



गुणनखंडन

स्मरणीय तथ्य

1. जब हम किसी व्यंजक का गुणनखंड करते हैं, तो हम उसे गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में लिखते हैं। ये गुणनखंड, संख्याएँ, बीजीय चर या बीजीय व्यंजक हो सकते हैं।
2. एक अखंडनीय गुणनखंड वह गुणनखंड है जिसे और आगे गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता है।
3. किसी व्यंजक का गुणनखंड करने की एक क्रमबद्ध विधि सार्व गुणनखंड विधि है। इस विधि के तीन चरण होते हैं : (i) व्यंजक के प्रत्येक पद को अखंडनीय गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में लिखिए। (ii) सार्व गुणनखंडों का पता लगाइए और उन्हें अलग कर लीजिए। (iii) प्रत्येक पद में शेष गुणनखंडों को बंटन नियम के अनुसार संयोजित कीजिए।
4. कभी-कभी एक दिए हुए व्यंजक के सभी पदों में एक सार्व गुणनखंड नहीं होता है, परंतु इन पदों के कुछ समूह इस प्रकार बनाए जा सकते हैं कि प्रत्येक समूह के सभी पदों में एक सार्व गुणनखंड होता है। जब हम ऐसा करते हैं, तो सभी समूहों में एक सार्व गुणनखंड प्रकट हो जाता है, जिससे हम व्यंजक के गुणनखंड प्राप्त कर लेते हैं। यह विधि पुनःसमूहन विधि कहलाती है।
5. पुनःसमूहन द्वारा गुणनखंडन में, यह याद रखना चाहिए कि व्यंजक के पदों के प्रत्येक पुनःसमूहन पुनःव्यवस्था से गुणनखंड प्राप्त नहीं होते हैं। हमें व्यंजक को देखना चाहिए तथा प्रयास और भूल-विधि से वांछित पुनः समूहन प्राप्त करना चाहिए।
6. गुणनखंडन किए जा सकने वाले व्यंजकों में से अनेक $a^2 + 2ab + b^2$, $a^2 - 2ab + b^2$, $a^2 - b^2$ और $x^2 + (a+b)x + ab$ के रूप में होते हैं या उन्हें इस रूप में बदला जा सकता है। इन व्यंजकों के गुणनखंड अध्याय 9 में दी हुई निम्नलिखित सर्वसमिकाओं I, II, III और IV से ज्ञात किए जा सकते हैं :

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

7. उन व्यंजकों में, जिनके गुणनखंड $(x + a)(x + b)$ के प्रकार के हैं, याद रखना चाहिए कि संख्यात्मक (अचर) पद से ab प्राप्त होता है। इसके गुणनखंडों a और b को इस प्रकार चुनना चाहिए कि चिह्न को ध्यान में रखते हुए, इनका योग x के गुणांक के बराबर हो।
8. हम जानते हैं कि संख्याओं की स्थिति में विभाजन, गुणा की प्रतिलोम सक्रिय होती है। यही बात बीजीय व्यंजकों के विभाजन के लिए भी लागू रहती है।
9. एक बहुपद को एक एकपदी से विभाजन की स्थिति में, हम या तो विभाजन, बहुपद के प्रत्येक पद को उस एकपदी से भाग देकर कर सकते हैं या सार्व गुणनखंड विधि से कर सकते हैं।
10. एक बहुपद को एक बहुपद से विभाजन की स्थिति में, हम भाज्य बहुपद के प्रत्येक पद को भाजक बहुपद से भाग देकर विभाजन नहीं कर सकते। इसके स्थान पर, हम प्रत्येक बहुपद के गुणनखंड करते हैं और इनमें सार्व गुणनखंडों को काट देते हैं।
11. इस अध्याय में पढ़े गए बीजीय व्यंजकों के विभाजनों की स्थिति से हमें
भाज्य = भाजक × भागफल प्राप्त होगा।
परंतु व्यापक रूप में यह संबंध निम्नलिखित है :
भाज्य = भाजक × भागफल + शेषफल
इस प्रकार, इस अध्याय में हमने केवल उन विभाजनों की चर्चा की है, जिनमें शेषफल शून्य है।
12. बीजीय प्रश्नों को हल करते समय विद्यार्थी अनेक प्रकार की त्रुटियाँ करते हैं। आपको ऐसी त्रुटियाँ करने से बचना चाहिए।

पाठ्य पुस्तक के प्रश्नोत्तर

प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या 277)

गुणनखंड कीजिए :

(i) $12x + 36$ (ii) $22y - 33z$

(iii) $14pq + 35pqr$

हल : (i) $12x + 36 = 12 \times x + 12 \times 3$
 $= 12(x + 3)$

(ii) $22y - 33z = 2 \times 11 \times y - 3 \times 11 \times z$
 $= 11(2y - 3z)$

(iii) $14pq + 35pqr = 7 \times 2 \times p \times q + 7 \times 5 \times p \times q \times r$
 $= 7pa(2 + 5r)$

प्रश्नावली 14.1 (पृष्ठ संख्या 229)

प्रश्न 1. दिए हुए पदों में सार्व गुणनखंड ज्ञात कीजिए :

(i) $12x, 36$ (ii) $2y, 22xy$

(iii) $14pq, 28p^2q^2$ (iv) $2x, 3x^2, 4$

(v) $6abc, 24ab^2, 12a^2b$

(vi) $16x^3, -4x^2, 32x$

(vii) $10pq, 20qr, 30rp$

(viii) $3x^2y^3, 10x^3y^2, 6x^2y^2z$

हल : (i) $12x = 12 \times x$
 $36 = 12 \times 3$

सार्व उभयनिष्ठ गुणनखंड = 12

(ii) $2y = 2 \times y$

$22xy = 2 \times 11 \times x \times y$

सार्व गुणनखंड = $2 \times y = 2y$

(iii) $14pq = 14 \times p \times q$

$28p^2q^2 = 14 \times 2 \times p \times p \times q \times q$

सार्व गुणनखंड = $14pq$

(iv) $2x = 1 \times 2 \times x$

$3x^2 = 1 \times 3 \times x \times x$

$4 = 1 \times 2 \times 2$

सार्व गुणनखंड = 1

(v) $6abc = 6 \times a \times b \times c$

$24ab^2c = 6 \times 4 \times a \times b \times b \times c$

$12a^2b = 6 \times 2 \times a \times a \times b$

सार्व गुणनखंड = $6ab$

(vi) $16x^3 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times x \times x \times x$

$-4x^2 = -1 \times 2 \times 2 \times x \times x$

$32x = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times x$

सार्वगुणनखंड = $2 \times 2 \times x$

∴ सार्व गुणनखंड = $4x$

(vii) $10pq = 10 \times p \times q$

$20pq = 10 \times 2 \times q \times r$

$30rp = 10 \times 3 \times r \times p$

सार्व गुणनखंड = 10

(viii) $3x^2y^2 = 1 \times 3 \times x \times x \times y \times y \times y$

$10x^3y^2 = 1 \times 2 \times 5 \times x \times x \times x \times y \times y$

$6x^2y^2z = 1 \times 2 \times 3 \times x \times x \times y \times y \times z$

सार्वगुणनखंड = $1 \times x \times x \times y \times y = x^2y^2$

प्रश्न 2. निम्नलिखित व्यंजकों के गुणनखंड कीजिए :

(i) $7x - 42$

(ii) $6p - 12q$

(iii) $7a^2 + 14a$

(iv) $-16z + 20z^3$

(v) $20l^2m + 30alm$

(vi) $5x^2y - 15xy^2$

(vii) $10a^2 - 15b^2 + 20c^2$

(viii) $-4a^2 + 4ab - 4ca$

(ix) $x^2yz + xy^2z + xyz^2$ (तीनों पदों को मिलाने पर)

(x) $ax^2y + bxy^2 + cxyz$

हल : (i) $7x - 42 = 7(x - 6)$

(ii) $6p - 12q = 6(p - 2q)$

(iii) $7a^2 + 14a = 7a(a + 2)$

(iv) $-16z + 20z^3 = 4z(-4 + 5z^2)$

(v) $20l^2m + 30alm = 10lm(2l + 3a)$

(vi) $5x^2y - 15xy^2 = 5xy(x - 3y)$

(vii) $10a^2 - 15b^2 + 20c^2 = 5(2a^2 - 3b^2 + 4c^2)$

(viii) $-4a^2 + 4ab - 4ca = -4a(-a + b - c)$

(ix) $x^2yz + xy^2z + xyz^2 = xyz(x + y + z)$

(x) $ax^2y + bxy^2 + cxyz = xy(ax + by + cz)$

प्रश्न 3. गुणनखंड कीजिए :

(i) $x^2 + xy + 8x + 8y$ (ii) $15xy - 6x + 5y - 2$

(iii) $ax + bx - ay - by$ (iv) $15pq + 15 + 9q + 25p$

(v) $z - 7 + 7xy - xyz$

हल : (i) $x^2 + xy + 8x + 8y = x(x + y) + 8(x + y)$

$= (x + y)(x + 8)$

(ii) $15xy - 6x + 5y - 2 = 3x(5y - 2) + 1(5y - 2)$

$= (5y - 2)(3x + 1)$

(iii) $ax + bx - ay - by = x(a + b) - y(a + b)$

$= (a + b)(x - y)$

(iv) $15pq + 15 + 9q + 25p = 15pq + 9q + 25p + 15$

$= 3q(5p + 3) + 5(5p + 3)$

$= (5p + 3)(3q + 5)$

$$\begin{aligned} (v) z-7+7xy-xyz \\ = z-7-xyz+7xy = 1(z-7)-xy(z-7) \\ = (z-7)(1-xy) \end{aligned}$$

प्रश्नावली 14.2 (पृष्ठ संख्या 232)

प्रश्न 1. निम्नलिखित व्यंजकों के गुणनखंड कीजिए :

$$\begin{aligned} (i) a^2+8a+16 & \quad (ii) p^2-10p+25 \\ (iii) 25m^2+30m+9 & \quad (iv) 49y^2+84yz+36z^2 \\ (v) 4x^2-8x+4 & \quad (vi) 121b^2-88bc+16c^2 \\ (vii) (l+m)^2-4lm & \quad (viii) a^4+2a^2b^2+b^4 \end{aligned}$$

(संकेत : पहले $(l+m)^2$ को प्रसारित कीजिए)

$$\begin{aligned} \text{हल : (i) } a^2+4a+16 & = a^2+2 \times a \times 4+4^2 \\ & = (a+4)^2 \\ & [\because a^2+2ab+b^2=(a+b)^2] \\ & = (a+4)(a+4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ii) p^2-10p+25 & = p^2-2 \times p \times 5+5^2 \\ & = (p-5)^2 \\ & [\because a^2-2ab+b^2=(a-b)^2] \\ & = (p-5)(p-5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (iii) 25m^2+30m+9 & = (5m)^2+2 \times 5m \times 3+3^2 \\ & = (5m+3)^2 \\ & [\because a^2+2ab+b^2=(a+b)^2] \\ & = (5m+3)(5m+3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (iv) 49y^2+84yz+36z^2 & = (7y)^2+2 \times 7y \times 6z+(6z)^2 \\ & = (7y+6z)^2 \\ & [\because a^2+2ab+b^2=(a+b)^2] \\ & = (7y+6z)(7y+6z) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (v) 4x^2-8x+4 & = (2x)^2-2 \times 2x \times 2+(2)^2 \\ & = (2x-2)^2 \\ & [\because a^2-2ab+b^2=(a-b)^2] \\ & = (2x-2)(2x-2) \\ & = 2(x-1) \times 2(x-1) \\ & = 4(x-1)(x-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (vi) 121b^2-88bc+16c^2 & = (11b)^2-2 \times 11b \times 4c+(4c)^2 \\ & = (11b-4c)^2 \\ & [\because a^2-2ab+b^2=(a-b)^2] \\ & = (11b-4c)(11b-4c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (vii) (l+m)^2-4lm & = l^2+2lm+m^2-4lm \\ & = l^2-2lm+m^2 \\ & = (l-m)^2 \\ & [\because a^2-2ab+b^2=(a-b)^2] \\ & = (l-m)(l-m) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (viii) a^4+2a^2b^2+b^4 & = (a^2)^2+2a^2b^2+(b^2)^2 \\ & = (a^2+b^2)^2 \\ & [\because a^2+2ab+b^2=(a+b)^2] \\ & = (a^2+b^2)(a^2+b^2) \end{aligned}$$

प्रश्न 2. गुणनखंड कीजिए :

$$\begin{aligned} (i) 4p^2-9q^2 & \quad (ii) 63a^2-112b^2 \\ (iii) 49x^2-36 & \quad (iv) 16x^5-144x^3 \\ (v) (l+m)^2-(l-m)^2 & \quad (vi) 9x^2y^2-16 \\ (vii) (x^2-2xy+y^2)-z^2 & \end{aligned}$$

$$(viii) 25a^2-4b^2+28bc-49c^2$$

$$\begin{aligned} \text{हल : (i) } 4p^2-9q^2 & = (2p)^2-(3q)^2 \\ & = (2p+3q)(2p-3q) \\ & [\because a^2-b^2=(a+b)(a-b)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (ii) 63a^2-112b^2 & = 7(9a^2-16b^2) \\ & = 7[(3a)^2-(4b)^2] \\ & = 7(3a+4b)(3a-4b) \\ & [\because a^2-b^2=(a+b)(a-b)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (iii) 49x^2-36 & = (7x)^2-6^2 \\ & = (7x+6)(7x-6) \\ & [\because a^2-b^2=(a+b)(a-b)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (iv) 16x^5-144x^3 & = 4x^3(4x^2-36) \\ & = 4x^3[(2x)^2-(6)^2] \\ & = 4x^3(2x+6)(2x-6) \\ & [\because a^2-b^2=(a+b)(a-b)] \\ & = 4x^3 \times 2(x+3) \times 2(x-3) \\ & = 16x^3(x+3)(x-3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (v) (l+m)^2-(l-m)^2 & = [(l+m)+(l-m)][(l+m)-(l-m)] \\ & [\because a^2-b^2=(a+b)(a-b)] \\ & = (l+m+l-m)(l+m-l+m) \\ & = 2l \times 2m = 4lm \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (vi) 9x^2y^2-16 & = (3xy)^2-(4)^2 \\ & = (3xy+4)(3xy-4) \\ & [\because a^2-b^2=(a+b)(a-b)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (vii) (x^2-2xy+y^2)-z^2 & = (x-y)^2-(z)^2 \\ & [\because a^2-2ab+b^2=(a-b)^2] \\ & = (x-y+z)(x-y-z) \\ & [\because a^2-b^2=(a+b)(a-b)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (viii) 25a^2-4b^2+28bc-49c^2 & = (5a)^2-(2b)^2+2 \times 2b \times 7c-(7c)^2 \\ & = (5a)^2-[(2b)^2-2 \times 2b \times 7c+(7c)^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (5a)^2 - [(2b-7c)^2] \\
 &= (5a)^2 - (2b-7c)^2 \\
 &= [5a+(2b-7c)][5a-(2b-7c)] \\
 &\quad [\because a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)] \\
 &= (5a+2b-7c)(5a-2b+7c)
 \end{aligned}$$

प्रश्न 3. निम्नलिखित व्यंजकों के गुणनखंड कीजिए :

- (i) $ax^2 + bx$ (ii) $7p^2 + 21q^2$
 (iii) $2x^3 + 2xy^2 + 2xz^2$
 (iv) $am^2 + bm^2 + bn^2 + an^2$
 (v) $(lm+l) + m+1$
 (vi) $y(y+z) + 9(y+z)$
 (vii) $5y^2 - 20y - 8z + 2yz$
 (viii) $10ab + 4a + 5b + 2$
 (ix) $6xy - 4y + 6 - 9x$

हल : (i) $ax^2 + bx = x(ax + b)$

(ii) $7p^2 + 21q^2 = 7(p^2 + 3q^2)$

(iii) $2x^3 + 2xy^2 + 2xz^2 = 2x(x^2 + y^2 + z^2)$

(iv) $am^2 + bm^2 + bn^2 + an^2$
 $= m^2(a+b) + n^2(a+b)$
 $= (a+b)(m^2 + n^2)$

(v) $(lm+l) + (m+1) = l(m+1) + (m+1)$
 $= (m+1)(l+1)$

(vi) $y(y+z) + 9(y+z) = (y+z)(y+9)$

(vii) $5y^2 - 20y - 8z + 2yz = 5y^2 - 20y + 2yz - 8z$
 $= 5y(y-4) + 2z(y-4)$
 $= (y-4)(5y+2z)$

(viii) $10ab + 4a + 5b + 2 = 2a(5b+2) + 1(5b+2)$
 $= (5b+2)(2a+1)$

(ix) $6xy - 4y + 6 - 9x = 6xy - 9x - 4y + 6$
 $= 3x(2y-3) - 2(2y-3)$
 $= (2y-3)(3x-2)$

प्रश्न 4. गुणनखंड कीजिए :

- (i) $a^4 - b^4$ (ii) $p^4 - 81$
 (iii) $x^4 - (y+z)^4$ (iv) $x^4 - (x-z)^4$
 (v) $a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

हल : (i) $a^4 - b^4 = (a^2)^2 - (b^2)^2$
 $= (a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$
 $= (a^2 + b^2)(a+b)(a-b)$

(ii) $p^4 - 81 = (p^2)^2 - 9^2$
 $= (p^2 + 9)(p^2 - 9)$
 $= (p^2 + 9)(p^2 - 3^2)$
 $= (p^2 + 9)(p+3)(p-3)$

(iii) $x^4 - (y+z)^4 = (x^2)^2 - [(y+z)^2]^2$
 $= [x^2 + (y+z)^2][x^2 - (y+z)^2]$
 $= [x^2 + (y+z)^2][(x+y+z)x - (y+z)]$
 $= [x^2 + (y+z)^2][(x+y+z)(x-y-z)]$

(iv) $x^4 - (x-z)^4 = (x^2)^2 - [(x-z)^2]^2$
 $= [x^2 + (x-z)^2][x^2 - (x-z)^2]$
 $= [x^2 + (x-z)^2][(x+x-z)(x-(x-z))]$
 $= [x^2 + (x-z)^2][(2x-z)(x-x+z)]$
 $= z(2x-z)[x^2 + (x-z)^2]$
 $= z(2x-z)(x^2 + x^2 - 2xz + z^2)$
 $= z(2x-z)(2x^2 - 2xz + z^2)$

(v) $a^4 - 2a^2b^2 + b^4 = (a^2)^2 - 2a^2b^2 + (b^2)^2$
 $= (a^2 - b^2)^2$
 $= (a+b)(a-b)^2$
 $= (a+b)^2(a-b)^2$

प्रश्न 5. निम्नलिखित व्यंजकों के गुणनखंड कीजिए :

- (i) $p^2 + 6p + 8$ (ii) $q^2 - 10q + 21$ (iii) $p^2 + 6p - 16$

हल : (i) $p^2 + 6p + 8 = p^2 + 2p + 4p + 8$
 $= p(p+2) + 4(p+2)$
 $= (p+2)(p+4)$

(ii) $q^2 - 10q + 21 = q^2 - 7q - 3q + 21$
 $= q(q-7) - 3(q-7)$
 $= (q-7)(q-3)$

(iii) $p^2 + 6p - 16 = p^2 + 8p - 2p - 16$
 $= p(p+8) - 2(p+8)$
 $= (p+8)(p-2)$

प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या 234)

भाग दीजिए :

(i) $24xy^2z^3$ को $6yz^2$ से

(ii) $63a^2b^4c^6$ को $7a^2b^2c^3$ से

हल : (i) $24xy^2z^3 \div 6yz^2 = \frac{6 \times 4 \times x \times y \times y \times z \times z \times z}{6 \times y \times z \times z}$

$= 4xyz$

(ii) $63a^2b^4c^6 \div 7a^2b^2c^3$

$= \frac{7 \times 9 \times a^2 \times b^2 \times b^2 \times c^3 \times c^3}{7 \times a^2 \times b^2 \times c^3}$
 $= 9b^2c^3$

प्रश्नावली 14.3 (पृष्ठ संख्या 236)

प्रश्न 1. निम्नलिखित विभाजन कीजिए :

(i) $28x^4 \div 56x$ (ii) $-36y^3 \div 9y^2$

(iii) $66pq^2r^3 \div 11qr^2$

(iv) $34x^3y^3z^3 \div 51xy^2z^3$

(v) $12a^8b^8 \div (-6a^6b^4)$

$$\text{हल : (i) } 28x^4 \div 56x = \frac{28 \times x \times x^3}{28 \times 2 \times x} = \frac{x^3}{2}$$

$$\text{(ii) } -36y^3 \div 9y^2 = \frac{-4 \times 9 \times y^2 \times y}{9 \times y^2} = -4y$$

$$\text{(iii) } 66pq^2r^3 \div 11qr^2 = \frac{6 \times 11 \times p \times q \times q \times r \times r^2}{11 \times q \times r^2} = 6pqr$$

$$\text{(iv) } 34x^3y^3z^3 \div 51xy^2z^3 = \frac{17 \times 2 \times x \times x^2 \times y \times y^2 \times z^3}{17 \times 3 \times x \times y^2 \times z^3} = \frac{2x^2y}{3}$$

$$\text{(v) } 12a^8b^8 \div (-6a^6b^4) = \frac{6 \times 2 \times a^2 \times a^6 \times b^4 \times b^4}{-1 \times 6 \times a^6 \times b^4} = -2a^2b^4$$

प्रश्न 2. दिए हुए बहुपद को दिए हुए एकपदी से भाग दीजिए :

$$\text{(i) } (5x^2 - 6x) \div 3x$$

$$\text{(ii) } (3y^8 - 4y^6 + 5y^4) \div y^4$$

$$\text{(iii) } 8(x^3y^2z^2 + x^2y^3z^2 + x^2y^2z^3) \div 4x^2y^2z^2$$

$$\text{(iv) } (x^3 + 2x^2 + 3x) \div 2x$$

$$\text{(v) } (p^3q^6 - p^3q^3) \div p^3q^3$$

$$\text{हल : (i) } (5x^2 - 6x) \div 3x = \frac{5x^2}{3x} - \frac{6x}{3x}$$

$$= \frac{5x}{3} - 2$$

$$= \frac{5x-6}{3}$$

$$= \frac{1}{3}(5x-6)$$

$$\text{(ii) } (3y^8 - 4y^6 + 5y^4) \div y^4 = \frac{3y^8}{y^4} - \frac{4y^6}{y^4} + \frac{5y^4}{y^4}$$

$$= 3y^4 - 4y^2 + 5$$

$$\text{(iii) } 8(x^3y^2z^2 + x^2y^3z^2 + x^2y^2z^3) \div 4x^2y^2z^2$$

$$= \frac{8x^2y^2z^2(x+y+z)}{4x^2y^2z^2}$$

$$= 2(x+y+z)$$

$$\text{(iv) } (x^3 + 2x^2 + 3x) \div 2x = \frac{x(x^2 + 2x + 3)}{2x} = \frac{1}{2}(x^2 + 2x + 3)$$

$$\text{(v) } (p^3q^6 - p^6q^3) \div p^3q^3 = \frac{p^3q^3(q^3 - p^3)}{p^3q^3} = q^3 - p^3$$

प्रश्न 3. निम्नलिखित विभाजन कीजिए :

$$\text{(i) } (10x - 25) \div 5$$

$$\text{(ii) } (10x - 25) \div (2x - 5)$$

$$\text{(iii) } 10y(6y + 21) \div 5(2y + 7)$$

$$\text{(iv) } 9x^2y^2(3z - 24) \div 27xy(z - 8)$$

$$\text{(v) } 96abc(3a - 12)(5b - 30) \div 144(a - 4)(b - 6)$$

$$\text{हल : (i) } (10x - 25) \div 5 = \frac{5(2x - 5)}{5} = 2x - 5$$

$$\text{(ii) } (10x - 25) \div (2x - 5) = \frac{5(2x - 5)}{(2x - 5)} = 5$$

$$\text{(iii) } 10y(6y + 21) \div 5(2y + 7) = \frac{10y \times 3(2y + 7)}{5(2y + 7)} = 6y$$

$$\text{(iv) } 9x^2y^2(3z - 24) \div 27xy(z - 8)$$

$$= \frac{9x^2y^2 \times 3(z - 8)}{9 \times 3 \times xy(z - 8)} = xy$$

$$\text{(v) } 96abc(3a - 12)(5b - 30) \div 144(a - 4)(b - 6)$$

$$= \frac{96abc \times 3(a - 4) \times 5(b - 6)}{144(a - 4)(b - 6)}$$

$$= 10abc$$

प्रश्न 4. निर्देशानुसार भाग दीजिए :

$$\text{(i) } 5(2x + 1)(3x + 5) \div (2x + 1)$$

$$\text{(ii) } 26xy(x + 5)(y - 4) \div 13x(y - 4)$$

$$\text{(iii) } 52pqr(p + q)(q + r)(r + p) \div 104pq(q + r)(r + p)$$

$$\text{(iv) } 20(y + 4)(y^2 + 5y + 3) \div 5(y + 4)$$

$$\text{(v) } x(x + 1)(x + 2)(x + 3) \div x(x + 1)$$

$$\text{हल : (i) } 5(2x + 1)(3x + 5) \div (2x + 1)$$

$$= \frac{5(2x + 1)(3x + 5)}{(2x + 1)}$$

$$= 5(3x + 5)$$

$$\text{(ii) } 26xy(x + 5)(y - 4) \div 13x(y - 4)$$

$$= \frac{26xy(x + 5)(y - 4)}{13x(y - 4)}$$

$$= 2y(x + 5)$$

$$\begin{aligned} \text{(iii)} \quad & 52pqr(p+q)(q+r)(r+p) \div 104pq(q+r)(r+p) \\ &= \frac{52pqr(p+q)(q+r)(r+p)}{104pq(q+r)(r+p)} \\ &= \frac{r(p+q)}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iv)} \quad & 20(y+4)(y^2+5y+3) \div 5(y+4) \\ &= \frac{20(y+4)(y^2+5y+3)}{5(y+4)} \\ &= 4(y^2+5y+3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(v)} \quad & x(x+1)(x+2)(x+3) \div x(x+1) \\ &= \frac{x(x+1)(x+2)(x+3)}{x(x+1)} \\ &= (x+2)(x+3) \end{aligned}$$

प्रश्न 5. व्यंजक के गुणनखंड कीजिए और निर्देशानुसार भाग दीजिए :

- (i) $(y^2+7y+10) \div (y+5)$
 (ii) $(m^2-14m-32) \div (m+2)$
 (iii) $(5p^2-25p+20) \div (p-1)$
 (iv) $4yz(z^2+6z-16) \div 2y(z+8)$
 (v) $5pq(p^2-q^2) \div 2p(p+q)$
 (vi) $12xy(9x^2-16y^2) \div 4xy(3x+4y)$
 (vii) $39y^3(50y^2-98) \div 26y^2(5y+7)$

हल : (i) $(y^2+7y+10)(y+5) \div (y+5)$
 यहाँ, $y^2+7y+10 = y^2+5y+2y+10$
 $= y(y+5)+2(y+5)$
 $= (y+5)(y+2)$

$$\begin{aligned} \text{अब,} \quad & \frac{(y^2+7y+10)(y+5)}{(y+5)} = \frac{(y+5)(y+2)}{(y+5)} \\ &= (y+2) \end{aligned}$$

(ii) $(m^2-14m-32) \div (m+2)$
 यहाँ, $m^2-14m-32 = m^2-16m+2m-32$
 $= m(m-16)+2(m-16)$
 $= (m-16)(m+2)$

$$\begin{aligned} \text{अब,} \quad & \frac{(m^2-14m-32)}{(m+2)} = \frac{(m-16)(m+2)}{m+2} \\ &= (m-16) \end{aligned}$$

(iii) $(5p^2-25p+20) \div (p-1)$
 यहाँ, $5p^2-25p+20 = 5(p^2-5p+4)$
 $= 5(p^2-4p-p+4)$
 $= 5 \times [p(p-4)-1(p-4)]$
 $= 5(p-4)(p-1)$

$$\begin{aligned} \text{अब,} \quad & \frac{(5p^2-25p+20)}{(p-1)} = \frac{5(p-4)(p-1)}{(p-1)} \\ &= 5(p-4) \end{aligned}$$

(iv) $4yz(z^2+6z-16) \div 2y(z+8)$
 यहाँ, $z^2+6z-16 = z^2+8z-2z-16$
 $= z(z+8)-2(z+8)$
 $= (z+8)(z-2)$

$$\begin{aligned} \text{अब,} \quad & \frac{4y^2(z^2+6z-16)}{2y(z+8)} = \frac{4yz(z+8)(z-2)}{2y(z+8)} \\ &= 2z(z-2) \end{aligned}$$

(v) $5pq(p^2-q^2) \div 2p(p+q)$
 यहाँ, $p^2-q^2 = (p+q)(p-q)$

$$\begin{aligned} \text{अब,} \quad & \frac{5pq(p^2-q^2)}{2p(p+q)} = \frac{5pq(p+q)(p-q)}{2p(p+q)} \\ &= \frac{5q(p-q)}{2} \end{aligned}$$

(vi) $12xy(9x^2-16y^2) \div 4xy(3x+4y)$
 यहाँ, $9x^2-16y^2 = (3x)^2-(4y)^2$
 $= (3x+4y)(3x-4y)$

$$\begin{aligned} \text{अब,} \quad & \frac{12xy(9x^2-16y^2)}{4xy(3x+4y)} = \frac{12xy(3x+4y)(3x-4y)}{4xy(3x+4y)} \\ &= 3(3x-4y) \end{aligned}$$

(vii) $39y^3(50y^2-98) \div 26y^2(5y+7)$
 यहाँ, $50y^2-98 = 2(25y^2-49)$
 $= 2[(5y)^2-7^2]$
 $= 2(5y+7)(5y-7)$

$$\begin{aligned} \text{अब,} \quad & \frac{39y^3(50y^2-98)}{26y^2(5y+7)} = \frac{39y^3 \times 2 \times (5y+7)(5y-7)}{26y^2(5y+7)} \\ &= 3y(5y-7) \end{aligned}$$

प्रश्नावली 14.4 (पृष्ठ संख्या 238)

निम्नलिखित गणितीय कथनों में त्रुटि ज्ञात करके उसे सही कीजिए :

प्रश्न 1. $4(x-5) = 4x-5$

हल : L.H.S. = $4(x-5)$
 $= 4x-20$

\therefore R.H.S. = $4x-20$

अतः $4(x-5) = 4x-20$

प्रश्न 2. $x(3x+2) = 3x^2+2$

हल : L.H.S. = $x(3x+2)$
 $= 3x^2+2x$

$$\therefore \text{R.H.S.} = 3x^2 + 2x$$

$$\text{अतः } x(3x+2) = 3x^2 + 2x$$

$$\text{प्रश्न 3. } 2x + 3y = 5xy$$

$$\text{हल : } \text{L.H.S.} = 2x + 3y$$

$$\therefore \text{R.H.S.} = 2x + 3y$$

$$\text{अतः } 2x + 3y = 2x + 3y$$

$$\text{प्रश्न 4. } x + 2x + 3x = 5x$$

$$\text{हल : } \text{L.H.S.} = x + 2x + 3x = 6x$$

$$\therefore \text{R.H.S.} = 6x$$

$$\text{अतः } x + 2x + 3x = 6x$$

$$\text{प्रश्न 5. } 5y + 2y + y - 7y = 0$$

$$\text{हल : } \text{L.H.S.} = 5y + 2y + y - 7y \\ = 8y - 7y = y$$

$$\therefore \text{R.H.S.} = y$$

$$\text{अतः } 5y + 2y + y - 7y = y$$

$$\text{प्रश्न 6. } 3x + 2x = 5x^2$$

$$\text{हल : } \text{L.H.S.} = 3x + 2x = 5x$$

$$\therefore \text{R.H.S.} = 5x$$

$$\text{अतः } 3x + 2x = 5x$$

$$\text{प्रश्न 7. } (2x)^2 + 4(2x) + 7 = 2x^2 + 8x + 7$$

$$\text{हल : } \text{L.H.S.} = (2x)^2 + 4(2x) + 7 \\ = 4x^2 + 8x + 7$$

$$\therefore \text{R.H.S.} = 4x^2 + 8x + 7$$

$$\text{अतः } (2x)^2 + 4(2x) + 7 = 2x^2 + 8x + 7$$

$$\text{प्रश्न 8. } (2x)^2 + 5x = 4x + 5x = 9x$$

$$\text{हल : } \text{L.H.S.} = (2x)^2 + 5x \\ = 4x^2 + 5x$$

$$\therefore \text{R.H.S.} = 4x^2 + 5x$$

$$\text{अतः } (2x)^2 + 5x = 4x^2 + 5x$$

$$\text{प्रश्न 9. } (3x+2)^2 = 3x^2 + 6x + 4$$

$$\text{हल : } \text{L.H.S.} = (3x+2)^2 \\ = 9x^2 + 2 \times 3x \times 2 + 2^2 \\ = 9x^2 + 12x + 4$$

$$\therefore \text{R.H.S.} = 9x^2 + 12x + 4$$

$$\text{अतः } (3x+2)^2 = 9x^2 + 12x + 4$$

प्रश्न 10. $x = -3$ प्रतिस्थापित करने पर प्राप्त होता है।

$$(a) x^2 + 5x + 4 \text{ से } (-3)^2 + 5(-3) + 4 = 9 + 2 + 4 = 15$$

प्राप्त होता है।

$$(b) x^2 - 5x + 4 \text{ से } (-3)^2 - 5(-3) + 4 = 9 - 15 + 4 =$$

-2 प्राप्त होता है।

$$(c) x^2 + 5x \text{ से } (-3)^2 + 5(-3) = -9 - 15 = -24 \text{ प्राप्त}$$

होता है।

$$\text{हल : (a) यदि } x = -3 \\ x^2 + 5x + 4 = (-3)^2 + 5(-3) + 4$$

$$= 9 + (-15) + 4$$

$$= 9 - 15 + 4$$

$$= 13 - 15 = -2$$

अतः $x^2 + 5x + 4 \neq 15$, जबकि यह -2 के बराबर है।

$$(b) x^2 - 5x + 4 = (-3)^2 - 5(-3) + 4$$

$$= 9 + 15 + 4 = 28$$

अतः $x^2 - 5x + 4 \neq -2$, जबकि यह 28 के बराबर है।

$$(c) x^2 + 5x = (-3)^2 + 5(-3)$$

$$= 9 - 15 = -6$$

अतः $x^2 + 5x \neq 24$, जबकि यह -6 के बराबर है।

$$\text{प्रश्न 11. } (y-3)^2 = y^2 - 9$$

$$\text{हल : } \text{L.H.S.} = (y-3)^2 \\ = y^2 - 2 \times y \times 3 + 3^2 \\ = y^2 - 6y + 9$$

$$\therefore \text{R.H.S.} = y^2 - 9$$

$$\text{अतः } (y-3)^2 \neq y^2 - 9,$$

$$\text{जबकि } (y-3)^2 = y^2 - 6y + 9$$

$$\text{प्रश्न 12. } (z+5)^2 = z^2 + 25$$

$$\text{हल : } \text{L.H.S.} = (z+5)^2 \\ = z^2 - 2 \times z \times 5 + 5^2 \\ = z^2 - 10z + 25$$

$$\therefore \text{R.H.S.} = z^2 + 25$$

$$\text{अतः } (z+5)^2 \neq z^2 + 25,$$

$$\text{जबकि } (z+5)^2 = z^2 + 10z + 25$$

$$\text{प्रश्न 13. } (2a+3b)(a-b) = 2a^2 - 3b^2$$

$$\text{हल : } \text{L.H.S.} = (2a+3b)(a-b) \\ = 2a^2 - 2ab + 3ab - 3b^2 \\ = 2a^2 + ab - 3b^2$$

$$\therefore \text{R.H.S.} = 2a^2 + ab - 3b^2$$

$$\text{अतः } (2a+3b)(a-b) \neq 2a^2 + ab - 3b^2,$$

$$\text{जबकि } (2a+3b)(a-b) = 2a^2 + 2ab - 3b^2$$

$$\text{प्रश्न 14. } (a+4)(a+2) = a^2 + 8$$

$$\text{हल : } \text{L.H.S.} = (a+4)(a+2) \\ = a^2 + 2a + 4a + 8 \\ = a^2 + 6a + 8$$

$$\therefore \text{R.H.S.} = a^2 + 8$$

$$\text{अतः } (a+4)(a+2) \neq a^2 + 8,$$

$$\text{जबकि } (a+4)(a+2) = a^2 + 6a + 8$$

$$\text{प्रश्न 15. } (a-4)(a-2) = a^2 - 8$$

$$\text{हल : } \text{L.H.S.} = (a-4)(a-2) \\ = a^2 - 2a - 4a + 8 \\ = a^2 - 6a + 8$$

$$\therefore \text{R.H.S.} = a^2 - 8$$

$$\text{अतः } (a-4)(a-2) \neq a^2 - 8,$$

$$\text{जबकि } (a-4)(a-2) = a^2 - 6a + 8$$

प्रश्न 16. $\frac{3x^2}{3x^2} = 0$

हल : L.H.S. = $\frac{3x^2}{3x^2} = 1$

∴ R.H.S. = 0

अतः $\frac{3x^2}{3x^2} \neq 0$, जबकि $\frac{3x^2}{3x^2} = 1$

प्रश्न 17. $\frac{3x^2+1}{3x^2} = 1+1=2$

हल : L.H.S. = $\frac{3x^2}{3x^2} + \frac{1}{3x^2}$

= $1 + \frac{1}{3x^2}$

∴ R.H.S. = 2

अतः $\frac{3x^2+1}{3x^2} \neq 2$, जबकि $\frac{3x^2+1}{3x^2} = 1 + \frac{1}{3x^2}$

प्रश्न 18. $\frac{3x}{3x+2} = \frac{1}{2}$

हल : L.H.S. = $\frac{3x}{3x+2}$

∴ R.H.S. = $\frac{1}{2}$

अतः $\frac{3x}{3x+2} \neq \frac{1}{2}$

जबकि $\frac{3x}{3x+2} = \frac{3x}{3x+2}$

प्रश्न 19. $\frac{3}{4x+3} = \frac{1}{4x}$

हल : L.H.S. = $\frac{3}{4x+3}$

∴ R.H.S. = $\frac{1}{4x}$, अतः $\frac{3}{4x+3} \neq \frac{1}{4x}$

जबकि $\frac{3}{4x+3} = \frac{3}{4x+3}$

प्रश्न 20. $\frac{4x+5}{4x} = 5$

हल : L.H.S. = $\frac{4x}{4x} + \frac{5}{4x}$

= $1 + \frac{5}{4x}$

∴ R.H.S. = 5, अतः $\frac{4x+5}{4x} \neq 5$

जबकि $\frac{4x+5}{4x} \neq 1 + \frac{5}{4x}$

प्रश्न 21. $\frac{7x+5}{5} = 7x$

हल : L.H.S. = $\frac{7x}{5} + \frac{5}{5}$

= $\frac{7x}{5} + 1$

∴ R.H.S. = $7x$, अतः $\frac{7x+5}{5} \neq 7x$

अतः $\frac{7x+5}{5} = \frac{7x}{5} + 1$

