



घातांक और घात

स्मरणीय तथ्य

1. ऋणात्मक घातांकों वाली संख्याएँ निम्नलिखित नियमों का पालन करती हैं :

$$(i) a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$(ii) a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$(iii) (a^m)^n = a^{mn}$$

$$(iv) a^m \times b^m = (ab)^m$$

$$(v) \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$(vi) \text{ यदि } x^m = x^n \text{ तो, } m = n$$

$$(vii) a^0 = 1$$

2. ऋणात्मक घातांकों का उपयोग करते हुए बहुत छोटी संख्याओं को मानक रूप में व्यक्त कर सकते हैं।

पाठ्य पुस्तक के प्रश्नोत्तर

प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या 202)

प्रश्न 1. गुणात्मक प्रतिलोम लिखिए :

$$(i) 2^{-4} \quad (ii) 10^{-5} \quad (iii) 7^{-2} \quad (iv) 5^{-3} \quad (v) 10^{-100}$$

$$\text{हल : (i) } 2^4$$

$\therefore a$ का गुणात्मक प्रतिलोम $\frac{1}{a}$ होता है।

$$\therefore 2^{-4} \text{ का गुणात्मक प्रतिलोम } \frac{1}{2^{-4}} = 2^4$$

$$(ii) 10^{-5} \text{ का गुणात्मक प्रतिलोम } = 10^5$$

$$(iii) 7^{-2} \text{ का गुणात्मक प्रतिलोम } = 7^2$$

$$(iv) 5^{-3} \text{ का गुणात्मक प्रतिलोम } = 5^3$$

$$(v) 10^{-100} \text{ का गुणात्मक प्रतिलोम } = 10^{100}$$

प्रश्न 2. घातांकों का उपयोग करते हुए निम्न को विस्तारित रूप में लिखिए :

$$(i) 1025.63 \quad (ii) 1256.249$$

$$\text{हल : (i) } 1025.63$$

$$= 1 \times 1000 + 2 \times 10 + 5 \times 1 + \frac{6}{10} + \frac{3}{100}$$

$$= 1 \times 10^3 + 2 \times 10 + 5 \times 1 + 6 \times 10^{-1} + 3 \times 10^{-2}$$

$$(ii) 1256.249$$

$$= 1 \times 1000 + 2 \times 100 + 5 \times 10 + 6 \times 1 + 2 \times$$

$$\frac{1}{10} + 4 \times \frac{1}{100} + 9 \times \frac{1}{1000}$$

$$= 1 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 5 \times 10 + 6 \times 1 + 2 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2} + 9 \times 10^{-3}$$

पृष्ठ संख्या 203

प्रश्न - घातांक रूप को सरल कीजिए और लिखिए :

$$(i) (-2)^{-3} \times (-2)^{-4} \quad (ii) p^3 \times p^{-10} \quad (iii) 3^2 \times 3^{-5} \times 3^6$$

$$\text{हल : (i) } (-2)^{-3} \times (-2)^{-4} = (-2)^{(-3)+(-4)} = (-2)^{-7} = \frac{1}{(-2)^7}$$

$$(ii) p^3 \times p^{-10} = p^{3+(-10)} = p^{3-10} = p^{-7} = \frac{1}{p^7}$$

$$(iii) 3^2 \times 3^{-5} \times 3^6 = 3^{2-5+6} = 3^3$$

प्रश्नावली 12.1 (पृष्ठ संख्या 205, 206)

प्रश्न 1. मान ज्ञात कीजिए :

$$(i) 3^{-2} \quad (ii) (-4)^{-2} \quad (iii) \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$$

हल : (i) $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{3 \times 3} = \frac{1}{9}$

(ii) $(-4)^{-2} = \frac{1}{(-4)^2} = \frac{1}{(-4) \times (-4)} = \frac{1}{16}$

(iii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = \left(\frac{2}{1}\right)^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

प्रश्न 2. सरल कीजिए और उत्तर को धनात्मक घातांक के रूप में व्यक्त कीजिए :

(i) $(-4)^5 \div (-4)^8$ (ii) $\left(\frac{1}{2^3}\right)^2$

(iii) $(-3)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4$ (iv) $(3^{-7} \div 3^{-10}) \times 3^{-5}$

(v) $2^{-3} \times (-7)^{-3}$

हल : (i) $(-4)^5 \div (-4)^8 = (-4)^{5-8} = (-4)^{-3} = \frac{1}{(-4)^3}$

(ii) $\left(\frac{1}{2^3}\right)^2 = \frac{1}{2^3} \times \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2^{3+3}} = \frac{1}{2^6}$

(iii) $(-3)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4 = (-3)^4 \times \frac{(5)^4}{(-3)^4} = (5)^4$

(iv) $(3^{-7} + 3^{-10}) \times 3^{-5} = 3^{(-7)-(-10)} \times 3^{-5}$
 $= 3^{-7+10} \times 3^{-5}$
 $= 3^3 \times 3^{-5} = 3^{3+(-5)}$
 $= 3^{3-5} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2}$

(v) $2^{-3} \times (-7)^{-3} = \frac{1}{2^3} \times \frac{1}{(-7)^3} = \frac{1}{[2 \times (-7)]^3} = \frac{1}{(-14)^3}$

प्रश्न 3. मान ज्ञात कीजिए :

(i) $(3^0 + 4^{-1}) \times 2^2$

(ii) $(2^{-1} \times 4^{-1}) + 2^{-2}$

(iii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

(iv) $(3^{-1} + 4^{-1} + 5^{-1})^0$

(v) $\left\{\left(\frac{-2}{3}\right)^{-2}\right\}^2$

हल : (i) $(3^0 + 4^{-1}) \times 2^2 = \left(1 + \frac{1}{4}\right) \times 2^2$

$= \left(1 + \frac{1}{4}\right) \times 4$

$= \left(\frac{4+1}{4}\right) \times 4$

$= \frac{5}{4} \times 4 = 5$

(ii) $(2^{-1} + 4^{-1}) \div 2^{-2} = \left(\frac{1}{2^1} + \frac{1}{4^1}\right) \div \frac{1}{2^2}$

$= \frac{1}{8} + \frac{1}{4}$

$= \frac{1}{8} \times \frac{4}{1} = \frac{1}{2}$

(iii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

$= \left(\frac{2}{1}\right)^2 + \left(\frac{3}{1}\right)^2 + \left(\frac{4}{1}\right)^2$

$= 4 + 9 + 16 = 29$

(iv) $(3^{-1} + 4^{-1} + 5^{-1})^0 = \left(\frac{1}{3^1} + \frac{1}{4^1} + \frac{1}{5^1}\right)^0$

$= \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)^0 = 1$

[$\because a^0 = 1$]

(v) $\left\{\left(\frac{-2}{3}\right)^{-2}\right\}^2 = \left\{\left(\frac{-3}{2}\right)^2\right\}^2$

$= \left(\frac{-3}{2}\right)^{2 \times 2}$

$= \left(\frac{-3}{2}\right)^4 = \left(\frac{-3}{2}\right) \times \left(\frac{-3}{2}\right) \times \left(\frac{-3}{2}\right) \times \left(\frac{-3}{2}\right)$

$= \frac{81}{16}$

प्रश्न 4. मान ज्ञात कीजिए : (i) $\frac{8^{-1} \times 5^3}{2^{-4}}$

(ii) $(5^{-1} \times 2^{-1}) \times 6^{-1}$

हल : (i) $\frac{8^{-1} \times 5^3}{2^{-4}} = \frac{1}{8^1} \times 5^3$

$$= \frac{5 \times 5 \times 5}{8}$$

$$= \frac{125}{8} + \frac{1}{16} = \frac{125}{8} \times \frac{16}{1}$$

$$= 250$$

(ii) $(5^{-1} \times 2^{-1}) \times 6^{-1} = \left(\frac{1}{5} \times \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{6}$

$$= \frac{1}{10} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{60}$$

प्रश्न 5. m का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $5m \div 5^{-3} = 5^5$

हल : $5^m \div 5^{-3} = 5^5$

या $5^{m-(-3)} = 5^5$

या $5^{m+3} = 5^5$

या $m+3 = 5$ [$\because x^m = x^n \Rightarrow m = n$]

या $m = 5 - 3$

$\therefore m = 2$

प्रश्न 6. मान ज्ञात कीजिए : (i) $\left\{ \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} \right\}^{-1}$

(ii) $\left(\frac{5}{8}\right)^{-7} \times \left(\frac{8}{5}\right)^{-4}$

हल : (i) $\left\{ \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} \right\}^{-1} = \left\{ \left(\frac{3}{1}\right)^1 - \left(\frac{4}{1}\right)^1 \right\}^{-1}$

या $= [3 - 4]^{-1}$

$$= (-1)^{-1} = \frac{1}{(-1)^1}$$

$$= \frac{1}{-1} = -1$$

(ii) $\left(\frac{5}{8}\right)^{-7} \times \left(\frac{8}{5}\right)^{-4} = \left(\frac{8}{5}\right)^7 \times \left(\frac{8}{5}\right)^{-4}$

$$= \left(\frac{8}{5}\right)^{7+(-4)} = \left(\frac{8}{5}\right)^{7-4}$$

$$= \left(\frac{8}{5}\right)^3 = \frac{8 \times 8 \times 8}{5 \times 5 \times 5} = \frac{512}{125}$$

प्रश्न 7. सरल कीजिए :

(i) $\frac{25 \times t^{-4}}{5^{-3} \times 10 \times t^{-8}}$ ($t \neq 0$) (ii) $\frac{3^{-5} \times 10^{-5} \times 125}{5^{-7} \times 6^{-5}}$

हल : (i) $\frac{25 \times t^{-4}}{5^{-3} \times 10 \times t^{-8}} = \frac{25}{10} \times \frac{t^4}{t^8} = \frac{25}{t^4} + \frac{10}{5^3 \times t^8}$

$$= \frac{25}{t^4} \times \frac{5^3 \times t^8}{10} = \frac{625t^4}{2}$$

(ii) $\frac{3^{-5} \times 10^{-5} \times 125}{5^{-7} \times 6^{-5}} = \frac{5^7 \times 6^5 \times 125}{3^5 \times 10^5}$

$$= \frac{5^7 \times (3 \times 2)^5 \times 5^3}{3^5 \times (2 \times 5)^5}$$

$$= \frac{5^7 \times 3^5 \times 2^5 \times 5^3}{3^5 \times 2^5 \times 5^5} = \frac{5^{7+3}}{5^5}$$

$$= 5^{10-5} = 5^5$$

प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या 207)

प्रश्न 1. निम्न संख्याओं को मानक रूप में लिखिए :

(i) 0.000000564 (ii) 0.0000021

(iii) 21600000 (iv) 15240000

हल : (i) $0.000000564 = \frac{564}{1000000000} = \frac{564}{10^9}$

$$= \frac{5.64 \times 100}{10^9} = \frac{5.64 \times 10^2}{10^9}$$

$$= 5.64 \times 10^{2-9} = 5.64 \times 10^{-7}$$

(ii) $0.0000021 = \frac{21}{10000000} = \frac{2.1 \times 10}{10^7} = 2.1 \times 10^{1-7}$

$$= 2.1 \times 10^{-6}$$

(iii) $21600000 = 216 \times 100000 = 216 \times 10^5$

$$= 2.16 \times 100 \times 10^5$$

$$= 2.16 \times 10^2 \times 10^5$$

$$= 2.16 \times 10^{2+5} = 2.16 \times 10^7$$

$$\begin{aligned} (iv) 15240000 &= 1524 \times 10000 = 1.524 \times 1000 \times 10^4 \\ &= 1.524 \times 10^3 \times 10^4 \\ &= 1.524 \times 10^{3+4} \\ &= 1.524 \times 10^7 \end{aligned}$$

प्रश्न 2. दिए गए तथ्यों को मानक रूप में लिखिए :

हल : 1. पृथ्वी से सूर्य की दूरी = 149600000000m

$$\begin{aligned} &= 1496 \times 100000000 \\ &= 1.496 \times 1000 \times 10^8 \\ &= 1.496 \times 10^3 \times 10^8 \\ &= 1.496 \times 10^{11} \text{ m} \end{aligned}$$

2. प्रकाश का वेग = 300000000 m/s

$$\begin{aligned} &= 3 \times 100000000 \\ &= 3 \times 10^8 \text{ m/s} \end{aligned}$$

3. कक्षा सात की गणित की पुस्तक की मोटाई = 20 mm

$$= 2 \times 10^1 \text{ mm}$$

4. लाल रक्त कोशिकाओं का औसत व्यास = 0.000007 mm

$$\begin{aligned} &= \frac{7}{1000000} \\ &= \frac{7}{10^6} = 7 \times 10^{-6} \text{ mm} \end{aligned}$$

5. मनुष्य के बाल की मोटाई की परास

$$\begin{aligned} &= 0.005 \text{ cm से } 0.01 \text{ cm तक} \\ &= \frac{5}{1000} \text{ cm से } \frac{1}{100} \text{ cm तक} \\ &= \frac{5}{10^3} \text{ cm से } \frac{1}{10^2} \text{ cm तक} \\ &= 5 \times 10^{-3} \text{ cm से } 1 \times 10^{-2} \text{ cm तक} \end{aligned}$$

6. पृथ्वी से चंद्रमा की दूरी = 384467000 m

$$\begin{aligned} &= 384467 \times 1000 \\ &= 3.84467 \times 100000 \times 10^3 \\ &= 3.84467 \times 10^5 \times 10^3 \\ &= 3.84467 \times 10^{5+3} \\ &= 3.84467 \times 10^8 \text{ m (लगभग)} \end{aligned}$$

7. पौधों की कोशिकाओं का आकार = 0.00001275 m

$$\begin{aligned} &= \frac{1275}{100000000} \\ &= \frac{1.275 \times 1000}{100000000} \\ &= \frac{1.275}{10^5} = 1.275 \times 10^{-5} \text{ m} \end{aligned}$$

8. सूर्य की औसत त्रिज्या = 695000 km

$$= 6.95 \times 100 \times 10^3$$

$$\begin{aligned} &= 6.95 \times 10^2 \times 10^3 \\ &= 6.95 \times 10^{2+3} \\ &= 6.95 \times 10^5 \text{ km} \end{aligned}$$

9. अंतरिक्ष शटल में टोस राकेट बूस्टर को प्रेरित करने के लिए शटल का द्रव्यमान

$$\begin{aligned} &= 503600 \text{ kg} = 5036 \times 100 \\ &= 5.036 \times 1000 \times 10^2 \\ &= 5.036 \times 10^3 \times 10^2 \\ &= 5.036 \times 10^5 \text{ kg} \end{aligned}$$

10. एक कागज की मोटाई = 0.0016 cm

$$\begin{aligned} &= \frac{16}{10000} = \frac{1.6 \times 10}{10^4} \\ &= 1.6 \times 10^{1-4} \\ &= 1.6 \times 10^{-3} \text{ cm} \end{aligned}$$

11. कंप्यूटर चिप के एक तार का व्यास = 0.000003 m

$$\begin{aligned} &= \frac{3}{1000000} = \frac{3}{10^6} \\ &= 3 \times 10^{-6} \text{ m} \end{aligned}$$

12. माउंट एवरेस्ट की ऊँचाई = 8848 m

$$\begin{aligned} &= 8.848 \times 1000 \\ &= 8.848 \times 10^3 \text{ m} \end{aligned}$$

प्रश्नावली 12.2 (पृष्ठ संख्या 208)

प्रश्न 1. निम्न संख्याओं को मानक रूप में व्यक्त कीजिए :

(i) 0.00000000000085

(ii) 0.00000000000942

(iii) 6020000000000000

(iv) 0.00000000837

(v) 31860000000

हल : (i) $0.00000000000085 = \frac{85}{100000000000000}$

$$= \frac{8.5 \times 10}{10^{13}}$$

$$= 8.5 \times 10^{1-13}$$

$$= 8.5 \times 10^{-12}$$

(ii) $0.00000000000942 = \frac{942}{100000000000000}$

$$= \frac{9.42 \times 100}{10^{14}}$$

$$= 9.42 \times 10^{2-14}$$

$$= 9.42 \times 10^{-12}$$

(iii) $6020000000000000 = 602 \times 10^{13}$

$$= 6.02 \times 100 \times 10^{13}$$

$$= 6.02 \times 10^2 \times 10^{13}$$

$$= 6.02 \times 10^{15}$$

$$\begin{aligned}
 (iv) 0.00000000837 &= \frac{837}{10000000000} = \frac{8.37 \times 100}{10^{11}} \\
 &= 8.37 \times 10^{-11} \\
 &= 8.37 \times 10^{-9} \\
 (v) 31860000000 &= 3186 \times 10^7 = 3.186 \times 1000 \times 10^7 \\
 &= 3.186 \times 10^3 \times 10^7 \\
 &= 3.186 \times 10^{10}
 \end{aligned}$$

प्रश्न 2. निम्न संख्याओं को सामान्य रूप में व्यक्त कीजिए :

$$\begin{aligned}
 (i) 3.02 \times 10^{-6} & \quad (ii) 4.5 \times 10^4 \\
 (iii) 3 \times 10^{-8} & \quad (iv) 1.0001 \times 10^9 \\
 (v) 5.8 \times 10^{12} & \quad (vi) 3.61492 \times 10^6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{हल : (i) } 3.02 \times 10^{-6} &= \frac{302}{100 \times 10^6} = \frac{302}{10^2 \times 10^6} \\
 &= \frac{302}{100000000} = 0.00000302
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (ii) 4.5 \times 10^4 &= \frac{45 \times 10^4}{10} = 45 \times 10^3 \\
 &= 45000
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (iii) 3 \times 10^{-8} &= \frac{3}{10^8} = \frac{3}{100000000} \\
 &= 0.00000003
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (iv) 1.0001 \times 10^9 &= \frac{10001 \times 10^9}{10000} = 10001 \times 10^5 \\
 &= 1000100000
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (v) 5.8 \times 10^{12} &= \frac{58 \times 10^{12}}{10} = 58 \times 10^{11} \\
 &= 5800000000000
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (vi) 3.61492 \times 10^6 &= \frac{361492 \times 10^6}{100000} = 361492 \times 10^1 \\
 &= 3614920
 \end{aligned}$$

प्रश्न 3. निम्नलिखित कथनों में जो संख्या प्रकट हो रही है उन्हें मानक रूप में व्यक्त कीजिए :

$$(i) 1 \text{ माईक्रॉन } \frac{1}{1000000} \text{ m के बराबर होता है।}$$

(ii) एक इलेक्ट्रॉन का आवेश 0,000,000,000,000,000,000,000,16 कुलंब होता है।

(iii) जीवाणु की माप 0.0000005m है।

(iv) पौधों की कोशिकाओं की माप 0.00001275m है।

(v) मोटे कागज की मोटाई 0.07mm है।

$$\begin{aligned}
 \text{हल : (i) } 1 \text{ माईक्रॉन} &= \frac{1}{1000000} \text{ m} \\
 &= \frac{1}{10^6} = 1 \times 10^{-6} \text{ m}
 \end{aligned}$$

(ii) एक इलेक्ट्रॉन का आवेश = 0.000000000000000000016 कुलंब

$$= \frac{16}{100000000000000000000}$$

$$= \frac{1.6 \times 10}{10^{20}} = 1.6 \times 10^{-20}$$

$$= 1.6 \times 10^{-19} \text{ कुलंब}$$

(iii) जीवाणु की माप = 0.0000005 m

$$= \frac{5}{10000000} = \frac{5}{10^7} = 5 \times 10^{-7} \text{ m}$$

(iv) पौधों की कोशिकाओं की माप = 0.00001275 m

$$= \frac{1275}{100000000}$$

$$= \frac{1.275 \times 1000}{10^8}$$

$$= 1.275 \times 10^{-8}$$

$$= 1.275 \times 10^{-5} \text{ m}$$

(v) मोटे कागज की मोटाई = 0.07 mm

$$= \frac{7}{100} = 7 \times 10^{-2} \text{ mm}$$

प्रश्न 4. एक ढेर में पाँच किताबें हैं जिनमें प्रत्येक की मोटाई 20mm तथा पाँच कागज की शीटें हैं जिनमें प्रत्येक की मोटाई 0.016 mm है। इस ढेर की कुल मोटाई ज्ञात कीजिए।

हल : प्रत्येक किताब की मोटाई = 20mm

$$\therefore 5 \text{ किताबों की मोटाई} = 5 \times 20 = 100 \text{ mm}$$

एक कागज की मोटाई = 0.016 mm

$$\therefore 5 \text{ कागजों की मोटाई} = 5 \times 0.016 = 0.08 \text{ mm}$$

$$\therefore \text{इस ढेर की कुल मोटाई} = 100 \text{ mm} + 0.08$$

$$= 100.08 \text{ mm}$$

$$= \frac{10008}{100}$$

$$= \frac{1.0008 \times 10000}{10^2}$$

$$= 1.0008 \times 10^{4-2}$$

$$= 1.0008 \times 10^2 \text{ mm}$$