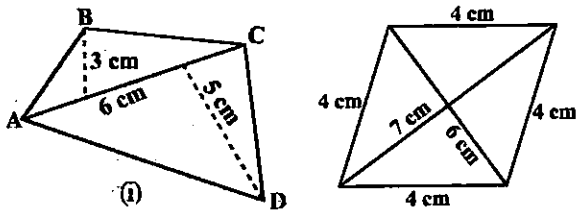
सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए (पृष्ठ संख्या 183)

समांतर चतुर्भुज का विकर्ण खींचकर इसे दो सर्वांगसम त्रिभुजों में बाँटा जाता है। क्या समलंब को भी दो सर्वांगसम त्रिभुजों में बाँटा जा सकता है?

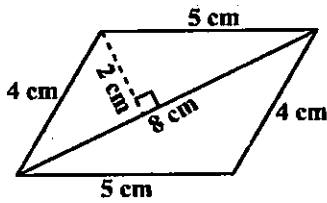
हल : समांतर चतुर्भुज का विकर्ण खींचकर इसे दो सर्वांगसम त्रिभुजों में बाँटा जाता है परंतु समलंब को दो सर्वांगसम त्रिभुजों में नहीं बाँटा जा सकता है।

प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या 183-184)

प्रश्न 1. निम्नलिखित चतुर्भुजों का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए (आकृति 11.21) :



(i)



(iii)

आकृति 11.21

हल : (i) चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल = ΔABC का क्षेत्रफल + ΔACD का क्षेत्रफल

$$= \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 3 + \frac{1}{2} \times 6 \times 5 \right) \text{cm}^2$$

$$= (9 + 15) \text{cm}^2$$

$$= 24 \text{cm}^2$$

(ii) विषमकोण समचतुर्भुज (Rhombus) का क्षेत्रफल

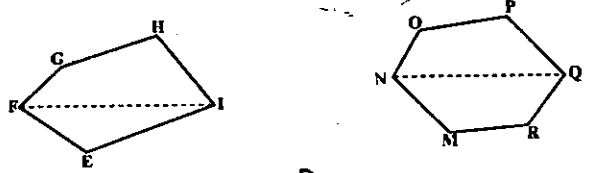
$$= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$

$$= \frac{1}{2} \times 7 \times 6 = 21 \text{cm}^2$$

(iii) समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = $2 \times$ त्रिभुज का क्षेत्रफल

$$= 2 \times \frac{1}{2} \times 8 \times 2 = 16 \text{cm}^2$$

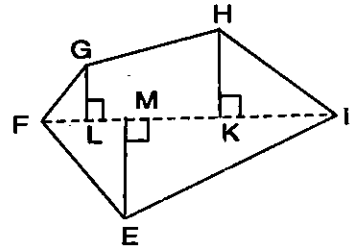
प्रश्न 2. (i) निम्नलिखित बहुभुजों (आकृति 11.22) का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए इन्हें विभिन्न भागों (त्रिभुजों एवं समलंबों) में विभाजित कीजिए :



आकृति 11.22

बहुभुज EFGHI का एक विकर्ण FI है। बहुभुज MNOPQR का एक विकर्ण NQ है।

हल :

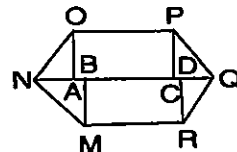


आकृति 11.23

बहुभुज EFGHI का क्षेत्रफल = ΔEFI का क्षेत्रफल + ΔFLG का क्षेत्रफल + समलंब LKHG का क्षेत्रफल + ΔHKI का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times FI \times EM + \frac{1}{2} \times FL \times GL + \frac{1}{2} (KH + LG) \times$$

$$LK + \frac{1}{2} \times KI \times KH$$

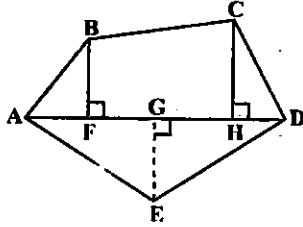


आकृति 11.24

बहुभुज MNOPQR का क्षेत्रफल = ΔMBN का क्षेत्रफल + समलंब MBDR का क्षेत्रफल + ΔRDQ का क्षेत्रफल + ΔPCQ का क्षेत्रफल + समलंब CPQA का क्षेत्रफल + ΔOAN का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times BN \times MB + \frac{1}{2} \times (DR + MB) \times BD + \frac{1}{2} \times QD \times RD + \frac{1}{2} \times CQ \times PC + \frac{1}{2} \times (CP + AO) \times AC + \frac{1}{2} \times NA \times OA$$

(ii) बहुभुज ABCDE को विभिन्न भागों में बाँटा गया है जैसा कि आकृति 11.25 में दर्शाया गया है। यदि AD = 8 cm, AH = 6 cm, AG = 4 cm, AF = 3 cm और लंब BF = 2 cm, CH = 3 cm, FG = 2.5 cm तो इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



आकृति 11.25

बहुभुज ABCDE का क्षेत्रफल = ΔAFB का क्षेत्रफल

$$\Delta AFB \text{ का क्षेत्रफल} + \dots = \frac{1}{2} \times AF \times BF = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = \dots$$

$$\text{समलंब FBCH का क्षेत्रफल} = FH \times \frac{(BF + CH)}{2}$$

$$= 3 \times \frac{(2+3)}{2} [FH = AH - AF]$$

$$\Delta CHD \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times HD \times CH = \dots; \Delta ADE$$

$$\text{का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \times AD \times GE = \dots$$

इसलिए बहुभुज ABCDE का क्षेत्रफल =

हल : बहुभुज ABCDE का क्षेत्रफल = ΔAFB का क्षेत्रफल + समलंब FBCH का क्षेत्रफल + ΔCDH का क्षेत्रफल + ΔADE का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times AF \times BF + \frac{1}{2} \times (BF + CH) \times FH + \frac{1}{2} \times HD \times CH + \frac{1}{2} \times AD \times GE$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 2 + \frac{1}{2} \times (2+3) \times 3 + \frac{1}{2} \times 2 \times 3 + \frac{1}{2} \times 8 \times 2.5$$

$$\left[\because FH = AH - AF = 6 - 3 = 3 \text{ cm} \right. \\ \left. HD = AD - AH = (8-6) = 2 \text{ cm} \right]$$

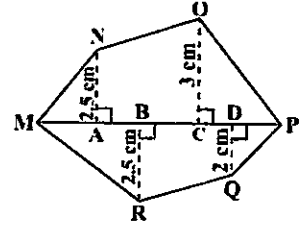
$$= 3 + \frac{15}{2} + 3 + 10$$

$$= \frac{6+15+6+20}{2}$$

$$= \frac{47}{2}$$

$$= 23 \frac{1}{2} \text{ cm}^2$$

(iii) यदि MP = 9 cm, MD = 7 cm, MC = 6 cm, MB = 4 cm, MA = 2 cm तो बहुभुज MNOPQR (आकृति 11.26) का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। NA, OC, QD एवं RB विकर्ण MP पर खींचे गए लंब हैं।



आकृति 11.26

हल : बहुभुज MNOPQR का क्षेत्रफल

$\frac{3}{4} \Delta MAN$ का क्षेत्रफल + समलंब ΔNQC का क्षेत्रफल + ΔNQC का क्षेत्रफल + ΔOCP का क्षेत्रफल + ΔMBR का क्षेत्रफल + समलंब RBDQ का क्षेत्रफल + ΔQDP का क्षेत्रफल

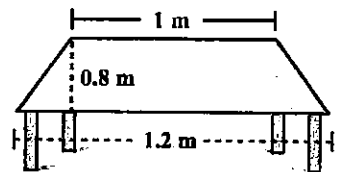
$$= \frac{1}{2} \times MA \times AN + \frac{1}{2} \times (AN + CO) \times AC + \frac{1}{2} \times CP \times CQ + \frac{1}{2} \times MB \times RB + \frac{1}{2} \times (RB + QD) \times BD + \frac{1}{2} \times DP \times QD$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2.5 + \frac{1}{2} \times (2.5 + 3) \times 4 + \frac{1}{2} \times 3 \times 3 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2.5 + \frac{1}{2} \times (2.5 + 2) \times 3 + \frac{1}{2} \times 2 \times 2$$

$$= 2.5 + 11 + 4.5 + 6.75 + 2 \left[\because AC = MC - MA = 6 - 2 = 4 \text{ cm} \right. \\ \left. CP = MP - MC = 9 - 6 = 3 \text{ cm} \right. \\ \left. BD = MD - MB = 7 - 4 = 3 \text{ cm} \right. \\ \left. DP = MP - MD = 9 - 7 = 2 \text{ cm} \right]$$

प्रश्नावली 11.2 (पृष्ठ 186-187)

प्रश्न 1. एक मंच के ऊपरी पृष्ठ (सतह) का आकार समलंब जैसा है। यदि इसकी समांतर भुजाएँ 1 m और 1.2 m हैं तथा इन समांतर भुजाओं के बीच की दूरी 0.8 m है, तो इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



आकृति 11.27

हल : समलंब आकार के मेज का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times (a+b) \times h \\ &= \frac{1}{2} \times (1.2+1) \times 0.8 \\ &= \frac{1}{2} \times 2.2 \times 0.8 \\ &= 0.88 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

प्रश्न 2. एक समलंब का क्षेत्रफल 34 सेमी² है और इसकी ऊँचाई 4 cm. है। समांतर भुजाओं में से एक की 10 cm. लंबाई है। दूसरी समांतर भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

हल : समलंब का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times (a+b) \times h$

या, $34 \text{ cm.}^2 = \frac{1}{2} \times (10+b) \times 4$

$$= 20 + 2b$$

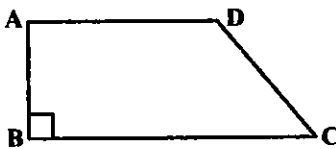
या, $34 - 20 = 2b$

या, $14 = 2b$

या, $\frac{14}{2} = b$

∴ $b = 7 \text{ cm.}$

प्रश्न 3. एक समलंब के आकार के खेत ABCD की बाड़ की लंबाई 120 मी. है। यदि BC = 48 m, CD = 17 m और AD = 40 m है, तो इस खेत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। भुजा AB समांतर भुजाओं AD तथा BC पर लंब है।



आकृति 11.28

हल : समलंब के आकार के खेत ABCD का परिमाण = AB + BC + CD + DA

$$\begin{aligned} 120 &= AB + 48 + 17 + 40 \\ &= AB + 105 \end{aligned}$$

$$120 - 105 = AB$$

$$15 = AB$$

∴ AB = 15m

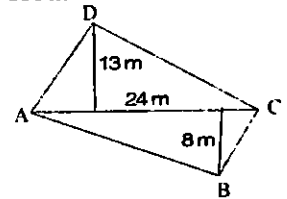
∴ समलंब ABCD का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times (a+b) \times h$

$$= \frac{1}{2} \times (48+40) \times 15$$

$$= \frac{1}{2} \times 88 \times 15$$

$$= 660 \text{ m}^2$$

प्रश्न 4. एक चतुर्भुज आकार के खेत का विकर्ण 24m है और शेष सम्मुख शीर्षों से इस विकर्ण पर खींचे गए लंब 8m एवं 13m हैं। खेत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



आकृति 11.29

हल : चतुर्भुज आकार के खेत का क्षेत्रफल = ΔABC का क्षेत्रफल + ΔADC का क्षेत्रफल

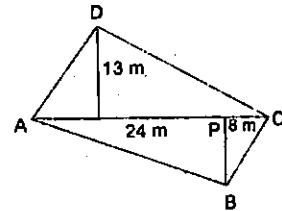
$$= \frac{1}{2} \times AC \times OD + \frac{1}{2} \times AC \times BP$$

$$= \frac{1}{2} \times 24 \times 13 + \frac{1}{2} \times 24 \times 8$$

$$= 12 \times 13 + 12 \times 8$$

$$= 156 + 96$$

$$= 252 \text{ m}^2$$



आकृति 11.30

प्रश्न 5. किसी समचतुर्भुज के विकर्ण 7.5cm एवं 12cm हैं। इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल : समचतुर्भुज (Rhombus) का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$$= \frac{1}{2} \times 7.5 \times 12$$

$$= 45 \text{ cm.}^2$$

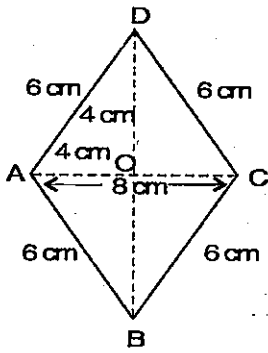
प्रश्न 6. एक समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी भुजा 6cm और शीर्षलंब 4cm. है। यदि एक विकर्ण की लंबाई 8cm. है तो दूसरे विकर्ण की लंबाई ज्ञात कीजिए।

हल : ΔAOD का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times AO \times OD$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8 \text{ cm}^2$$

∴ 4 त्रिभुज का क्षेत्रफल = $4 \times 8 = 32 \text{ cm}^2$

अब, समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$



आकृति 11.31

या, $32 = \frac{1}{2} \times 8 \times d_2$

या, $32 = 4d_2$

या, $\frac{32}{4} = d_2$

$8 = d_2$

अतः दूसरे विकर्ण की लंबाई = 8 cm.

प्रश्न 7. किसी भवन के फर्श में समचतुर्भुज के आकार की 3000 टाइलें हैं और इनमें से प्रत्येक के विकर्ण 45 cm. एवं 30 cm. लंबाई के हैं। 4 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से इस फर्श को पॉलिश करने का व्यय ज्ञात कीजिए।

हल : समचतुर्भुज आकार की टाइल का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$

$$= \frac{1}{2} \times 45 \times 30$$

$$= 675 \text{ cm}^2$$

∴ 3000 टाइलों का क्षेत्रफल = 3000×675
 $= 2025000 \text{ cm}^2$

$$= \frac{2025000 \text{ cm}^2}{100 \text{ cm} \times 100 \text{ cm}}$$

$$= 202.5 \text{ cm}^2$$

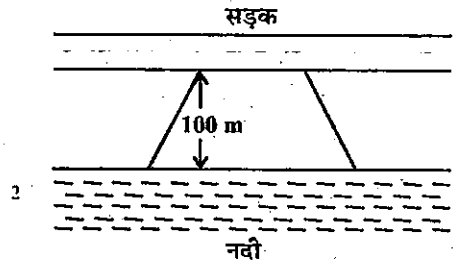
∴ 3000 टाइलों द्वारा बने फर्श को पॉलिश करने का व्यय

$$= 202.5 \times 4$$

$$= 810 \text{ रुपये}$$

प्रश्न 8. मोहन एक समलंब के आकार का खेत खरीदना चाहता है। इस खेत की नदी के साथ वाली भुजा सड़क के साथ वाली भुजा के समांतर है और लंबाई में दुगुनी है। यदि

इस खेत का क्षेत्रफल $10,500 \text{ मी.}^2$ है और दो समांतर भुजाओं के बीच की लंबवत् दूरी 100 m है, तो नदी के साथ वाली भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।



आकृति 11.32

हल : समलंब के आकार के खेत की पहली समांतर भुजा की लंबाई = x

∴ प्रश्नानुसार दूसरी समांतर भुजा की लंबाई = $2x$

∴ समलंब के आकार के खेत का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}(x+2x) \times 100$

$$10500 \text{ m}^2 = \frac{1}{2} \times 3x \times 100$$

या, $10500 \text{ m}^2 = 150x$

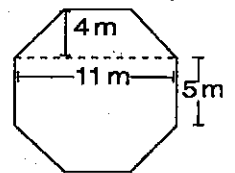
या, $\frac{10500}{150} \text{ m}^2 = x$

या, $70 \text{ m} = x$

∴ $x = 70 \text{ m}$

अतः नदी के साथ वाली भुजा की लंबाई = $2 \times 70 = 140 \text{ m}$

प्रश्न 9. एक ऊपर उठे हुए चबूतरे का ऊपरी पृष्ठ अष्टभुज के आकार का है जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है। अष्टभुजी पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



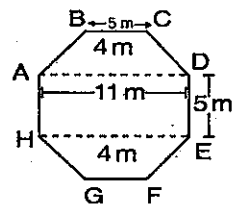
आकृति 11.33

हल : अष्टभुजी पृष्ठ का क्षेत्रफल = समलंब ABCD का क्षेत्रफल + आयत ADEH का क्षेत्रफल + समलंब HEFG का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times (11+5) \times 4 + 11 \times 5 + \frac{1}{2} \times (11+5) \times 4$$

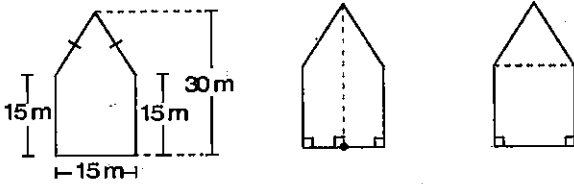
$$= \frac{1}{2} \times 16 \times 4 + 55 + \frac{1}{2} \times 16 \times 4$$

$$= 32 + 55 + 32 = 119 \text{ m}^2$$



आकृति 11.34

प्रश्न 10. एक पंचभुज आकार का बगीचा है जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है। इसका क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए ज्योति और कविता ने इसे दो विभिन्न तरीकों से विभाजित किया। दोनों तरीकों का उपयोग करते हुए इस बगीचे का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। क्या आप इसका क्षेत्रफल ज्ञात करने की कोई और विधि बता सकते हैं?



ज्योति का आरेख कविता का आरेख
आकृति 11.35

हल : ज्योति के आरेख के अनुसार,

$$\begin{aligned} \text{समलंब का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \times (a+b) \times h \\ &= \frac{1}{2} \times (30+15) \times \frac{15}{2} \\ &= \frac{1}{2} \times 45 \times 7.5 \end{aligned}$$

आकृति 11.36

$$\therefore \text{दो समलंब का क्षेत्रफल} = 2 \times \frac{1}{2} \times 45 \times 7.5$$

$$= 337.50 \text{ cm}^2$$

कविता के आरेख के अनुसार,

$$AO = 30 - 15 = 15\text{m}^2$$

अतः कविता के आरेख का क्षेत्रफल
= ΔABE का क्षेत्रफल + वर्ग BCDE का क्षेत्रफल

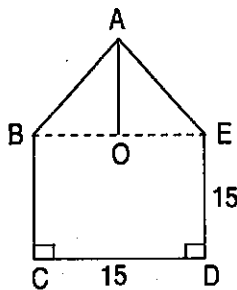
$$= \frac{1}{2} \times BE \times AO + (\text{भुजा})^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 15 \times 15 + (15)^2$$

$$= \frac{225}{2} + 225$$

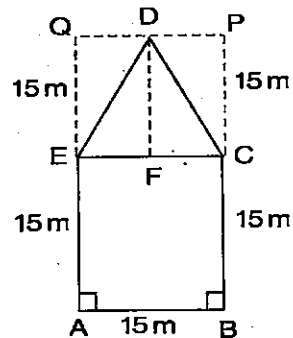
$$= \frac{225 + 450}{2}$$

$$= \frac{675}{2} = 337.5 \text{ m}^2$$



आकृति 11.37

हाँ, इसका क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित विधि का उपयोग किया जा सकता है :



आकृति 11.38

पंचभुज ABCDE का क्षेत्रफल = आयत ABPQ का क्षेत्रफल
- $2 \times \Delta CPD$ का क्षेत्रफल

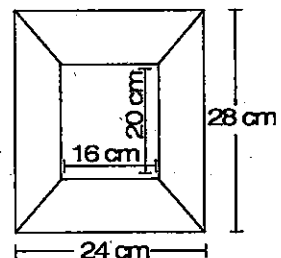
[$\because \Delta CPD$ का क्षेत्रफल = ΔEQD का क्षेत्रफल]

$$= 15 \times 30 - 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{15}{2} \times 15$$

$$= 450 - \frac{225}{2}$$

$$= \frac{900 - 225}{2} = \frac{675}{2} = 337.5 \text{ m}^2$$

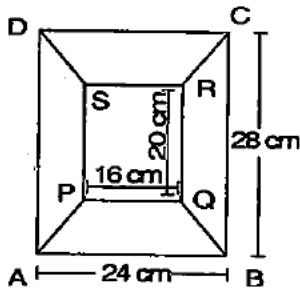
प्रश्न 11. संलग्न पिक्चर फ्रेम के आरेख की बाहरी एवं अंतः विमाएँ क्रमशः $24 \text{ cm} \times 28 \text{ cm}$ एवं $16 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ हैं। यदि फ्रेम के प्रत्येक खंड की चौड़ाई समान है, तो प्रत्येक खंड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



आकृति 11.39

$$\text{हल : फ्रेम की चौड़ाई} = \frac{AB - PQ}{2} = \frac{24 - 16}{2}$$

$$= \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$$



आकृति 11.40

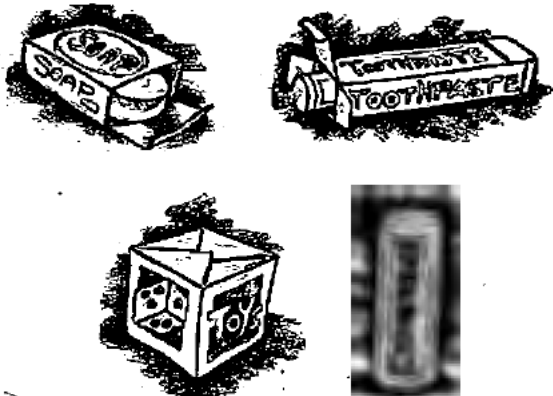
अब, समलंब ABQP का क्षेत्रफल = समलंब DCRS का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \times (AB + PQ) \times 4 \\
 &= \frac{1}{2} \times (24 + 16) \times 4 = 80\text{cm}^2 \\
 \text{तथा, समलंब APSD का क्षेत्रफल} &= \text{समलंब CBQR का क्षेत्रफल} \\
 &= \frac{1}{2} \times (AD + PS) \times 4 \\
 &= \frac{1}{2} \times (28 + 20) \times 4 = 96\text{cm}^2
 \end{aligned}$$

अतः प्रत्येक खंड का क्षेत्रफल = $80\text{cm}^2, 96\text{cm}^2, 80\text{cm}^2, 96\text{cm}^2$

इन्हें कीजिए (पृष्ठ संख्या 187)

साबुन, खिलौने, मंजन, अल्पाहार इत्यादि प्रायः घनाभकार, घनाकार अथवा बेलनाकार डिब्बों में बंद आते हैं। ऐसे डिब्बों को एकत्रित कीजिए। (आकृति 11.41)



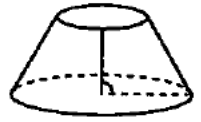
आकृति 11.41

हल : छात्र स्वयं इन्हें एकत्रित करें।

सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए (पृष्ठ संख्या 188)

संलग्न आकृति में दर्शाए गए ठोस को बेलन कहना क्यों गलत है?

हल : क्योंकि एक बेलन में एक वक्र पृष्ठ होता है तथा उसके दो वृत्ताकार फलक आपस में सर्वांगसम होते हैं परंतु इस आकृति में ऐसा नहीं है।

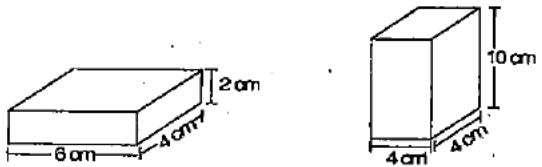


आकृति 11.42

प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या 189)

निम्नलिखित घनाभों (आकृति 11.43) का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल : (i) घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(lb + bh + hl)$



आकृति 11.43

$$\begin{aligned}
 &= 2(6 \times 4 + 4 \times 2 + 2 \times 6) \\
 &= 2(24 + 8 + 12) \\
 &= 2 \times 44 \\
 &= 88\text{cm}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(ii) घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= 2(lb + bh + hl) \\
 &= 2(10 \times 4 + 4 \times 4 + 4 \times 10) \\
 &= 2(40 + 16 + 40) \\
 &= 2 \times 96 \\
 &= 192\text{cm}^2
 \end{aligned}$$

इन्हें कीजिए (पृष्ठ संख्या-190)

(i) एक घनाभाकार डस्टर (जिसे आपके अध्यापक कक्षा में उपयोग करते हैं) के पार्श्व पृष्ठ को भूरे रंग के कागज की पट्टी से इस प्रकार ढकिए कि यह डस्टर के पृष्ठ के चारों ओर बिल्कुल ठीक बैठे। कागज को हटाइए। कागज का क्षेत्रफल मापिए। क्या यह डस्टर का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल है?

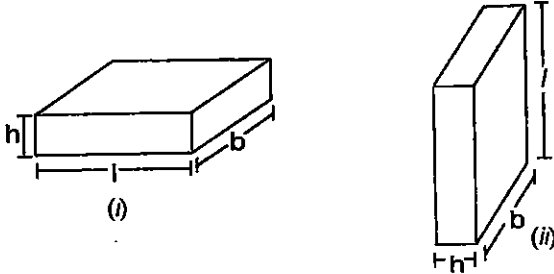
(ii) अपनी कक्षा के कमरे की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई मापिए और निम्नलिखित को ज्ञात कीजिए :

- (a) खिड़कियों और दरवाजों के क्षेत्रफल को छोड़कर कमरे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल।
 - (b) इस कमरे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल।
 - (c) सफेदी किए जाने वाला, कमरे का कुल क्षेत्रफल।
- हल : छात्र स्वयं करें।

सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए (पृष्ठ संख्या 190)

प्रश्न 1. क्या हम कह सकते हैं कि घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल + $2 \times$ आधार का क्षेत्रफल?

प्रश्न 2. यदि हम किसी घनाभ (आकृति 11.44 (i)) की ऊँचाई और आधार की लंबाई को परस्पर बदलकर एक दूसरा घनाभ (आकृति 11.44 (ii)), प्राप्त कर लें तो क्या पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल बदल जाएगा?



आकृति 11.44

हल : 1. हाँ, हम कह सकते हैं कि घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल + $2 \times$ आधार का क्षेत्रफल।

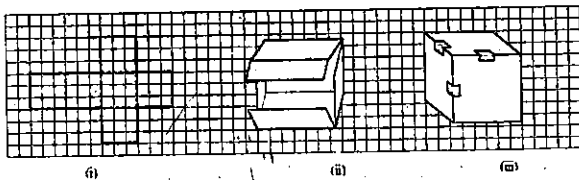
2. (i) घनाभ का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(l + b) \times h$

तथा (ii) घनाभ का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(h + b) \times l$

स्पष्टतः, इसका परिणाम भिन्न है। अतः किसी घनाभ की लंबाई, चौड़ाई तथा ऊँचाई बदल देने पर उसका पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल भी बदल जाता है।

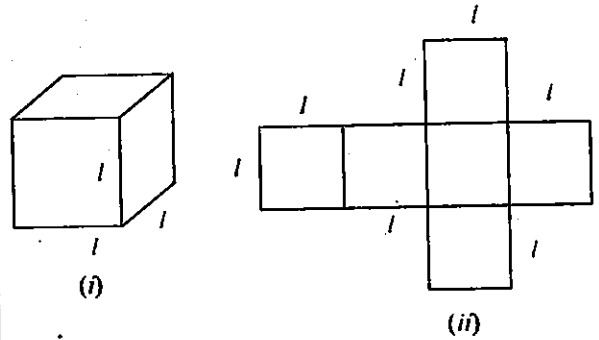
इन्हें कीजिए (पृष्ठ संख्या 190, 191)

प्रश्न 1. एक वर्गीकृत कागज पर दर्शाए गए पैटर्न को खींचिए और उसे काटिए। (आकृति 11.45 (i))। आप जानते हैं कि यह पैटर्न घन का जाल (नेट) है। इसे रेखाओं के अनुदिश मोड़िए (आकृति 11.45 (ii)) और घन बनाने के लिए किनारों पर टेप लगाइए (आकृति 11.45 (iii))।



आकृति 11.45

(a) इस घन की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्या है? ध्यान दीजिए घन के सभी फलक वर्गाकार हैं। इसलिए घन की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई समान होती है (आकृति 11.46 (i))।



आकृति 11.46

(b) प्रत्येक फलक का क्षेत्रफल लिखिए। क्या सभी फलकों के क्षेत्रफल समान हैं?

(c) इस घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल लिखिए।

(d) यदि घन की प्रत्येक भुजा l है, तो प्रत्येक फलक का क्षेत्रफल क्या होगा (आकृति 11.46 (ii))। क्या हम कह सकते हैं कि l भुजा वाले घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $6l^2$ है?

हल : (a) \because घन के सभी फलक वर्गाकार हैं। इसलिए घन की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई समान होती है।

अतः, लंबाई = चौड़ाई = ऊँचाई = प्रत्येक 3 इकाई

(b) प्रत्येक फलक का क्षेत्रफल = (भुजा)² = (3)² = 9 वर्ग इकाई।

हाँ, सभी फलकों के क्षेत्रफल समान हैं।

(c) इस घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2 (भुजा \times भुजा + भुजा \times भुजा + भुजा \times भुजा)

$$= 2 [3 (\text{भुजा})^2]$$

$$= 6 (\text{भुजा})^2$$

$$= 6 \times (3)^2 = 6 \times 9 = 54 \text{ वर्ग इकाई}$$

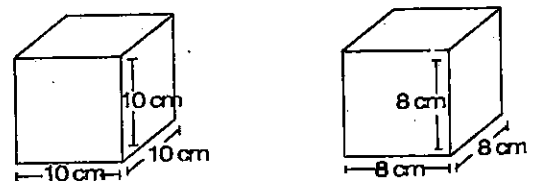
(d) प्रत्येक फलक का क्षेत्रफल = लंबाई \times लंबाई = $l \times l = l^2$

तथा, कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6(l)^2 = 6l^2$

हाँ, हम कह सकते हैं कि l भुजा वाले घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $6l^2$ है।

प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या-191)

घन A का पृष्ठीय क्षेत्रफल और घन B का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए (आकृति 11.47)।



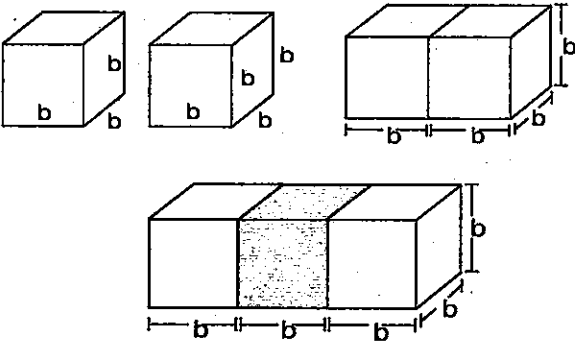
आकृति 11.47

हल : घन A का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6(l)^2$
 $= 6 \times (10)^2$
 $= 6 \times 100 = 600 \text{ cm}^2$

घन B का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(\text{भुजा} + \text{भुजा}) \times \text{भुजा}$
 $= 2(8 + 8) \times 8$
 $= 2 \times 16 \times 8$
 $= 256 \text{ cm}^2$

सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए (पृष्ठ संख्या 191)

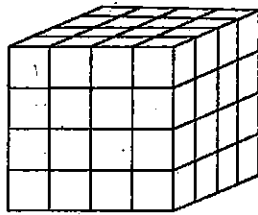
(i) b भुजा वाले दो घनों को मिलाकर एक घनाभ बनाया गया है (आकृति 11.48)। इस घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या है? क्या यह $12b^2$ है? क्या ऐसे तीन घनों को मिलाकर बनाए गए घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल $18b^2$ है? क्यों?



आकृति 11.48

(ii) न्यूनतम पृष्ठीय क्षेत्रफल का घनाभ निर्मित करने के लिए समान भुजा वाले 12 घनों को किस प्रकार व्यवस्थित करेंगे?

(iii) किसी घनों के पृष्ठीय क्षेत्रफल पर पेंट करने के पश्चात् उस घन को समान विभाओं वाले 64 घनों में काटा जाता है (आकृति 11.49)। इनमें से कितने घनों का कोई भी फलक पेंट नहीं हुआ है?



आकृति 11.49

कितने घनों का 1 फलक पेंट हुआ है? कितने घनों के 2 फलक पेंट हुए हैं? कितने घनों के तीन फलक पेंट हुए हैं?

हल : (i) यदि दो घन को जोड़ दिया जाए तो हमें घनाभ प्राप्त होता है।

$L =$ नये घनाभ की लंबाई $= b + b = 2b$ इकाई

$B =$ नये घनाभ की चौड़ाई $= b$ इकाई

$H =$ नये घनाभ की ऊँचाई $= b$ इकाई

\therefore घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2(LB + BH + LH)$
 $= 2(2b \times b + b \times b + 2b \times b)$

$= 2(2b^2 + b^2 + 2b^2)$
 $= 2 \times 5b^2$
 $= 10b^2$ वर्ग इकाई

अतः इसका क्षेत्रफल $12b^2$ नहीं है।

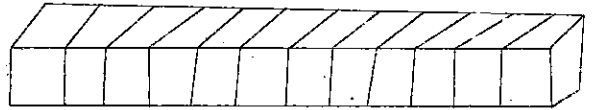
अब तीन घनों के छोर-से-छोर को जोड़ने पर भी हमें घनाभ प्राप्त होगा।

$\therefore L = 3b, B = b$ तथा $H = b$

\therefore नये घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2(LB + BH + LH)$
 $= 2(3b \times b + b \times b + 3b \times b)$
 $= 2(3b^2 + b^2 + 3b^2)$
 $= 2 \times 7b^2 = 14b^2$ वर्ग इकाई

अतः इसका भी क्षेत्रफल $18b^2$ नहीं है।

(ii) (a)

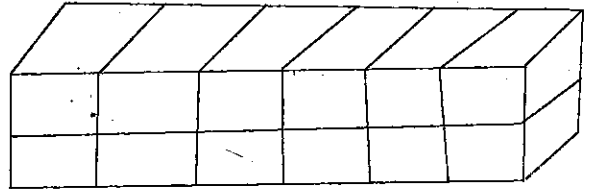


आकृति 11.50

इस अवस्था में, $l = 12b, b = b$ तथा $h = b$

\therefore इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2(12b \times b + b \times b + 12b \times b)$
 $= 2(12b^2 + b^2 + 12b^2)$
 $= 2 \times 25b^2$
 $= 50b^2$

(b)

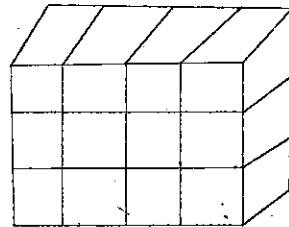


आकृति 11.51

इस अवस्था में, $l = 6b, b = b$ तथा $h = 2b$

\therefore इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2(6b \times b + b \times 2b + 6b \times 2b)$
 $= 2(6b^2 + 2b^2 + 12b^2)$
 $= 2 \times 20b^2$
 $= 40b^2$

(c)



आकृति 11.52

इस अवस्था में, $l = 4b$, $b = b$ तथा $h = 3b$

$$\begin{aligned} \therefore \text{इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= 2(4b \times b + b \times 3b + 4b \times 3b) \\ &= 2(4b^2 + 3b^2 + 12b^2) \\ &= 2 \times 19b^2 \\ &= 38b^2 \end{aligned}$$

अतः न्यूनतम पृष्ठीय क्षेत्रफल का घनाभ निर्मित करने के लिए (c)

घन जैसा व्यवस्थित करेंगे।

(iii) इनमें से कोई भी फलक पेंट नहीं हुए घनों की संख्या = 16

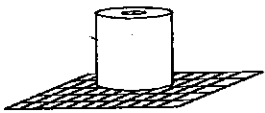
इनमें से एक फलक पेंट हुए घनों की संख्या = 16

इनमें से दो फलक पेंट हुए घनों की संख्या = 24

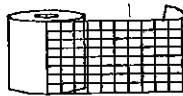
इनमें से तीन फलक पेंट हुए घनों की संख्या = 8

इन्हें कीजिए (पृष्ठ संख्या-192)

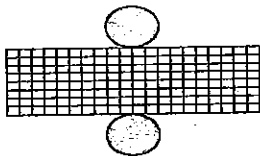
(i) एक बेलनाकार कैन अथवा डिब्बा लीजिए और इसके आधार को ग्राफ पेपर पर बनाइए और इसे काटकर बाहर निकाल लीजिए (आकृति 11.53 (i))। एक ऐसा ग्राफ पेपर लीजिए जिसकी चौड़ाई कैन की ऊँचाई के समान हो। इस पट्टी को कैन के चारों ओर इस प्रकार लपेटिए ताकि यह कैन के चारों ओर बिल्कुल ठीक बैठे (अतिरिक्त कागज को हटा दीजिए) (आकृति 11.53 (ii)) टुकड़ों को एक दूसरे से मिलाकर टेप लगाइए (आकृति 11.53 (iii)) ताकि एक बेलन बन जाए (आकृति 11.53 (iv))। कैन के चारों ओर लपेटे गए कागज का आकार क्या है?



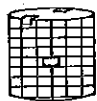
(i)



(ii)



(iii)



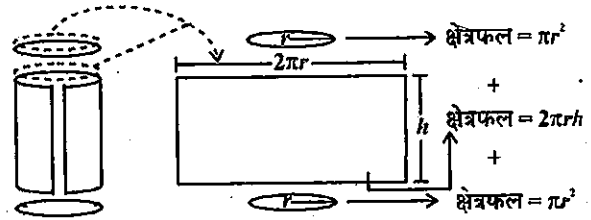
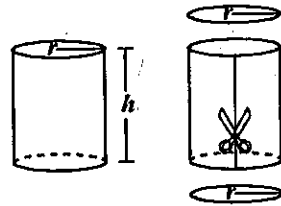
(iv)

आकृति 11.53

निःसंदेह यह आकार में आयताकार है। जब आप इस बेलन के भागों को एक दूसरे से मिलाकर टेप लगा देते हैं तो आयताकार पट्टी की लंबाई वृत्त की परिधि के समान है। वृत्ताकार आधार की त्रिज्या (r) और आयताकार पट्टी की लंबाई (l) एवं चौड़ाई (h) को नोट कीजिए। क्या $2\pi r =$ पट्टी

की लंबाई? जाँच कीजिए क्या आयताकार पट्टी का क्षेत्रफल $2\pi rh$ है। गिनती कीजिए कि वर्गीकृत कागज की कितनी वर्ग इकाई बेलन को निर्मित करने में उपयोग की गई है। जाँच कीजिए क्या यह गिनती $2\pi r(r+h)$ के मान के लगभग समान है।

(ii) हम बेलन के पृष्ठीय क्षेत्रफल के रूप में संबंध $2\pi r(r+h)$ का निगमन दूसरी विधि से भी कर सकते हैं। जैसा निम्नलिखित आकृति में दर्शाया गया है वैसे ही एक बेलन को काटने की कल्पना कीजिए। (आकृति 11.54):



आकृति 11.54

इसलिए बेलन का पार्श्व पृष्ठीय (वक्र पृष्ठांक) क्षेत्रफल $2\pi rh$ है।

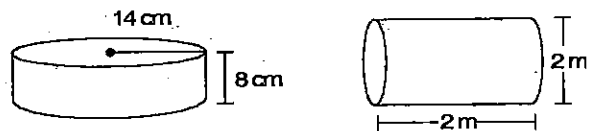
$$\begin{aligned} \text{बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= \pi r^2 + 2\pi rh + \pi r^2 \\ &= 2\pi r^2 + 2\pi rh \text{ या } 2\pi r(r+h) \end{aligned}$$

हल : छात्र स्वयं करें।

नोट : जब तक कुछ कहा न गया हो हम π का मान $22/7$ लेते हैं।

प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या 193)

निम्नलिखित बेलनों का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए (आकृति 11.55) :



आकृति 11.55

हल : (i) यहाँ, $r = 14$ cm तथा $h = 8$ cm

$$\text{बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 8 + 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14$$

$$= 704 + 1232$$

$$= 1936 \text{ cm}^2$$

(ii) यहाँ, $r = \frac{2}{2} \text{ m} = 1 \text{ m}$

तथा $h = 2 \text{ m}$

\therefore बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh + 2\pi r^2$

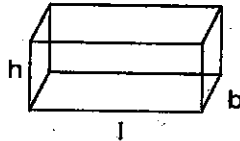
$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 1 \times 2 + 2 \times \frac{22}{7} \times 1 \times 1$$

$$= \frac{88}{7} + \frac{44}{7}$$

$$= \frac{132}{7} = 18 \frac{6}{7} \text{ m}^2$$

सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए (पृष्ठ संख्या 193)

नोट कीजिए कि किसी बेलन का पार्श्व पृष्ठीय (ध्रुव पृष्ठीय) क्षेत्रफल, आधार की परिधि \times बेलन की ऊँचाई के समान होता है। क्या हम घनाभ के पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल को आधार



आकृति 11.56

का परिमाण \times घनाभ की ऊँचाई के रूप में लिख सकते हैं?

हल : हम जानते हैं कि,

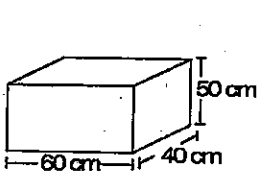
$$\text{घनाभ का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2(l + b) \times h$$

$$= \text{आधार का परिमाण} \times \text{ऊँचाई}$$

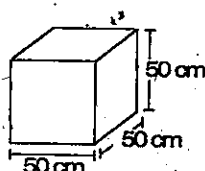
अतः हम घनाभ के पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल को आधार का परिमाण \times घनाभ की ऊँचाई के रूप में लिख सकते हैं।

प्रश्नावली 11.3 (पृष्ठ 104-195)

प्रश्न 1. दो घनाभाकार डिब्बे हैं जैसा कि संलग्न आकृति में दर्शाया गया है। किस डिब्बे को बनाने के लिए कम सामग्री की आवश्यकता है?



(a)



(b)

आकृति 11.57

हल : (a) घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2(lb + bh + lh)$

$$= 2(60 \times 40 + 40 \times 50 + 60 \times 50)$$

$$= 2 \times (240 + 200 + 300)$$

$$= 2 \times 740$$

$$= 1480 \text{ cm}^2$$

(b) घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 6 (\text{भुजा})^2$

$$= 6 \times (50)^2$$

$$= 6 \times 2500$$

$$= 15000 \text{ cm}^2$$

अतः (a) डिब्बे को बनाने के लिए कम सामग्री की आवश्यकता है।

प्रश्न 2. $80 \text{ cm} \times 48 \text{ cm} \times 24 \text{ cm}$ माप वाले एक सूटकेस को तिरपाल के कपड़े से ढकना है। ऐसे 100 सूटकेसों को ढकने के लिए 96cm चौड़ाई वाले कितने मीटर तिरपाल के कपड़े की आवश्यकता है?

हल : घनाभ आकार के सूटकेस का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 2(lb + bh + hl)$$

$$= 2(80 \times 48 + 48 \times 24 + 80 \times 24)$$

$$= 2 \times 6912$$

$$= 13824 \text{ cm}^2$$

100 सूटकेसों को ढकने के लिए 96 cm चौड़ाई वाले तिरपाल का क्षेत्रफल

$$= 100 \times 96$$

$$= 9600 \text{ cm}^2$$

$$\therefore 100 \text{ सूटकेसों का पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 100 \times 13824$$

$$= 1382400 \text{ cm}^2$$

\therefore 100 सूटकेसों को ढकने के लिए तिरपाल के कपड़े की आवश्यकता

$$= \frac{1382400}{9600}$$

$$= 144 \text{ m}$$

प्रश्न 3. एक ऐसे घन की भुजा ज्ञात कीजिए जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल 600 cm^2 है।

हल : घन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 6l^2$

या $600 \text{ cm}^2 = 6l^2$

या $\frac{600 \text{ cm}^2}{6} = l^2$

या $100 \text{ cm}^2 = l^2$

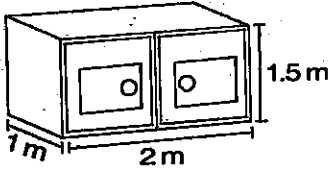
या $\sqrt{100 \text{ cm}^2} = l$

या $10 \text{ cm} = l$

$\therefore l = 10 \text{ cm}$

अतः घन की भुजा $= 10 \text{ cm}$

प्रश्न 4. रुखसार ने $1\text{ m} \times 2\text{ m} \times 1.5\text{ m}$ माप वाली एक पेटी को बाहर से पेंट किया। यदि उसने पेटी के तल के अतिरिक्त उसे सभी जगह से पेंट किया हो तो ज्ञात कीजिए कि उसने कितने पृष्ठीय क्षेत्रफल को पेंट किया।



आकृति 11.58

हल : यहाँ $l = 2\text{ m}$, $b = 1\text{ m}$, $h = 1.5\text{ m}$

$$\begin{aligned} \text{पेंट की गई पेटी का पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= lb + 2bh + 2lh \\ &= 2 \times 1 + 2 \times 1 \times 1.5 + 2 \times 2 \times 1.5 \\ &= 2 + 3.0 + 6.0 \\ &= 11\text{ m}^2 \end{aligned}$$

प्रश्न 5. डैनियल एक ऐसे घनाभाकार कमरे की दीवारों और छत को पेंट कर रहा है जिसकी लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 15 m , 10 m एवं 7 m हैं। पेंट की प्रत्येक कैन की सहायता से 100 m^2 क्षेत्रफल को पेंट किया जा सकता है। तो उस कमरे के लिए उसे पेंट की कितनी कैनों की आवश्यकता होगी?

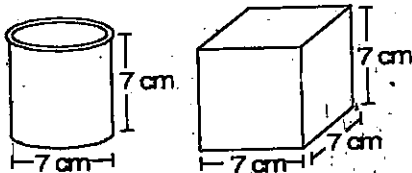
हल : यहाँ, $l = 15\text{ m}$, $b = 10\text{ m}$, $h = 7\text{ m}$

$$\begin{aligned} \text{पेंट की गई कैनों का पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= lb + 2bh + 2lh \\ &= 15 \times 10 + 2 \times 10 \times 7 + 2 \times 15 \times 7 \\ &= 150 + 140 + 210 \\ &= 500\text{ m}^2 \end{aligned}$$

चूँकि पेंट की प्रत्येक कैन की सहायता से 100 m^2 क्षेत्रफल को पेंट किया जा सकता है।

$$\therefore \text{कमरे के लिए पेंट के कैनों की कुल संख्या} = \frac{500}{100} = 5$$

प्रश्न 6. वर्णन कीजिए कि दाईं तरफ दी गई आकृतियाँ किस प्रकार एक समान हैं और किस प्रकार एक दूसरे से भिन्न हैं। किस डिब्बे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल अधिक है?



आकृति 11.59

हल : समानता : दोनों की बराबर ऊँचाइयाँ हैं।

अंतर : एक बेलन है दूसरा घन है तथा घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल अधिक है।

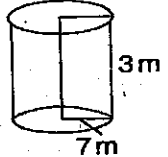
बेलन का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh$

$$\begin{aligned} &= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times 7 \\ &= 154\text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= 4l^2 \\ &= 4 \times 7 \times 7 \\ &= 196\text{ cm}^2 \end{aligned}$$

अतः घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल अधिक है।

प्रश्न 7. 7 m त्रिज्या और 3 m ऊँचाई वाला एक बंद बेलनाकार टैंक किसी धातु की एक चादर से बना हुआ है। उसे बनाने के लिए वांछित धातु की चादर की मात्रा ज्ञात कीजिए।



आकृति 11.60

$$\begin{aligned} \text{हल : बेलनाकार टैंक का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल} &= 2\pi r(r+h) \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 7(7+3) \\ &= 44 \times 10 = 440\text{ m}^2 \end{aligned}$$

अतः बेलनाकार टैंक को बनाने के लिए वांछित धातु की चादर की मात्रा = 440 m^2

प्रश्न 8. एक खोखले बेलन का चक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 4224 cm^2 है। इसे इसकी ऊँचाई के अनुदिश काटकर 33 cm चौड़ाई की एक आयताकार चादर बनाई जाती है। आयताकार चादर का परिमाण ज्ञात कीजिए।

हल : प्रश्नानुसार, बेलन का चक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = आयताकार चादर का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} \therefore 2\pi rh &= l \times b \\ \text{या } 4224\text{ cm}^2 &= l \times 33\text{ cm} \end{aligned}$$

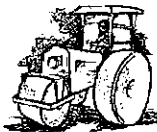
$$\text{या } \frac{4224\text{ cm}^2}{33\text{ cm}} = l$$

$$\text{या } 128\text{ cm} = l$$

$$\therefore \text{आयताकार चादर की लंबाई} = 128\text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{अब आयताकार चादर का परिमाण} &= 2(l+b) \\ &= 2(128+33) \\ &= 2 \times 161 = 322\text{ cm} \end{aligned}$$

प्रश्न 9. किसी सड़क को समतल करने के लिए एक सड़क रोला को सड़क के ऊपर एक बार घूमने के लिए 750 चक्कर लगाने पड़ते हैं। यदि सड़क रोला का व्यास 84 सेंटीमीटर और लंबाई 1 मी. है तो सड़क का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



आकृति 11.61

$$\begin{aligned} \text{हल : सड़क रोलर की त्रिज्या} &= \frac{84}{2} = 42 \text{ cm} \\ &= 0.42 \text{ m} \\ h &= 1 \text{ m} \end{aligned}$$

सड़क रोलर के वक्र पृष्ठ का

$$\text{क्षेत्रफल} = 2\pi rh$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.42 \times 1$$

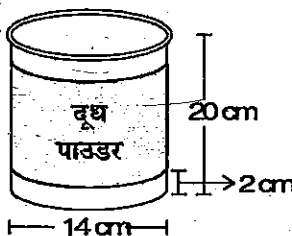
$$= 2.64 \text{ m}^2$$

सड़क के ऊपर एक बार घूमने के लिए एक सड़क रोलर को 750 चक्कर लगाने प्रदत्त हैं।

$$\therefore \text{सड़क का क्षेत्रफल} = 750 \times 2.64 = 1980 \text{ m}^2$$

प्रश्न 10. एक कंपनी

अपने दूध पाउडर को ऐसे बेलनाकार बर्तनों में पैक करती है जिनका व्यास 14 cm और ऊँचाई 20 cm है। कंपनी बर्तन के पृष्ठ के चारों ओर एक लेबल लगाती है (जैसा कि आकृति में दर्शाया गया है)।



आकृति 11.63

यदि यह लेबल बर्तन के तल और शीर्ष दोनों से 2 सेंटीमीटर की दूरी पर चिपकाया जाता है तो लेबल का क्षेत्रफल क्या है?

हल : दूध पाउडर के बेलनाकार बर्तन की त्रिज्या =

$$r = \frac{14}{2} = 7 \text{ cm}$$

ऊँचाई,

$$\begin{aligned} h &= 20 - (2 + 2) \\ &= 20 - 4 \\ &= 16 \text{ cm} \end{aligned}$$

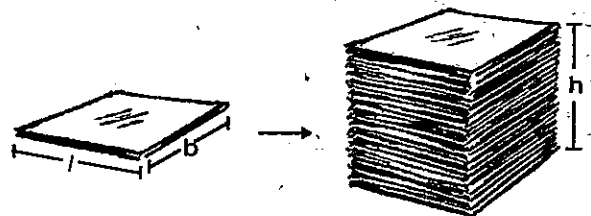
\therefore बेलनाकार बर्तन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh$

$$\begin{aligned} &= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 16 \\ &= 704 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

इन्हें कीजिए (पृष्ठ संख्या 197)

एक कागज की शीट लीजिए और इसके क्षेत्रफल को मापिए। इसी के समान आकार वाली कागज की शीटों का ढेर लगाकर एक घनाभ बनाइए (आकृति 11.64)। इस ढेर की ऊँचाई मापिए। शीट के क्षेत्रफल और शीटों की ऊँचाई का गुणनफल ज्ञात करते हुए घनाभ का आयतन ज्ञात कीजिए।

यह क्रियाकलाप इस विचार को दर्शाता है कि ठोस के आयतन का निगमन इस विधि से भी किया जा सकता है (यदि किसी ठोस का आधार और शीर्ष सर्वांगसम हैं और एक दूसरे के समांतर हैं और इसके किनारे आधार पर लंब हैं) क्या आप ऐसी वस्तुओं के बारे में सोच सकते हैं जिनका आयतन इस विधि का उपयोग करते हुए ज्ञात किया जा सकता है?

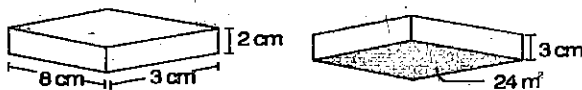


आकृति 11.64

हल : छात्र स्वयं करें।

प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या 197)

प्रश्न 1. निम्नलिखित घनाभों (आकृति 11.65) का आयतन ज्ञात कीजिए :



आकृति 11.65

हल : (i) घनाभ का आयतन = $l \times b \times h = 8 \times 3 \times 2 = 48 \text{ cm}^3$

(ii) घनाभ का आयतन = आधार का क्षेत्रफल \times ऊँचाई

$$\begin{aligned} &= 24 \text{ m}^2 \times \frac{3}{100} \text{ m} \\ &= 0.72 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

प्रश्न 2. निम्नलिखित घनों का आयतन ज्ञात कीजिए :

(a) 4 cm भुजा वाला (b) 1.5 cm भुजा वाला

हल : (a) घन का आयतन = (भुजा)³ = $4^3 = 64 \text{ cm}^3$

(b) घन का आयतन = (भुजा)³ = $(1.5)^3 = 3.375 \text{ m}^3$

इन्हें कीजिए (पृष्ठ संख्या 197)

समान आकार वाले 64 घनों को जितने रूपों में आप व्यवस्थित कर सकते हैं उतने रूपों में व्यवस्थित करते हुए घनाभ बनाइए। प्रत्येक रूप का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। क्या समान आयतन वाली ठोस आकृतियों का पृष्ठीय क्षेत्रफल समान होता है?

हल : समान आकार वाले 64 घनों को डिब्बों के रूपों में इस प्रकार व्यवस्थित किया जा सकता है :

लंबाई के रूप में	चौड़ाई के रूप में	ऊँचाई के रूप में
(i) 64	1	1
(ii) 32	2	1
(iii) 16	2	2
(iv) 16	4	1
(v) 8	4	2
(vi) 4	4	4 इत्यादि

प्रत्येक रूप का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(lb + bh + hl)$

(i) क्षेत्रफल = $2(64 \times 1 + 1 \times 1 + 1 \times 64) = 2(64 + 1 + 64)$

= $2 \times 129 = 258$ वर्ग इकाई

(ii) क्षेत्रफल = $2(32 \times 2 + 2 \times 1 + 1 \times 32) = 2(64 + 2 + 32)$

= $2 \times 98 = 196$ वर्ग इकाई

(iii) क्षेत्रफल = $2(16 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 16) = 2(32 + 4 + 32)$

= $2 \times 68 = 136$ वर्ग इकाई

(iv) क्षेत्रफल = $2(16 \times 4 + 4 \times 1 + 1 \times 16) = 2(64 + 4 + 16)$

= $2 \times 84 = 168$ वर्ग इकाई

(v) क्षेत्रफल = $2(8 \times 4 + 4 \times 2 + 2 \times 8) = 2(32 + 8 + 16)$

= $2 \times 56 = 112$ वर्ग इकाई

(vi) क्षेत्रफल = $2(4 \times 4 + 4 \times 4 + 4 \times 4) = 2(16 + 16 + 16)$

= $2 \times 48 = 96$ वर्ग इकाई

परंतु प्रत्येक घनाभ का आयतन 64 वर्ग इकाई है।

अतः ठोस आकार एक समान आयतन है परंतु इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल भिन्न-भिन्न है।

सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए (पृष्ठ संख्या 197-198)

एक कंपनी बिस्कुट बेचती है। बिस्कुटों को पैक करने के लिए घनाभाकार डिब्बों का उपयोग किया जा रहा है। डिब्बा A → $3 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$, डिब्बा B → $4 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ डिब्बे का कौन सा आकार कंपनी के लिए आर्थिक दृष्टि से लाभदायक रहेगा? क्यों? क्या आप ऐसे किसी और आकार (विमार्ण) के डिब्बे का सुझाव दे सकते हैं जिसका आयतन इनके समान हो परंतु इनकी तुलना में आर्थिक दृष्टि से अधिक लाभदायक हो?

हल : डिब्बा A :

आयतन = $(3 \times 8 \times 20) \text{ cm}^3 = 480 \text{ cm}^3$

पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(3 \times 8 + 8 \times 20 + 20 \times 3) \text{ cm}^2$

= $2(24 + 160 + 60) \text{ cm}^2$

= $2 \times 244 \text{ cm}^2$

= 488 cm^2

डिब्बा B :

आयतन = $(4 \times 12 \times 10) \text{ cm}^3 = 480 \text{ cm}^3$

पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(4 \times 12 + 12 \times 10 + 10 \times 4) \text{ cm}^2$

= $2(48 + 120 + 40) \text{ cm}^2$

= $2 \times 208 \text{ cm}^2$

= 416 cm^2

यहाँ पर डिब्बा A का आयतन = डिब्बा B का आयतन। परंतु डिब्बा B का पृष्ठीय क्षेत्रफल, डिब्बा A के पृष्ठीय क्षेत्रफल से कम है। डिब्बा B को बनाने में आवश्यक सामग्री कम लगेगी। अतः डिब्बा B को बनाना कंपनी के लिए आर्थिक दृष्टि से लाभदायक रहेगा।

डिब्बा C को बनाने के लिए सुझाव :

डिब्बा C का आयतन = $8 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$

= 480 cm^3

डिब्बा C का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(8 \times 6 + 6 \times 10 + 10 \times 8) \text{ cm}^2$

= $2 \times (48 + 60 + 80) \text{ cm}^2$

= $2 \times 188 \text{ cm}^2 = 376 \text{ cm}^2$

स्पष्टतः डिब्बा, C का पृष्ठीय क्षेत्रफल डिब्बा B से कम है। अतः यह डिब्बा बनाना कंपनी को आर्थिक दृष्टि से लाभदायक रहेगा।

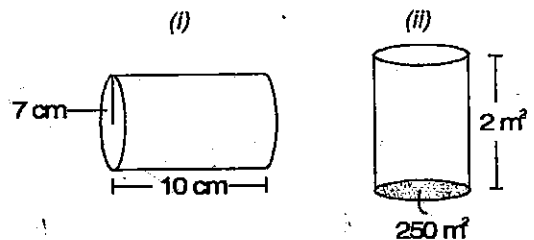
प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या 198)

संगम बेलनों का आयतन ज्ञात कीजिए :

हल : (i) बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$

यहाँ $r = 7 \text{ cm}$; $h = 10 \text{ cm}$ $\left(\frac{22}{7} \times 7 \times 10\right) \text{ cm}^3$

= 220 cm^3



आकृति 11.66

(ii) यहाँ, आधार का क्षेत्रफल = 250 m^2

$h = 2 \text{ m}$

∴ बेलन का आयतन = (आधार का क्षेत्रफल) × ऊँचाई
= $(250 \times 2) \text{ m}^3 = 500 \text{ m}^3$

प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या-199-200)

प्रश्न 1. आपको एक बेलनाकार टैंक दिया हुआ है, निम्नलिखित में से किस स्थिति में आप उसका पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात करेंगे और किस स्थिति में आयतन :

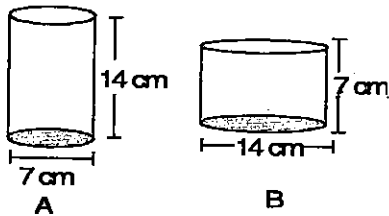
(a) यह ज्ञात करने के लिए कि इसमें कितना पानी रखा जा सकता है।

(b) इसका प्लास्टर करने के लिए वांछित सीमेंट बोरियों की संख्या।

(c) इसमें भरे पानी से भरे जाने वाले छोटे टैंकों की संख्या।

हल : (a) आयतन (b) पृष्ठीय क्षेत्रफल (c) आयतन

प्रश्न 2. बेलन A का व्यास 7 cm और ऊँचाई 14 cm है। बेलन B का व्यास 14 cm और ऊँचाई 7 cm है। परिकलन किए बिना क्या आप बता सकते हैं कि इन दोनों में किसका आयतन अधिक है। दोनों बेलनों का आयतन ज्ञात करते हुए इसका सत्यापन कीजिए। जाँच कीजिए कि क्या अधिक आयतन वाले बेलन का पृष्ठीय क्षेत्रफल भी अधिक है।



आकृति 11.67

हल: हाँ, बेलन B का आयतन तथा पृष्ठीय क्षेत्रफल अधिक है।

बेलन A का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $(2\pi rh + 2\pi r^2)$ वर्ग इकाई

$$\therefore r = \frac{7}{2} \text{ तथा } h = 14 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} &= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times 14 + 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \\ &= (308 + 77) \text{ cm}^2 \\ &= 385 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

बेलन B का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= \left(2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 + 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \right) \text{ cm}^2$$

$$\therefore r = 7, h = 7 = (308 + 308) \text{ cm}^2 = 616 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} \text{बेलन A का आयतन} &= \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 14 \\ &= 539 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\text{बेलन B का आयतन} = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7 = 1078 \text{ cm}^3$$

अतः बेलन B का पृष्ठीय क्षेत्रफल तथा आयतन, बेलन A से अधिक है।

प्रश्न 3. एक ऐसे घनाभ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए जिसके आधार का क्षेत्रफल 180 cm^2 और जिसका आयतन 900 cm^3 है।

$$\begin{aligned} \text{हल : घनाभ का आयतन} &= \text{आधार का क्षेत्रफल} \times \text{ऊँचाई} \\ \text{या, } 900 \text{ cm}^3 &= 180 \times \text{ऊँचाई} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{या } \text{ऊँचाई} &= \frac{900}{180} \\ &= 5 \text{ cm} \end{aligned}$$

अतः घनाभ की ऊँचाई = 5 cm.

प्रश्न 4. एक घनाभ की विमाएँ $60 \text{ cm} \times 54 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$ हैं। इस घनाभ के अंदर 6 cm भुजा वाले कितने छोटे घन रखे जा सकते हैं ?

हल : छोटे घन की एक भुजा = 6 cm

$$\begin{aligned} \therefore \text{घन का आयतन} &= (\text{भुजा})^3 \\ &= (6)^3 = 216 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\text{घनाभ का आयतन} = (60 \times 54 \times 30) \text{ cm}^3$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{छोटे घन की संख्या} &= \frac{\text{घनाभ का आयतन}}{\text{घन का आयतन}} \\ &= \frac{60 \times 54 \times 30}{216} \\ &= 10 \times 9 \times 5 = 450 \end{aligned}$$

अतः इस घनाभ के अंदर 6 cm भुजा वाले 450 छोटे घन रखे जा सकते हैं।

प्रश्न 5. एक ऐसे बेलन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए जिसका आयतन 1.54 m^3 और जिसके आधार का व्यास 140 cm है।

हल : माना कि बेलन की ऊँचाई = h

$$\text{त्रिज्या, } r = \frac{140}{2} = 70 \text{ cm} = \frac{70}{100} \text{ m} = 0.7 \text{ m}$$

$$\text{आयतन} = 1.54 \text{ m}^3$$

$$\text{अब, बेलन का आयतन} = \pi r^2 h$$

$$1.54 = \frac{22}{7} \times (0.7)^2 \times h$$

$$\text{या } \frac{1.54 \times 7}{220.7 \times 0.7} = h$$

$$\therefore h = 1 \text{ m}$$

अतः बेलन की ऊँचाई = 1m

प्रश्न 6. एक दूध का टैंक बेलन के आकार का है जिसकी त्रिज्या 1.5 m और लम्बाई 7m है। इस टैंक में भरे जा सकने वाले दूध की मात्रा लीटर में ज्ञात कीजिए।

हल : ∵ दूध का टैंक बेलन के आकार का है।

∴ बेलनाकार दूध के टैंक का आयतन = $\pi r^2 h$

यहाँ $r = 1.5$ m

$$\therefore \text{आयतन} = \frac{22}{7} \times (1.5)^2 \times 7$$

$$h = 7 \text{ m} \quad = \frac{22}{7} \times 1.5 \times 1.5 \times 7$$

$$= 49.5 \text{ m}^3$$

$$= (49.5 \times 1000) \text{ लीटर}$$

$$[\because 1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ लीटर}]$$

∴ बेलनाकार दूध के टैंक में दूध की मात्रा = 49500 लीटर

प्रश्न 7. यदि किसी घन के प्रत्येक किनारे को दुगुना कर दिया जाए, तो

(i) इसके पृष्ठीय क्षेत्रफल में कितने गुना वृद्धि होगी?

(ii) इसके आयतन में कितने गुना वृद्धि होगी ?

हल : माना कि घन की एक भुजा = x इकाई

∴ घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6x^2$ वर्ग इकाई

तथा घन का आयतन = x^3 घन इकाई

यदि किसी घन के प्रत्येक किनारे को दुगुना कर दिया जाए

तो,

(i) इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6(2x)^2 = 6 \times 4x^2 = 24x^2$

अतः इसके पृष्ठीय क्षेत्रफल में 4 गुना वृद्धि होगी।

(ii) इसके आयतन = $(2x)^3 = 8x^3$

अतः इसके आयतन में 8 गुना वृद्धि होगी।

प्रश्न 8. एक कुंड के अंदर 60 लीटर प्रति मिनट की दर से पानी गिर रहा है। यदि कुंड का आयतन 108 m^3 है, तो ज्ञात कीजिए कि इस कुंड को भरने में कितने घंटे लगेंगे?

हल : घनाकार कुंड का आयतन = 108 m^3

$$= 108 \times 1000 \text{ लीटर}$$

$$= 108000 \text{ लीटर}$$

∴ कुंड के अंदर 60 लीटर प्रति मिनट की दर से पानी गिर रहा है।

$$\therefore \text{कुंड के भरने में लगा समय} = \frac{108000}{60 \times 60} \text{ घंटे}$$

$$= 30 \text{ घंटे}$$

