



सीधा और प्रतिलोम समानुपात

स्मरणीय तथ्य

1. दो राशियाँ x और y प्रत्यक्ष या सीधे समानुपात में अथवा परस्पर अनुक्रमानुपाती कही जाती हैं, यदि वे साथ-साथ इस प्रकार बढ़ती (घटती) हैं कि उनके संगत मानों का अनुपात अचर रहता है। अर्थात् यदि $\frac{x}{y} = k$ हो (जहाँ k एक धनात्मक अचर है), तो x और y परस्पर अनुक्रमानुपाती कहलाती हैं। इस प्रकार की स्थिति में, यदि x के मानों x_1, x_2 के लिए y के संगत मान क्रमशः y_1, y_2 हों, तो $\frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$ होता है।

2. दो राशियाँ x और y प्रतिलोम समानुपात में अथवा परस्पर व्युत्क्रमानुपाती कही जाती हैं, यदि x में हुई एक वृद्धि y में एक समानुपाती कमी उत्पन्न करे तथा x में हुई एक कमी y में एक समानुपाती वृद्धि उत्पन्न करे ताकि इनके संगत मानों का गुणनफल अचर रहे। अर्थात् यदि $xy = k$ हो, तो x और y परस्पर व्युत्क्रमानुपाती कहलाती हैं। इस स्थिति में, यदि x के मानों x_1, x_2 के लिए y के संगत मान क्रमशः y_1, y_2 हों, तो $x_1 y_1 = x_2 y_2$ या $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$ होता है।

पाठ्य पुस्तक के प्रश्नोत्तर

इन्हें कीजिए (पृष्ठ संख्या 211)

- (I) ● एक घड़ी लीजिए और उसकी मिनट वाली (बड़ी) सुई को 12 पर स्थिर कीजिए।
● मिनट की सुई द्वारा अपनी प्रारंभिक स्थिति से घूमे गए कोणों एवं बीते हुए समय को निम्नलिखित सारणी के रूप में लिखिए :

व्यतीत हुआ समय (T) (मिनटों में)	(T ₁) 15	(T ₂) 30	(T ₃) 45	(T ₄) 60
घूमा गया कोण (A) (डिग्री में)	(A ₁) 90	(A ₂) ...	(A ₃) ...	(A ₄) ...
$\frac{T}{A}$

आप T और A के बारे में क्या देखते हैं? क्या इनमें साथ-साथ वृद्धि होती है? क्या $\frac{T}{A}$ प्रत्येक समय वही रहता है? क्या मिनट की सुई द्वारा घूमा गया कोण व्यतीत हुए समय के अनुक्रमानुपाती (directly proportional) है? हाँ। उपरोक्त सारणी से, आप यह भी देख सकते हैं कि

$$T_1 : T_2 = A_1 : A_2 \text{ क्योंकि}$$

$$T_1 : T_2 = 15 : 30 = 1 : 2$$

$$A_1 : A_2 = 90 : 180 = 1 : 2$$

जाँच कीजिए कि क्या

आप स्वयं अपने समय अंतराल लेकर, इस क्रियाकलाप को दोहरा सकते हैं।

$$T_2 : T_3 = A_2 : A_3 \text{ तथा } T_3 : T_4 = A_3 : A_4 \text{ है।}$$

(ii) अपने मित्र से निम्नलिखित सारणी को भरने के लिए कहिए तथा उसकी आयु और उसकी माँ की संगत आयु का अनुपात ज्ञात करने के लिए भी कहिए :

	पाँच वर्ष पहले की आयु	वर्तमान आयु	पाँच वर्ष के बाद की आयु
मित्र की आयु (F)			
माँ की आयु (M)			
$\frac{F}{M}$			

आप क्या देखते हैं? क्या F और M में साथ-साथ वृद्धि (या कमी) होती है? क्या $\frac{F}{M}$ प्रत्येक बार वही है? नहीं। आप

इस क्रियाकलाप को अपने अन्य मित्रों के साथ दोहरा सकते हैं तथा अपने प्रेक्षणों को लिख सकते हैं।*

हल : (i) मिनट की सुई द्वारा अपनी प्रारंभिक स्थिति से घूमे गए कोणों एवं बीते हुए समय को निम्नलिखित सारणी के रूप में दिया गया है :

व्यतीत हुआ समय (T) (मिनटों में)	(T ₁)	(T ₂)	(T ₃)	(T ₄)
	15	30	45	60
घूमा गया कोण (A) (डिग्री में)	(A ₁)	(A ₂)	(A ₃)	(A ₄)
	90	180	270	360
$\frac{T}{A}$	$\frac{15}{90} = \frac{1}{6}$	$\frac{30}{180} = \frac{1}{6}$	$\frac{45}{270} = \frac{1}{6}$	$\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$

हम T और A के बारे में देखते हैं कि परस्पर बढ़ रहे हैं। $\frac{T}{A}$ के सभी मान $\frac{1}{6}$ के बराबर हैं।

हाँ। मिनट की सुई द्वारा घूमा गया कोण व्यतीत हुए समय के अनुक्रमानुपाती है।

अब,
$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}, \quad \frac{A_1}{A_2} = \frac{90}{180} = \frac{1}{2}$$

या
$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{A_1}{A_2} \text{ या } T_1 : T_2 = A_1 : A_2$$

या
$$\frac{T_2}{T_3} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}, \quad \frac{A_2}{A_3} = \frac{180}{270} = \frac{2}{3}$$

या
$$\frac{T_3}{T_4} = \frac{45}{60} = \frac{3}{4}, \quad \frac{A_3}{A_4} = \frac{270}{360} = \frac{3}{4}$$

अतः यह सत्यापित है।

सारणी

(ii)

	पाँच वर्ष पहले की आयु	वर्तमान आयु	पाँच वर्ष के बाद की आयु
मित्र की आयु (F)	1	6	11
माँ की आयु (M)	20	25	30
$\frac{F}{M}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{11}{30}$

हाँ, F तथा M परस्पर बढ़ रहा है परन्तु $\frac{F}{M}$ का मान प्रत्येक समय में एक समान नहीं है।

छात्र स्वयं इस क्रियाकलाप को अपने अन्य मित्रों के साथ दोहरा सकते हैं तथा अपने प्रेक्षणों को लिख सकते हैं।

प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या 212)

प्रश्न 1. निम्नलिखित सारणियों को देखिए तथा ज्ञात कीजिए कि क्या x और y अनुक्रमानुपाती हैं।

(i)

x	20	17	14	11	8	5	2
y	40	34	28	22	16	10	4

(ii)

x	6	10	14	18	22	26	30
y	4	8	12	16	20	24	28

(iii)

x	5	8	12	15	18	20
y	15	24	36	60	72	100

हल : (i) x और y के लिए,

$$\frac{x}{y} = \frac{20}{40} = \frac{17}{34} = \frac{11}{22} = \frac{8}{16} = \frac{5}{10} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

अतः $\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$; x और y अनुक्रमानुपाती हैं।

$$(ii) \frac{x}{y} = \frac{6}{4} \neq \frac{10}{8} \neq \frac{14}{12} \neq \frac{18}{16} \neq \frac{22}{20} \neq \frac{26}{24} \neq \frac{30}{28}$$

यहाँ पर x और y का अनुपात एक समान नहीं है अतः x और y अनुक्रमानुपाती नहीं हैं।

$$(iii) \frac{x}{y} = \frac{5}{15} = \frac{8}{24} = \frac{12}{36} \neq \frac{15}{60}$$

यहाँ पर x और y का अनुपात एक समान नहीं है। अतः x और y अनुक्रमानुपाती नहीं हैं।

प्रश्न 2. मूलधन = 1000 रुपये, ब्याज दर = 8% वार्षिक। निम्नलिखित सारणी को भरिए तथा ज्ञात कीजिए कि, किस प्रकार का ब्याज (साधारण या चक्रवृद्धि) समय अवधि के साथ प्रत्यक्ष अनुपात में बदलता या परिवर्तित होता है।

समय अवधि	1 वर्ष	2 वर्ष	3 वर्ष
$\frac{p \times r \times t}{100}$ = साधारण ब्याज (रु. में)			
$P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t - P$ = चक्रवृद्धि ब्याज (रु. में)			

हल : साधारण ब्याज के लिए,

$P =$ मूलधन = 1000 रुपये, $R =$ दर = 8%, $T =$ समय = 1 वर्ष

$$\therefore \text{S.I.} = \frac{P \times R \times T}{100} = \frac{1000 \times 8 \times 1}{100} = 80 \text{ रु.}$$

जब समय, $T = 2$ वर्ष $\text{S.I.} = \frac{1000 \times 8 \times 2}{100} = 160$ रुपये

जब समय $T = 3$ वर्ष $\text{S.I.} = \frac{1000 \times 8 \times 3}{100} = 240$ रुपये

चक्रवृद्धि ब्याज = मूलधन $\left(1 + \frac{\text{दर}}{100}\right)^{\text{समय}} -$ मूलधन

या चक्रवृद्धि ब्याज = मिश्रधन - मूलधन

या $\text{C.I.} = A - P$

या मिश्रधन = $P \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$

अब, एक वर्ष के लिए, मिश्रधन = $1000 \left(1 + \frac{8}{100}\right)^1$
 $= 1000 \times \frac{108}{100} = 1080$ रुपये

\therefore एक वर्ष के लिए, चक्रवृद्धि ब्याज (C.I.) = $A - P$
 $= 1080 - 1000 = 80$ रुपये

2 वर्ष के लिए, $A = 1000 \left(1 + \frac{8}{100}\right)^2$
 $= 1000 \times \frac{108}{100} \times \frac{108}{100}$
 $= 1166.40$ रुपये

\therefore 2 वर्ष के लिए, C.I. = $1166.40 - 1000 = 166.40$ रुपये

3 वर्ष के लिए मिश्रधन $A = 1000 \left(1 + \frac{8}{100}\right)^3$
 $= 1000 \times \frac{108}{100} \times \frac{108}{100} \times \frac{108}{100}$
 $= 1259.712$ रुपये

\therefore 3 वर्ष के लिए, C.I. = $1259.712 - 1000 = 259.712$ रुपये

अतः इस प्रकार सारणी बनेगी :

समय अवधि	1 वर्ष	2 वर्ष	3 वर्ष
साधारण ब्याज (रु. में)	80	160	240
चक्रवृद्धि ब्याज (रु. में)	80	166.40	259.71

अतः साधारण ब्याज समय अवधि के साथ प्रत्यक्ष अनुपात में बदलता या परिवर्तित होता है।

सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए (पृष्ठ संख्या 212)

यदि हम समय अवधि और ब्याज की दर स्थिर रखें, तो साधारण ब्याज मूलधन के साथ प्रत्यक्ष अनुपात में परिवर्तित होता है। क्या ऐसा ही संबंध चक्रवृद्धि ब्याज के लिए भी होगा? क्यों?

हल : यदि हम समय अवधि और ब्याज की दर स्थिर रखें, तो साधारण ब्याज मूलधन के साथ प्रत्यक्ष अनुपात में परिवर्तित होता है। परंतु ऐसा ही संबंध चक्रवृद्धि ब्याज के लिए भी नहीं होता है क्योंकि इसमें मूलधन प्रत्येक समयवधि के साथ ही परिवर्तित होता रहता है अतः चक्रवृद्धि ब्याज में भी अंतर आ जाता है।

इन्हें कीजिए (पृष्ठ संख्या 215)

अपने राज्य का एक मानचित्र लीजिए। वहाँ पर प्रयुक्त पैमाने को लिख लीजिए। पैमाने (ruler) का प्रयोग करते हुए, मानचित्र पर किन्हीं दो नगरों की दूरी मापिए। इन दोनों नगरों के बीच की वास्तविक दूरी परिकलित कीजिए।

हल : माना कि स्केल (पैमाना) : 1 cm = 200 km

तथा, माना कि दो नगरों के बीच की दूरी = 3 cm

अतः, दो नगरों के बीच की वास्तविक दूरी = $200 \times 3 = 600$ km

प्रश्नावली 13.1 (पृष्ठ संख्या 215, 216)

प्रश्न 1. एक रेलवे स्टेशन के निकट कार पार्किंग शुल्क इस प्रकार है—

4 घंटों तक	60 रुपये
8 घंटों तक	100 रुपये
12 घंटों तक	140 रुपये
24 घंटों तक	180 रुपये

जाँच कीजिए कि क्या कार पार्किंग शुल्क पार्किंग समय के प्रत्यक्ष अनुपात में है।

हल : $\therefore \frac{4}{60} \neq \frac{8}{100} \neq \frac{12}{140} \neq \frac{24}{180}$

\therefore पार्किंग शुल्क पार्किंग समय के प्रत्यक्ष अनुपात में नहीं है।

प्रश्न 2. एक पेंट के मूल मिश्रण (base) के 8 भागों में लाल रंग के पदार्थ का 1 भाग मिलाकर मिश्रण तैयार किया जाता है। निम्नलिखित सारणी में, मूल मिश्रण के वे भाग ज्ञात कीजिए जिन्हें मिलाए जाने की आवश्यकता है :

लाल रंग के पदार्थ के भाग	1	4	7	12	20
मूल मिश्रण के भाग	8

हल : माना कि लाल रंग के पदार्थ के भाग = x

तथा मूल मिश्रण के भाग = y

∴ सीधे समानुपात के नियम के अनुसार,

$$\frac{x}{y} = \frac{1}{8} = \frac{4}{32} =$$

$$\frac{7}{56} = \frac{12}{96} = \frac{20}{160}$$

अतः सारणी इस प्रकार होगी :

लाल रंग के पदार्थ के भाग	1	4	7	12	20
मूल मिश्रण के भाग	8	32	56	96	160

प्रश्न 3. प्रश्न 2 में यदि लाल रंग के पदार्थ के 1 भाग के लिए 75 mL मूल मिश्रण की आवश्यकता है, तो मूल मिश्रण के 1800 mL में हमें कितना लाल रंग का पदार्थ मिलाना चाहिए?

हल : माना कि लाल रंग के पदार्थ के भाग = x

अतः सारणी इस प्रकार होगी :

लाल रंग के पदार्थ के भाग	1	x
मूल मिश्रण के भाग	75	1800

$$\therefore \frac{1}{75} = \frac{x}{1800}$$

$$\text{या } x \times 75 = 1800 \times 1 \Rightarrow x = \frac{1800}{75} = 24$$

अतः हमें मूल मिश्रण के 1800 mL में लाल रंग का पदार्थ 24 mL मिलाना चाहिए।

प्रश्न 4. किसी सॉफ्ट ड्रिंक फैक्ट्री में एक मशीन 840 बोतलें 6 घंटे में भरती है। वह मशीन पाँच घंटों में कितनी बोतलें भरेगी ?

हल : माना कि बोतलों की संख्या = x

अतः समय की संख्या तथा बोतलों की संख्या परस्पर प्रत्यक्ष समानुपाती होगा।

समय की संख्या	6	5
बोतलों की संख्या	840	x

$$\therefore \frac{6}{840} = \frac{5}{x}$$

$$\text{या } 6 \times x = 5 \times 840$$

$$\text{या } x = \frac{5 \times 840}{6}$$

$$\therefore x = 700$$

अतः बोतलों की संख्या = 700

प्रश्न 5. एक बैक्टीरिया (bacteria) या जीवाणु के फोटोग्राफ (चित्र) को 50,000 गुना आवर्धित करने पर उसकी लंबाई 5cm हो जाती है, जैसा कि संलग्न चित्र में दिखाया गया है। इस बैक्टीरिया की वास्तविक लंबाई क्या है? यदि फोटोग्राफ को केवल 20,000 गुना आवर्धित किया जाए, तो उसकी आवर्धित लंबाई क्या होगी ?

$$\text{हल : बैक्टीरिया की वास्तविक लंबाई} = \frac{5}{50000} \text{ cm}$$

$$= \frac{1}{10000} \text{ cm}$$

$$= \frac{1}{10^4} \text{ cm} = 10^{-4} \text{ cm}$$

माना कि बैक्टीरिया की आवर्धित लंबाई x cm है, जब फोटोग्राफ को केवल 20000 गुना आवर्धित किया जाता है।

∴ सारणी इस प्रकार होगी :

बैक्टीरिया की आवर्धित लंबाई	5	x
फोटोग्राफ की आवर्धित लंबाई	50000	20000

स्पष्टतः यह अवस्था में प्रत्यक्ष समानुपाती होगा।

$$\therefore \frac{5}{50000} = \frac{x}{20000}$$

$$\text{या } 50,000 \times x = 5 \times 20,000$$

$$\therefore x = \frac{5 \times 20000}{50000} = 2 \text{ cm}$$

∴ बैक्टीरिया की आवर्धित लंबाई = 2cm

प्रश्न 6. एक जहाज के मॉडल में, उसका मस्तूल (mast) 9m ऊँचा है, जबकि वास्तविक जहाज का मस्तूल 12cm ऊँचा है। यदि जहाज की लंबाई 28m है, तो उसके मॉडल की लंबाई कितनी है?

हल : माना कि मॉडल की लंबाई = x m

जहाज की वास्तविक लंबाई = 28 m

अतः इसे निम्नलिखित सारणी द्वारा व्यक्त कर सकते हैं :

मॉडल की लंबाई (मी. में)	9	x
जहाज की वास्तविक लंबाई	12	28

स्पष्टतः इस अवस्था में प्रत्यक्ष समानुपाती होगा।

$$\therefore \frac{9}{12} = \frac{x}{28}$$

$$\text{या } 12 \times x = 9 \times 28$$

या $x = \frac{9 \times 28}{12} = 21 \text{ m}$

अतः मॉडल की लंबाई = 21 m

प्रश्न 7. मान लीजिए 2kg चीनी में 9×10^6 क्रिस्टल हैं। निम्नलिखित चीनी में कितने चीनी के क्रिस्टल होंगे? (I)

5 kg (II) 1.2 kg

हल : माना कि 5kg चीनी में क्रिस्टलों की संख्या = x

तथा 1.5kg चीनी में क्रिस्टलों की संख्या = y

अतः इसे निम्नलिखित सारणी द्वारा व्यक्त कर सकते हैं :

क्रिस्टलों की संख्या	9×10^6	x	y
चीनी (kg में)	2	5	1.2

(i) स्पष्टतः इस अवस्था में प्रत्यक्ष समानुपाती होगा।

$$\therefore \frac{9 \times 10^6}{2} = \frac{x}{5} \Rightarrow x \times 2 = 5 \times 9 \times 10^6 \Rightarrow x = \frac{5 \times 9 \times 10^6}{2}$$

$$= 2.25 \times 10^7$$

अतः 5 kg चीनी में क्रिस्टलों की संख्या = 2.25×10^7

$$(ii) \frac{9 \times 10^6}{2} = \frac{y}{1.2} \Rightarrow y = \frac{1.2 \times 9 \times 10^6}{2} = 5.4 \times 10^6$$

अतः 2 kg चीनी में क्रिस्टलों की संख्या = 5.4×10^6

प्रश्न 8. रश्मि के पास एक सड़क का मानचित्र है, जिसके पैमाने में 1 cm की दूरी 18 km निरूपित करती है। वह उस सड़क पर अपनी गाड़ी से 72 km की दूरी तय करती है। उसके द्वारा तय की गई दूरी मानचित्र में क्या होगी?

हल : मानचित्र में तय की गई दूरी = x cm

रश्मि उस सड़क पर अपनी गाड़ी से 72 km की दूरी तय करती है।

अतः इसे निम्नलिखित सारणी द्वारा व्यक्त कर सकते हैं :

मानचित्र में दूरी (cm में)	1	x
वास्तविक दूरी (km में)	18	72

स्पष्टतः इस अवस्था में प्रत्यक्ष समानुपाती होगा।

$$\therefore \frac{1}{18} = \frac{x}{72}$$

$$\text{या } 18 \times x = 1 \times 72$$

$$\text{या } x = \frac{72}{18} = 4$$

अतः मानचित्र में दूरी = 4 सेंटीमीटर

प्रश्न 9. एक 5m 60cm ऊँचे ऊर्ध्वाधर खंभे की छाया की लंबाई 3m 20cm है। उसी समय पर ज्ञात कीजिए—

(I) 10m 50cm ऊँचे एक अन्य खंभे की छाया की लंबाई

(II) उस खंभे की ऊँचाई जिसकी छाया की लंबाई 5m है।

हल : माना कि 10m 50cm ऊँचे एक अन्य खंभे की छाया की लंबाई = x m

तथा इसके खंभे की लंबाई = y m

अतः इसे अप्रलिखित सारणी द्वारा व्यक्त किया जा सकता है :

खंभे की लंबाई (m में)	5.60	10.50	y
छाया की लंबाई (m में)	3.20	x	5

स्पष्टतः इस अवस्था में प्रत्यक्ष समानुपाती होगा।

$$(i) \therefore \frac{5.60}{3.20} = \frac{10.50}{x} \Rightarrow x = \frac{10.50 \times 3.20}{5.60} = 6 \text{ m}$$

\therefore छाया की लंबाई = 6 m

$$(ii) \frac{5.60}{3.20} = \frac{y}{5} \Rightarrow y \times 3.20$$

$$= 5 \times 5.60 \Rightarrow y = \frac{5 \times 5.60}{3.20} = 8.75 \text{ m}$$

\therefore खंभे की लंबाई = 8.75 m

प्रश्न 10. माल से लदा हुआ एक ट्रक 25 मिनट में 14 km चलता है। यदि चाल वही रहे, तो वह 5 घंटे में कितनी दूरी तय कर पाएगा ?

हल : माना कि ट्रक द्वारा 5 घंटे में तय की गई दूरी = x km

अतः इसे निम्नलिखित सारणी द्वारा व्यक्त किया जा सकता है :

तय की गई दूरी (km में)	14	x
समय (घंटे में)	$\frac{25}{60}$	5

स्पष्टतः इस अवस्था में प्रत्यक्ष समानुपाती होगा।

$$\therefore \frac{14}{\frac{25}{60}} = \frac{x}{5}$$

$$\text{या } x \times \frac{25}{60} = 5 \times 14$$

$$\text{या } x = \frac{5 \times 14}{\frac{25}{60}}$$

$$\text{या } x = \frac{5 \times 14 \times 60}{25} = 168$$

अतः ट्रक द्वारा तय की गई दूरी = 168 km

इन्हें कीजिए (पृष्ठ संख्या 216-217)

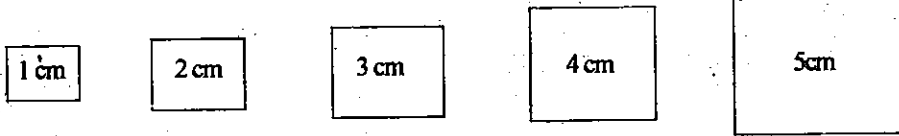
प्रश्न 1. एक वर्गीकृत कागज पर भिन्न-भिन्न भुजाओं के पाँच वर्ग खींचिए। निम्नलिखित सूचना को एक सारणी के रूप में लिखिए :

	वर्ग-1	वर्ग-2	वर्ग-3	वर्ग-4	वर्ग-5
एक भुजा की लंबाई (L)					
परिमाप (P)					
$\frac{L}{P}$					
क्षेत्रफल (A)					
$\frac{L}{A}$					

ज्ञात कीजिए कि क्या भुजा की लंबाई

(a) वर्ग के परिमाप के अनुक्रमानुपाती है। (b) वर्ग के क्षेत्रफल के अनुक्रमानुपाती है।

हल : मान लिया कि एक वर्गीकृत कागज पर भिन्न-भिन्न भुजाओं के पाँच वर्ग खींचे।



अतः इसे निम्नलिखित सारणी द्वारा व्यक्त किया जा सकता है :

	वर्ग-1	वर्ग-2	वर्ग-3	वर्ग-4	वर्ग-5
एक भुजा की लंबाई (L)	1 cm	2 cm	3 cm	4 cm	5 cm
परिमाप (P)	4 cm	8 cm	12 cm	16 cm	20 cm
$\frac{L}{P}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{5}{20}$
क्षेत्रफल (A)	1 cm ²	4 cm ²	9 cm ²	16 cm ²	25 cm ²
$\frac{L}{A}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$	$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$	$\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$	$\frac{5}{25} = \frac{1}{5}$

स्पष्टतः

(a) भुजा की लंबाई वर्ग के परिमाप के अनुक्रमानुपाती है।

(b) भुजा की लंबाई वर्ग के क्षेत्रफल के अनुक्रमानुपाती नहीं है।

प्रश्न 2. पाँच व्यक्तियों के लिए हलवा बनाने के लिए, निम्नलिखित सामग्री की आवश्यकता होती है : सूजी/रवा = 250 g, चीनी = 300g, घी = 200g, पानी = 200g

समानुपात की अवधारणा का प्रयोग करते हुए, अपनी कक्षा के लिए हलवा बनाने के लिए, इन सामग्रियों की मात्राओं में होने वाले परिवर्तनों का आकलन (estimate) कीजिए।

हल : माना कि कक्षा में विद्यार्थियों की संख्या 25 है।
स्पष्टतः यह प्रत्यक्ष अनुक्रमानुपाती होगा।

$$\therefore 25 \div 5 = 5$$

अतः इन सामग्रियों की मात्राओं में होने वाला परिवर्तन 5 गुना होगा।

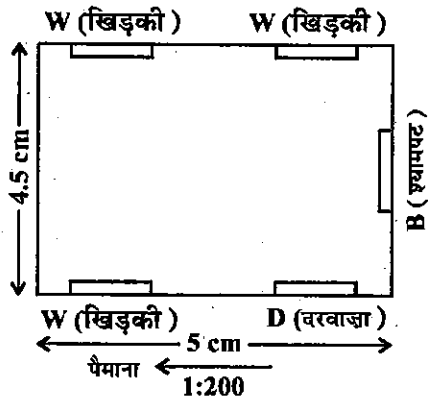
$$\therefore \text{सूजी/रवा} = 250 \text{ g} \times 5 = 1.250 \text{ kg}$$

$$\text{चीनी} = 300 \text{ g} \times 5 = 1.500 \text{ kg}$$

$$\text{घी} = 200 \text{ g} \times 5 = 1.000 \text{ kg}$$

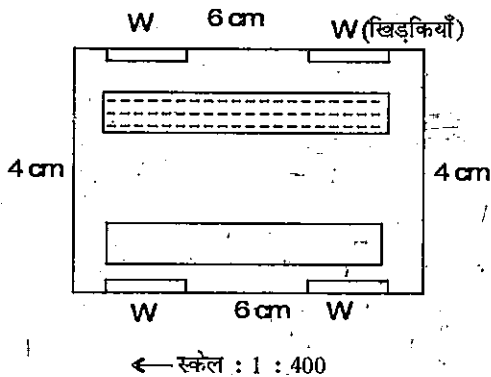
$$\text{पानी} = 200 \text{ g} \times 5 = 1.000 \text{ kg}$$

प्रश्न 3. एक पैमाने का चुनाव करते हुए, अपनी कक्षा के कमरे का मानचित्र खींचिए, जिसमें खिड़कियाँ, दरवाजे, ब्लैकबोर्ड इत्यादि दर्शाए गए हों। (एक उदाहरण यहाँ दिया गया है।)



आकृति 13.1

हल : माना कि स्केल (पैमाना) = 1 : 400
तब मानचित्र को इस प्रकार खींचा जा सकता है :



← स्केल : 1 : 400

आकृति 13.2

सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए (पृष्ठ संख्या 217)

‘सीधा समानुपात (विचरण)’ की अब तक हल की गई समस्याओं में से कुछ को लीजिए। क्या आप सोचते हैं कि इन समस्याओं को इकाई की विधि या ऐकिक विधि (unitary method) से हल किया जा सकता है?

नोट : प्रश्नावली 13.1 के कुछ प्रश्नों को ऐकिक विधि से हल किया जा सकता है। उदाहरण के लिए प्रश्न 3 और 4 लेते हैं।

प्रश्न 3. प्रश्न 2 में यदि लाल रंग के पदार्थ के 1 भाग के लिए 75 mL मूल मिश्रण की आवश्यकता है, तो मूल मिश्रण के 1800 mL में हमें कितना लाल रंग का पदार्थ मिलाना चाहिए?

हल : \therefore 75 mL मूल मिश्रण की आवश्यकता, लाल रंग के पदार्थ के 1 भाग के लिए है।

\therefore 1 mL मूल मिश्रण की आवश्यकता, लाल रंग के पदार्थ के $\frac{1}{75}$ भाग के लिए है।

\therefore 1800 mL मूल मिश्रण की आवश्यकता, लाल रंग के पदार्थ के $\frac{1}{75} \times 1800 = 24$ भाग के लिए है।

प्रश्न 4. किसी सॉफ्ट ड्रिंक फैक्ट्री में एक मशीन 840 बोतलें 6 घंटे में भरती है। वह मशीन पाँच घंटों में कितनी बोतलें भरेगी ?

हल : \therefore किसी सॉफ्ट ड्रिंक फैक्ट्री में 6 घंटों में बोतलें भरने की संख्या = 840

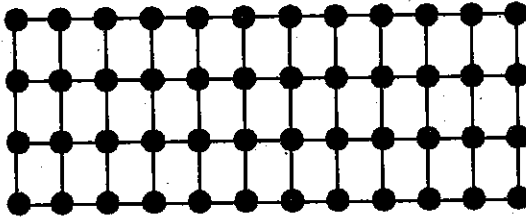
$$\therefore 1 \text{ घंटे में बोतलें भरने की संख्या} = \frac{840}{6}$$

$$\therefore 5 \text{ घंटों में बोतलें भरने की संख्या} = \frac{840}{6} \times 5 = 700 \text{ बोतलें।}$$

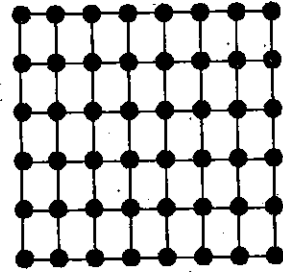
इसी प्रकार अन्य प्रश्नों की समस्याओं को भी ऐकिक विधि से हल किया जा सकता है।

इन्हें कीजिए (पृष्ठ संख्या 219)

एक वर्गीकृत कागज़ लीजिए और उस पर 48 काउंटर्स (Counters) को पंक्तियों की विभिन्न संख्याओं में नीचे दर्शाए अनुसार व्यवस्थित कीजिए :



4 पंक्तियाँ 12 स्तंभ



6 पंक्तियाँ 8 स्तंभ

आकृति 13.3

पंक्तियों की संख्या (R)	(R ₁)	(R ₂)	(R ₃)	(R ₄)	(R ₅)
	2	3	4	6	8
स्तंभों की संख्या (C)	(C ₁)	(C ₂)	(C ₃)	(C ₄)	(C ₅)
	12	8	...

आप क्या देखते हैं? जब R में वृद्धि होती है, तो C में कमी होती है।

(i) क्या $R_1 : R_2 = C_2 : C_1$ है?

(ii) क्या $R_3 : R_4 = C_4 : C_3$ है?

(iii) क्या R और C परस्पर व्युत्क्रमानुपाती हैं?

इस क्रियाकलाप को 36 काउंटर्स के साथ प्रयास कीजिए।

हल : दी गई सारणी का इस प्रकार भरा जा सकता है :

पंक्तियों की संख्या (R)	(R ₁)	(R ₂)	(R ₃)	(R ₄)	(R ₅)
	2	3	4	6	8
स्तंभों की संख्या (C)	(C ₁)	(C ₂)	(C ₃)	(C ₄)	(C ₅)
	24	16	12	8	6

दी गई सारणी का अवलोकन करने पर पता चलता है कि R में वृद्धि होती है, तो C में कमी होती है।

(i) $R_1 : R_2 = 2 : 3$ तथा $C_2 : C_1 = 16 : 24 = 2 : 3$

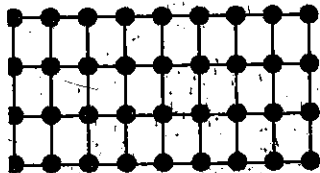
∴ $R_1 : R_2 = C_2 : C_1$

(ii) $R_3 : R_4 = 4 : 6 = 2 : 3$ तथा $C_4 : C_3 = 8 : 12 = 2 : 3$

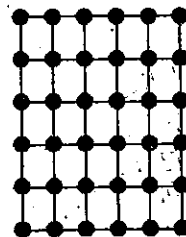
∴ $R_3 : R_4 = C_4 : C_3$

(iii) हाँ, R और C परस्पर व्युत्क्रमानुपाती हैं।

इस क्रियाकलाप को 36 काउंटर्स के साथ प्रयास करने पर :



4 पंक्तियाँ 9 स्तंभ



6 पंक्तियाँ 6 स्तंभ

आकृति 13.4

अब इस सारणी को निम्नलिखित प्रकार से भरा जा सकता है :

पंक्तियों की संख्या (R)	(R ₁) 2	(R ₂) 3	(R ₃) 4	(R ₄) 6
स्तंभों की संख्या (C)	(C ₁) 18	(C ₂) 12	(C ₃) 9	(C ₄) 6

हम पाते हैं कि R में वृद्धि होती है, तो C में कमी होती है।

(i) $R_1 : R_2 = 2 : 3$ तथा $C_2 : C_1 = 12 : 18 = 2 : 3 \Rightarrow R_1 : R_2 = C_2 : C_1$

(ii) $R_3 : R_4 = 4 : 6 = 2 : 3$ तथा $C_4 : C_3 = 6 : 9 = 2 : 3 \Rightarrow R_3 : R_4 = C_4 : C_3$

(iii) हाँ, R और C परस्पर व्युत्क्रमानुपाती हैं।

प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या 219)

निम्नलिखित सारणियों को देखिए तथा ज्ञात कीजिए कि कौन-से चरों (यहाँ x और y) के युग्म परस्पर प्रतिलोम समानुपात में हैं :

(i)

x	50	40	30	20
y	5	6	7	8

(ii)

x	100	200	300	400
y	60	30	20	15

(iii)

x	90	60	45	30	20	5
y	10	15	20	25	30	35

हल : दो राशियाँ x और y परस्पर व्युत्क्रमानुपाती कही जाती हैं, यदि x में हुई एक वृद्धि y में एक समानुपाती कमी उत्पन्न करे तथा x में हुई एक कमी y में एक समानुपाती वृद्धि उत्पन्न करे ताकि इनके संगत मानों का गुणनफल अचर रहे। अर्थात् यदि $xy = k$ हो, तो x और y परस्पर व्युत्क्रमानुपाती कहलाते हैं।

(i) $x \times y = 50 \times 5 \neq 40 \times 6 \neq 30 \times 7 \neq 20 \times 8$

प्रश्न 2. एक टेलीविज़न गेम शो (game show) में, 1,00,000 रुपये की पुरस्कार राशि विजेताओं में समान रूप से वितरित की जानी है। निम्नलिखित सारणी को पूरा कीजिए तथा ज्ञात कीजिए कि क्या एक व्यक्तिगत विजेता को दी जाने वाली पुरस्कार की धनराशि विजेताओं की संख्या के अनुक्रमानुपाती है या व्युत्क्रमानुपाती है।

विजेताओं की संख्या	1	2	4	5	8	10	20
प्रत्येक विजेता का पुरस्कार (रु. में)	1,00,000	50,000

हल : विजेताओं की संख्या बढ़ने पर प्रत्येक विजेताओं को दी जाने वाली पुरस्कार की धनराशि घटती है। अतः इस स्थिति में परस्पर व्युत्क्रमानुपाती होगा। इस सारणी को इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है :

विजेताओं की संख्या	1	2	4	5	8	10	20
प्रत्येक विजेता का पुरस्कार (रु. में)	1,00,000	50,000	x	y	z	p	q

अतः x तथा y परस्पर व्युत्क्रमानुपाती नहीं हैं।

(ii) $x \times y = 100 \times 60 = 200 \times 30 = 300 \times 20 = 400 \times 15 = 6000 = \text{अचर}$

अतः x तथा y परस्पर व्युत्क्रमानुपाती हैं।

(iii) $x \times y = 90 \times 10 = 60 \times 15 = 45 \times 20 \neq 30 \times 25 \neq 20 \times 30 \neq 5 \times 35$

अतः x तथा y परस्पर व्युत्क्रमानुपाती नहीं हैं।

प्रश्नावली 13.2 (पृष्ठ संख्या 221-222)

प्रश्न 1. निम्नलिखित में से कौन प्रतिलोम अनुपात में हैं?

(i) किसी कार्य पर लगे व्यक्तियों की संख्या और उस कार्य को पूरा करने में लगा समय।

(ii) एक समान चाल से किसी यात्रा में लिया गया समय और तय दूरी।

(iii) खेती की गई भूमि का क्षेत्रफल और काटी गई फसल।

(iv) एक निश्चित यात्रा में लिया गया समय और वाहन की चाल।

(v) किसी देश की जनसंख्या और प्रति व्यक्ति भूमि का क्षेत्रफल।

हल : (i) हम जानते हैं कि किसी कार्य पर लगे व्यक्तियों की संख्या बढ़ती है और उस कार्य को पूरा करने में लगा समय घटता है। अतः यह परस्पर व्युत्क्रमानुपाती होगा।

(ii) एक समान चाल से किसी यात्रा में लिया गया समय और तय दूरी दोनों बढ़ता है। अतः यह परस्पर अनुक्रमानुपाती होगा।

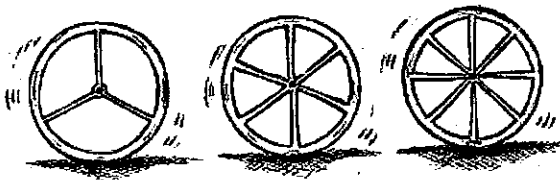
(iii) खेती की गई भूमि का क्षेत्रफल और काटी गई फसल दोनों बढ़ता है। अतः यह परस्पर अनुक्रमानुपाती होगा।

(iv) हम जानते हैं कि चाल बढ़ने से एक निश्चित यात्रा में लिया गया समय घटता है। अतः यह परस्पर व्युत्क्रमानुपाती होगा।

(v) किसी देश की जनसंख्या बढ़ने से प्रति व्यक्ति भूमि का क्षेत्रफल घटता है। अतः यह परस्पर व्युत्क्रमानुपाती होगा।

$$\begin{aligned} \therefore 4 \times x &= 1 \times 100000 \\ \text{या } x &= \frac{100000}{4} \\ \therefore x &= 25000 \\ 5 \times y &= 1 \times 100000 \\ \text{या } y &= \frac{100000}{5} \\ \therefore y &= 20000 \\ 8 \times z &= 1 \times 100000 \\ \text{या } z &= \frac{100000}{8} \\ \therefore z &= 12500 \\ 10 \times p &= 1 \times 100000 \\ \text{या } p &= \frac{100000}{10} \\ \therefore p &= 10000 \\ 20 \times q &= 1 \times 100000 \\ \text{या } q &= \frac{100000}{20} \\ \therefore q &= 5000 \end{aligned}$$

प्रश्न 3. रहमान तीलियों या डंडियों का प्रयोग करते हुए, एक पहिया बना रहा है। वह समान तीलियों इस प्रकार लगाना चाहता है कि किन्हीं भी क्रमागत तीलियों के युग्मों के बीच के कोण बराबर हों।



आकृति 13.5

निम्नलिखित सारणी को पूरा करके, उसकी सहायता कीजिए :

तीलियों की संख्या	4	6	8	10	12
क्रमागत तीलियों के एक युग्म के बीच का कोण	90°	60°

- (i) क्या तीलियों की संख्या और क्रमागत तीलियों के किसी युग्म के बीच का कोण प्रतिलोम समानुपात में है?
 (ii) 15 तीलियों वाले एक पहिए के क्रमागत तीलियों के किसी युग्म का कोण परिकल्पित कीजिए।

(iii) यदि क्रमागत तीलियों के प्रत्येक युग्म के बीच का कोण 40° है, तो आवश्यक तीलियों की संख्या कितनी होगी ?

हल : स्पष्टतः तीलियों की संख्या बढ़ने पर क्रमागत तीलियों के युग्मों के बीच के कोण का माप घटता है। अतः इसके लिए निम्नलिखित सारणी को व्यक्त किया जा सकता है :

तीलियों की संख्या	4	6	8	10	12
क्रमागत तीलियों के एक युग्म के बीच का कोण	90°	60°

हम पाते हैं कि

$$4 \times 90^\circ = 6 \times 60^\circ = 360^\circ$$

अतः इस अवस्था में परस्पर व्युत्क्रमानुपाती है।

$$\therefore 8 \times x = 4 \times 90$$

$$\text{या } x = \frac{4 \times 90}{8} = 45^\circ$$

$$10 \times y = 4 \times 90$$

$$\text{या } y = \frac{4 \times 90}{10} = 36^\circ$$

$$12 \times z = 4 \times 90$$

$$\text{या } z = \frac{4 \times 90}{12} = 30^\circ$$

(i) हाँ, तीलियों की संख्या और क्रमागत तीलियों के युग्म के बीच का कोण प्रतिलोम समानुपात में है।

(ii) माना कि 15 तीलियों वाले एक पहिए के क्रमागत तीलियों के युग्म का कोण = a°

$$\therefore 15 \times a^\circ = 4 \times 90$$

$$\text{या } a^\circ = \frac{4 \times 90}{15} = 24^\circ$$

(iii) माना कि आवश्यक तीलियों की संख्या = 5

$$\therefore \text{क्रमागत तीलियों के बीच का कोण} = 40^\circ$$

$$\therefore 5 \times 40^\circ = 4 \times 90^\circ$$

$$\text{या } s = \frac{4 \times 90^\circ}{40^\circ} = 9$$

प्रश्न 4. यदि किसी डिब्बे की मिठाई को 24 बच्चों में बाँटा जाए, तो प्रत्येक बच्चे को 5 मिठाइयाँ मिलती हैं। यदि बच्चों की संख्या में 4 की कमी हो जाए, तो प्रत्येक बच्चे को कितनी मिठाइयाँ मिलेंगी?

हल : यदि बच्चों की संख्या में 4 की कमी हो जाए, तो बच्चों की संख्या = $24 - 4 = 20$

अतः इसे निम्नलिखित सारणी द्वारा व्यक्त किया जा सकता है :

बच्चों की संख्या	24	20
मिठाइयों की संख्या	5	x

माना कि मिठाइयों की संख्या = x

यहाँ पर बच्चों की संख्या में कमी होने पर मिठाइयों की संख्या में वृद्धि हो रही है। अतः परस्पर व्युत्क्रमानुपाती होगा।

$$\therefore 24 \times 5 = 20 \times x$$

$$\text{या } x = \frac{24 \times 5}{20}$$

$$\therefore x = 6$$

अतः प्रत्येक बच्चे को 6 मिठाइयाँ मिलेंगी।

प्रश्न 5. एक किसान की पशुशाला में 20 पशुओं के लिए 6 दिन का पर्याप्त भोजन है। यदि इस पशुशाला में 10 पशु और आ जाएँ, तो यह भोजन कितने दिन तक पर्याप्त रहेगा?

हल : यदि पशुशाला में 10 पशु आ जाएँ तो पशुओं की संख्या = $20 + 10 = 30$

माना कि 30 पशुओं का पर्याप्त भोजन का दिन = x

अतः इसे निम्नलिखित सारणी द्वारा व्यक्त किया जा सकता है :

पशुओं की संख्या	20	30
दिनों की संख्या	6	x

यहाँ पर पशुओं की संख्या बढ़ने पर पर्याप्त दिनों की संख्या घट रही है। अतः परस्पर व्युत्क्रमानुपाती होगा।

$$\therefore 30 \times x = 20 \times 6$$

$$\text{या } x = \frac{20 \times 6}{30} = 4$$

अतः 30 पशुओं का पर्याप्त भोजन 4 दिनों तक रहेगा।

प्रश्न 6. एक ठेकेदार यह आकलन करता है कि जसमिंदर के घर में पुनः तार लगाने का कार्य 3 व्यक्ति 4 दिन में कर सकते हैं। यदि वह तीन के स्थान पर चार व्यक्तियों को इस काम पर लगाता है, तो यह कार्य कितने दिन में पूरा हो जाएगा?

हल : प्रश्नानुसार इसे निम्नलिखित सारणी में व्यक्त कर सकते हैं :

दिनों की संख्या	4	x
व्यक्तियों की संख्या	3	4

माना कि कार्य पूरा होने का दिन = x

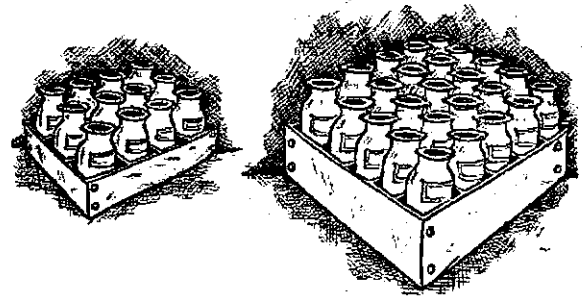
यहाँ पर व्यक्तियों की संख्या बढ़ रही है अतः दिनों की संख्या घटेगी। इसलिए यहाँ पर परस्पर व्युत्क्रमानुपाती होगा।

$$\therefore x \times 4 = 4 \times 3$$

$$\text{या } x = \frac{4 \times 3}{4} = 3$$

अतः यह कार्य 3 दिन में पूरा हो जाएगा।

प्रश्न 7. बोटलों के एक बैच (batch) को 25 बॉक्सों में रखा जाता है, जबकि प्रत्येक बॉक्स में 12 बोटलें हैं। यदि इसी बैच की बोटलों को इस प्रकार रखा जाए कि प्रत्येक बॉक्स में 20 बोटलें हों, तो कितने बॉक्स भरे जाएँगे?



आकृति 13.6

उत्तर : माना कि प्रत्येक बॉक्स में 20 बोटलें हों तो x बॉक्स भरे जाएँगे।

प्रश्नानुसार इसे निम्नलिखित सारणी में व्यक्त कर सकते हैं :

बॉक्सों की संख्या	25	x
बोटलों की संख्या	12	20

यहाँ पर बोटलों की संख्या बढ़ रही है तथा बॉक्सों की संख्या घट रही है। अतः यह परस्पर व्युत्क्रमानुपाती होगा।

$$\therefore x \times 20 = 25 \times 12$$

$$\text{या } x = \frac{25 \times 12}{20} = 15$$

अतः प्रत्येक बॉक्स में 20 बोटलें हों तो 15 बॉक्स भरे जाएँगे।

प्रश्न 8. एक फैक्ट्री को कुछ वस्तुएँ 63 दिन में बनाने के लिए 42 मशीनों की आवश्यकता होती है। उतनी ही वस्तुएँ 54 दिन में बनाने के लिए, कितनी मशीनों की आवश्यकता होगी?

हल : माना कि मशीनों की संख्या = x

प्रश्नानुसार निम्नलिखित सारणी को व्यक्त किया जा सकता है :

है :

मशीनों की संख्या	42	x
दिनों की संख्या	63	54

यहाँ पर दिनों की संख्या में कमी हो रही है तथा मशीनों की संख्या में वृद्धि हो रही है। अतः यहाँ पर परस्पर व्युत्क्रमानुपाती है।

$$\therefore x \times 54 = 42 \times 63$$

$$\text{या, } x = \frac{42 \times 63}{54}$$

$$\text{या, } x = 49$$

अतः 49 मशीनों की आवश्यकता होगी।

प्रश्न 9. एक कार एक स्थान तक पहुँचने में 60 किलोमीटर/घंटा की चाल से चलकर 2 घंटे का समय लेती है। 80 किलोमीटर/घंटा की चाल से उस कार को कितना समय लगेगा?

हल : माना कि लगा समय = x

प्रश्नानुसार निम्नलिखित सारणी को व्यक्त किया जा सकता है :

चाल (km/h में)	60	80
समय (घंटे में)	2	x

यहाँ पर चाल में वृद्धि हो रही है तो समय में ह्रास होगा।

अतः यह परस्पर व्युत्क्रमानुपाती होगा।

$$\therefore x \times 80 = 2 \times 60$$

$$\text{या } x = \frac{2 \times 60}{80} = \frac{3}{2}$$

$$\text{या } x = 1\frac{1}{2} \text{ घंटे}$$

अतः कार को $1\frac{1}{2}$ घंटा लगेगा।

प्रश्न 10. दो व्यक्ति एक घर में नई खिड़कियाँ 3 दिन में लगा सकते हैं।

(i) कार्य प्रारंभ होने से पहले, एक व्यक्ति बीमार पड़ जाता है। अब यह कार्य कितने दिन में पूरा हो पाएगा?

(ii) एक ही दिन में खिड़कियाँ लगवाने के लिए, कितने व्यक्तियों की आवश्यकता होगी?

हल : (i) माना कि दिन की संख्या = x

\therefore प्रश्नानुसार,

व्यक्तियों की संख्या	2	1
दिनों की संख्या	3	x

यहाँ पर व्यक्तियों की संख्या में कमी हो रही है तथा दिनों की संख्या वृद्धि हो रही है। अतः यह परस्पर व्युत्क्रमानुपाती होगा।

$$\therefore 1 \times x = 2 \times 3$$

$$\text{या } x = 6$$

अतः यह कार्य 6 दिनों में पूरा हो जाएगा।

(ii) माना कि व्यक्तियों की संख्या = x

\therefore प्रश्नानुसार,

व्यक्तियों की संख्या	2	x
दिनों की संख्या	3	1

यहाँ पर दिनों की संख्या में कमी हो रही है तथा व्यक्तियों की संख्या में वृद्धि हो रही है। अतः यह परस्पर व्युत्क्रमानुपाती है।

$$\therefore x \times 1 = 2 \times 3$$

$$\text{या } x = 6$$

अतः एक ही दिन में खिड़कियाँ लगवाने के लिए 6 व्यक्तियों की आवश्यकता होगी।

प्रश्न 11. किसी स्कूल में, 45 मिनट अवधि के 8 कालांश होते हैं। यह कल्पना करते हुए कि स्कूल का कार्य समय उतना ही रहता है, यदि स्कूल में बराबर अवधि के 9 कालांश हों, तो प्रत्येक कालांश कितने समय का होगा?

हल : माना कि प्रत्येक कालांश में लगा समय = x

\therefore प्रश्नानुसार,

अवधियों की संख्या	8	9
अवधियों में लगा समय (मिनट में)	45	x

यहाँ पर अवधियों की संख्या में वृद्धि हो रही है तथा समय में ह्रास हो रहा है। अतः यह परस्पर व्युत्क्रमानुपाती होगा।

$$\therefore x \times 9 = 45 \times 8$$

$$\text{या } x = \frac{45 \times 8}{9}$$

$$\therefore x = 40$$

अतः प्रत्येक कालांश में 40 मिनट का समय होगा।

इन्हें कीजिए (पृष्ठ संख्या-5)

प्रश्न 1. एक कागज की शीट लीजिए। इसे आकृति में दर्शाए अनुसार मोड़िए। प्रत्येक स्थिति में, भागों की संख्या तथा एक भाग का क्षेत्रफल लिखिए।



आकृति 13.7

अपने प्रेक्षणों की सारणी बनाइए और उसकी अपने मित्रों से चर्चा कीजिए। क्या यह एक प्रतिलोम समानुपात की स्थिति है? क्यों?

भागों की संख्या	1	2	4	8	16
प्रत्येक भाग का क्षेत्रफल	कागज़ का क्षेत्रफल	कागज़ के क्षेत्रफल का $\frac{1}{2}$	—	—	—

हल :

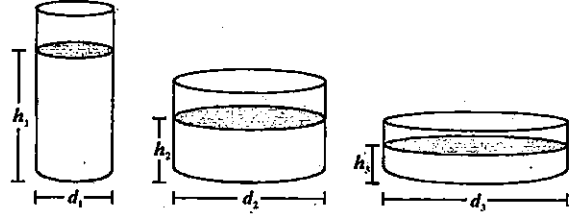
सारणी

भागों की संख्या	1	2	4	8	16
प्रत्येक भाग का क्षेत्रफल	कागज़ का क्षेत्रफल	कागज़ के क्षेत्रफल का	कागज़ के क्षेत्रफल का	कागज़ के क्षेत्रफल का	कागज़ के क्षेत्रफल का
		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

यहाँ, $1 \times 1 = 2 \times \frac{1}{2} = 4 \times \frac{1}{4} = 8 \times \frac{1}{8} = 16 \times \frac{1}{16} = 1 = \text{अचर}$

इसलिए, इस स्थिति में परस्पर व्युत्क्रमानुपाती होगा।

प्रश्न 2. वृत्तीय आधार वाले विभिन्न मापों के कुछ बर्तन लीजिए। प्रत्येक बर्तन में पानी की समान मात्रा भरिए। प्रत्येक बर्तन का व्यास और उस बर्तन में पानी किस ऊँचाई तक है उसे माप कर लिखिए। अपने प्रेक्षकों की एक सारणी बनाइए। क्या यह एक प्रतिलोम समानुपात की स्थिति है?



आकृति 13.8

बर्तन का व्यास (cm में)			
पानी के स्तर की ऊँचाई (cm में)			

हल :

सारणी

बर्तन का व्यास (cm में)	d_1	d_2	d_3
पानी के स्तर की ऊँचाई (cm में)	h_1	h_2	h_3

माना कि v_1, v_2 तथा v_3 क्रमशः आयतन हैं।

$$\therefore v_1 = \pi r^2 h$$

$$\therefore v_1 = \pi \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 h_1; \quad v_2 = \pi \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 h_2$$

$$v_3 = \pi \left(\frac{d_3}{2}\right)^2 h_3$$

लेकिन $v_1 = v_2 = v_3$ (दिया हुआ है)।

$$\therefore \pi \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 h_1 = \pi \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 h_2 = \pi \left(\frac{d_3}{2}\right)^2 h_3$$

या $d_1^2 h_1 = d_2^2 h_2 = d_3^2 h_3$ परंतु यह सत्यापित नहीं होता है।

$$d_1 h_1 = d_2 h_2 = d_3 h_3$$

इसलिए इस स्थिति में यह परस्पर व्युत्क्रमानुपाती नहीं है।