



# आलेखों से परिचय

## स्मरणीय तथ्य

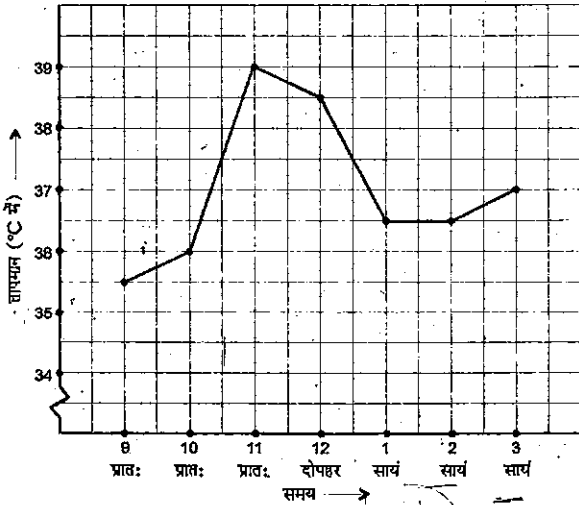
- आलेखीय चित्रण समझना सरल होता है।
- (i) दंड-आलेख विभिन्न श्रेणियों की तुलना करने के लिए उपयुक्त होता है।  
(ii) वृत्त-चित्र या वृत्त-आलेख एक संपूर्ण के विभिन्न भागों की तुलना करने के लिए उपयुक्त होता है।  
(iii) आयत-चित्र लगातार अंतराल वाले आँकड़ों के लिए दंड-आलेख है।
- रेखा-आलेख, समय के अंतरालों के साथ आँकड़ों में परिवर्तन दर्शाता है।
- रेखा-आलेख जो एक पूर्ण अर्खडित रेखा हो, एक **रैखिक आलेख** कहलाता है।
- वर्गीकृत कागज पर किसी बिंदु की स्थिति निर्धारित करने के लिए हमें  $x$ -निर्देशांक तथा  $y$ -निर्देशांक चाहिए।
- एक स्वतंत्र चर तथा आश्रित चर में संबंध एक आलेख द्वारा प्रदर्शित किया जाता है।

## पाठ्य पुस्तक के प्रश्नोत्तर

### प्रश्नावली 15.1 ( पृष्ठ संख्या 246-249 )

प्रश्न 1, निम्न आलेख, किसी अस्पताल में एक रोगी का प्रति घंटे लिया गया तापमान दर्शाता है :

- (a) रोगी का तापमान 1 बजे दोपहर क्या था?  
(b) रोगी का तापमान  $38.5^{\circ}\text{C}$  कब था?



आकृति 15.1

(c) इस पूरे अंतराल में रोगी का तापमान दो बार एक समान ही था। ये दो समय, क्या-क्या थे?

(d) 1.30 बजे दोपहर रोगी का तापमान क्या था? इस निष्कर्ष पर आप कैसे पहुँचे?

(e) किन अंतरालों में रोगी का तापमान 'बढ़ने का रुझान' दर्शाता है?

हल : दिए गए आलेख से हम पाते हैं :

(a) रोगी का तापमान 1 बजे दोपहर में  $36.5^{\circ}\text{C}$  था।

(b) रोगी का तापमान  $38.5^{\circ}\text{C}$  दोपहर 12 बजे था।

(c) इस पूरे अंतराल में रोगी का तापमान दोपहर 1 बजे तथा दोपहर 2 बजे एक समान था।

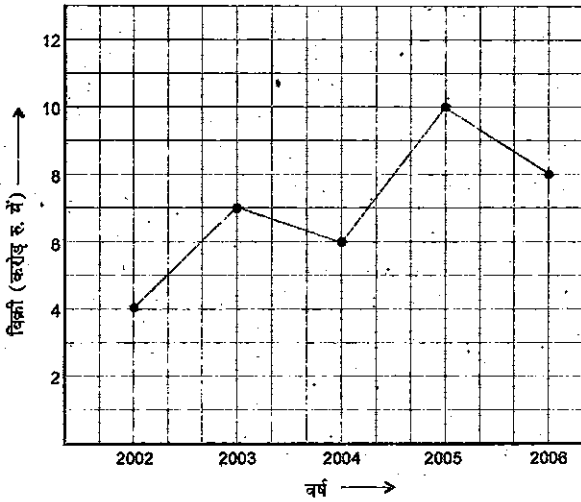
(d) 1.30 बजे दोपहर रोगी का तापमान  $36.5^{\circ}\text{C}$  था। दोपहर 1 बजे से दोपहर 2 बजे के बीच में  $x$ -अक्ष पर स्थित बिंदु दोपहर 1 बजे और दोपहर 2 बजे को दर्शाने वाले बिंदुओं से समदूरस्थ है, इसलिए यह दोपहर 1 बजकर 30 मिनट का समय प्रदर्शित करेगा। इसी प्रकार,  $y$ -अक्ष पर  $36^{\circ}\text{C}$  और  $37^{\circ}\text{C}$  के बीच का बिंदु  $36.5^{\circ}\text{C}$  को प्रदर्शित करेगा।

(e) प्रातः 9 बजे से प्रातः 10 बजे तक, प्रातः 10 बजे से प्रातः 11 बजे तक, दोपहर 2 बजे से दोपहर 3 बजे तक रोगी का तापमान 'बढ़ने का रुझान' दर्शाता है।

प्रश्न 2, एक निर्माता कंपनी की विभिन्न वर्षों में की गई बिक्री निम्न आलेख द्वारा दर्शाई गई है:

(a) (i) वर्ष 2002 में (ii) वर्ष 2006 में कितनी बिक्री थी?

(b) (i) वर्ष 2003 में (ii) वर्ष 2005 में कितनी बिक्री थी?



आकृति 15.2

(c) वर्ष 2002 तथा वर्ष 2006 की बिक्रियों में कितना अंतर था?

(d) किस अंतराल में बिक्रियों का यह अंतर सबसे अधिक था?

हल : दिए गए आलेख से हम पाते हैं :

(a) (i) वर्ष 2002 में बिक्री = 4 करोड़ रु.

(ii) वर्ष 2006 में बिक्री = 8 करोड़ रु.

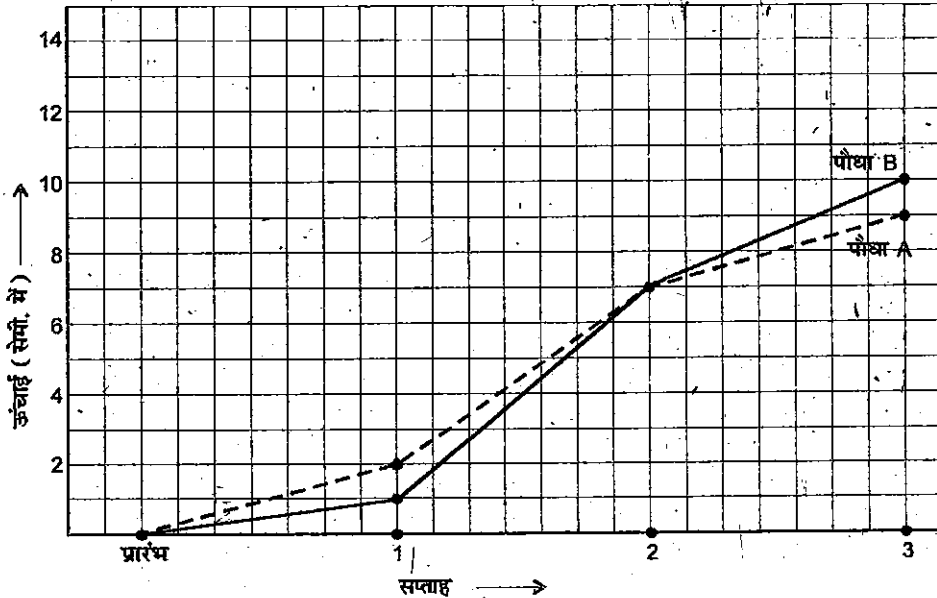
(b) (i) वर्ष 2003 में बिक्री = 7 करोड़ रु.

(ii) वर्ष 2005 में बिक्री = 16 करोड़ रु.

(c) (i) वर्ष 2002 तथा वर्ष 2006 की बिक्रियों में अंतर =  $8 - 4 = 4$  करोड़ रु.।

(d) वर्ष 2005 में बिक्रियों में अंतर अर्थात् वर्ष 2005-2004 में सबसे अधिक था।

प्रश्न 3. वनस्पति-विज्ञान के एक प्रयोग में, समान प्रयोगशाला परिस्थितियों में दो पौधे A तथा B उगाए गए। तीन सप्ताहों तक उनकी ऊँचाइयों को हर सप्ताह के अंत में मापा गया। परिणामों को निम्न आलेख में दर्शाया गया है :



आकृति 15.3

(a) (i) 2 सप्ताह बाद (ii) 3 सप्ताह बाद पौधे A की ऊँचाई कितनी थी?

(b) (i) 2 सप्ताह बाद (ii) 3 सप्ताह बाद पौधे B की ऊँचाई कितनी थी?

(c) तीसरे सप्ताह में पौधे A की ऊँचाई कितनी बढ़ी?

(d) दूसरे सप्ताह के अंत से तीसरे सप्ताह के अंत तक पौधे B की ऊँचाई कितनी बढ़ी?

(e) किस सप्ताह में पौधे A की ऊँचाई सबसे अधिक बढ़ी?

(f) किस सप्ताह में पौधे B की ऊँचाई सबसे कम बढ़ी?

(g) क्या किसी सप्ताह में दोनों पौधों की ऊँचाई समान थी? पहचानिए।

हल : दिए गए आलेख के अनुसार,

(a) (i) 2 सप्ताह बाद पौधे A की ऊँचाई = 7 cm (ii) 3 सप्ताह बाद पौधे A की ऊँचाई = 9 cm

(b) (i) 2 सप्ताह बाद पौधे B की ऊँचाई = 7 cm (ii) 3 सप्ताह बाद पौधे B की ऊँचाई = 10 cm

(c) तीसरे सप्ताह में पौधे A की ऊँचाई = 9 cm - 7 cm = 2 cm

(d) दूसरे सप्ताह के अंत से तीसरे सप्ताह के अंत तक पौधे B की ऊँचाई = 10 cm - 7 cm = 3 cm

(e) दूसरे सप्ताह में पौधे A की ऊँचाई सबसे अधिक बढ़ी।

(f) पहले सप्ताह में पौधे B की ऊँचाई सबसे कम बढ़ी।

(g) हाँ, दूसरे सप्ताह के अंत में दोनों पौधों A तथा B की ऊँचाई समान थी।

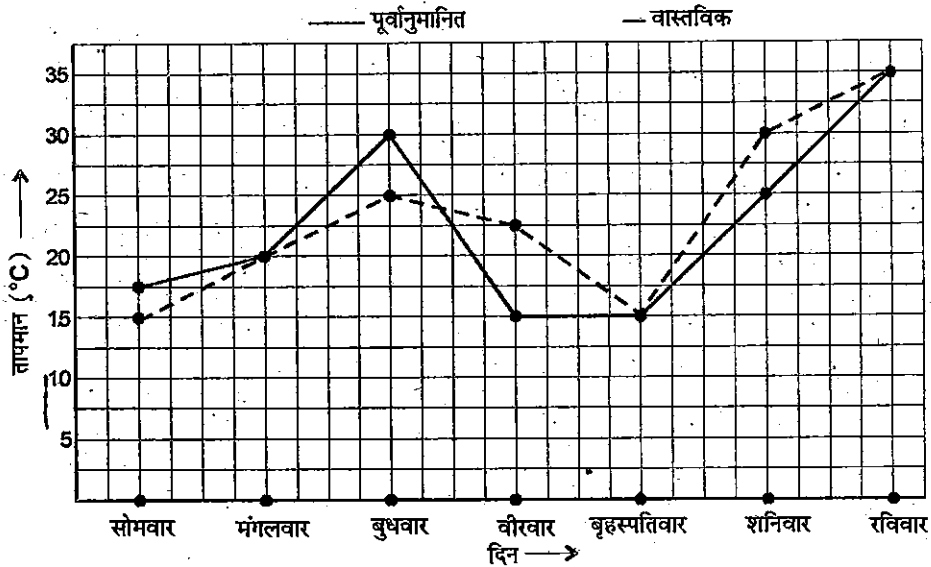
प्रश्न 4. निम्न आलेख, किसी सप्ताह के प्रत्येक दिन के लिए पूर्वानुमानित तापमान तथा वास्तविक तापमान दर्शाता है :

(a) किस दिन पूर्वानुमानित तापमान व वास्तविक तापमान समान था?

(b) सप्ताह में पूर्वानुमानित अधिकतम तापमान क्या था?

(c) सप्ताह में वास्तविक न्यूनतम तापमान क्या था?

(d) किस दिन वास्तविक तापमान व पूर्वानुमानित तापमान में अंतर सर्वाधिक था?



आकृति 15.4

हल : दिए गए आलेख के अनुसार

(a) मंगलवार, शुक्रवार तथा रविवार को पूर्वानुमानित तापमान एवं वास्तविक तापमान समान था।

(b) सप्ताह में रविवार के दिन पूर्वानुमानित तापमान 35°C था।

(c) सप्ताह में वास्तविक न्यूनतम तापमान 15°C था।

(d) बृहस्पतिवार को वास्तविक तापमान एवं पूर्वानुमानित तापमान में अंतर (22.5°C - 15°C = 7.5°C) सर्वाधिक था।

प्रश्न 5. निम्न तालिका प्रयोग कर एक रेखिक आलेख बनाइए :

(a) विभिन्न वर्षों में किसी पर्वतीय नगर में हिमपात के दिनों की संख्या :

वर्ष	2003	2004	2005	2006
दिन	8	10	5	12

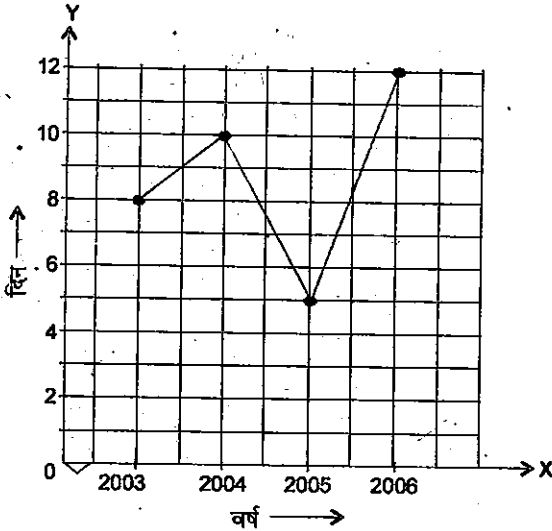
(b) विभिन्न वर्षों में एक गाँव में, पुरुषों व स्त्रियों की संख्या (हजारों में)

वर्ष	2003	2004	2005	2006	2007
पुरुषों की संख्या	12	12.5	13	13.2	13.5
स्त्रियों की संख्या	11.3	11.9	13	13.6	12.8

हल : (a) विभिन्न वर्षों में एक गाँव में, किसी पर्वतीय नगर में हिमपात के दिनों की संख्या

वर्ष	2003	2004	2005	2006
दिन	8	10	5	12

रेखिक आलेख बनाने के लिए x-अक्ष पर वर्ष को लेते हैं तथा y-अक्ष पर दिन को। इस प्रकार जोड़े (2003, 8), (2004, 10) (2005, 5) तथा (2006, 12) को क्रमशः ग्राफ में बिंदु बनाकर रेखिक आलेख बनाते हैं जो इस प्रकार है :



आकृति 15.5

(b) विभिन्न वर्षों में एक गाँव में, पुरुषों एवं स्त्रियों की संख्या (हजारों में) :

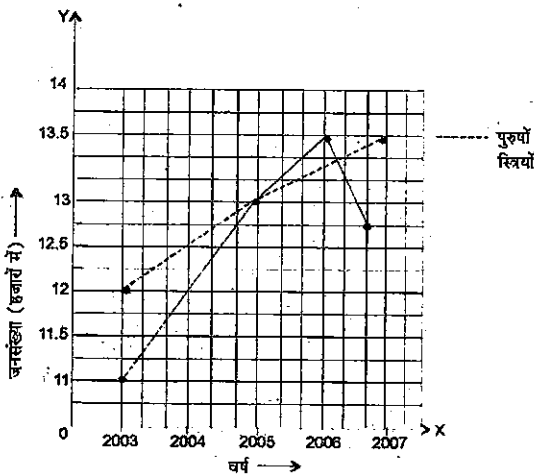
वर्ष	2003	2004	2005	2006	2007
पुरुषों की संख्या	12	12.5	13	13.2	13.5
स्त्रियों की संख्या	11.3	11.9	13	13.6	12.8

रैखिक आलेख बनाने के लिए  $x$ -अक्ष पर वर्ष तथा  $y$ -अक्ष पर जनसंख्या (हजारों में) लेते हैं तथा वर्ष एवं जनसंख्या के जोड़े बनाकर ग्राफ में बिन्दु बनाकर रैखिक आलेख बनाते हैं।

पुरुषों के लिए जोड़े : (2003, 12) (2004, 12.5), (2005, 13) (2006, 13.2) तथा (2007, 13.5)

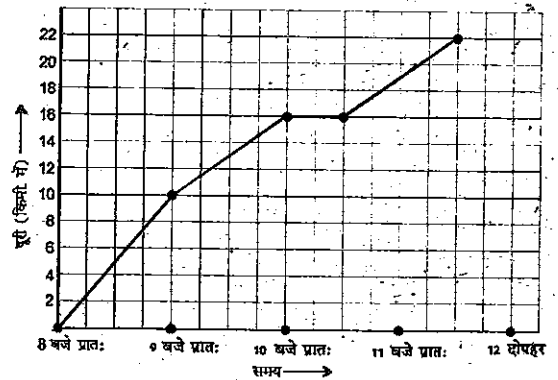
स्त्रियों के लिए जोड़े : (2003, 11.3) (2004, 11.9), (2005, 13), (2006, 13.6) तथा (2007, 12.8)

अतः रैखिक आलेख इस प्रकार है :



आकृति 15.6

प्रश्न 6. एक डाकिया किसी नगर के पास ही स्थित एक उपनगर में एक व्यापारी को पार्सल पहुँचाने के लिए साइकिल पर जाता है। विभिन्न समयों पर नगर से उसकी दूरियाँ निम्न आलेख द्वारा दर्शाई गई हैं :



आकृति 15.7

(a)  $x$ -अक्ष पर समय दर्शाने के लिए क्या पैमाना प्रयोग किया गया है?

(b) उसने पूरी यात्रा के लिए कितना समय लिया?

(c) व्यापारी के स्थान की नगर से दूरी कितनी है?

(d) क्या, डाकिया रास्ते में कहीं रुका? विवरण दीजिए।

(e) किस अंतराल में उसकी चाल सबसे अधिक थी? हल : दिए गए ग्राफ के अनुसार,

(a)  $x$ -अक्ष पर समय दर्शाने के लिए पैमाना (4 इकाई = 1 घंटा) का प्रयोग किया गया है।

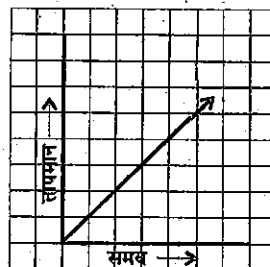
(b) उसने पूरी यात्रा के लिए  $3\frac{1}{2}$  घंटे का समय लिया।

(c) व्यापारी के स्थान की नगर से दूरी 22 km है।

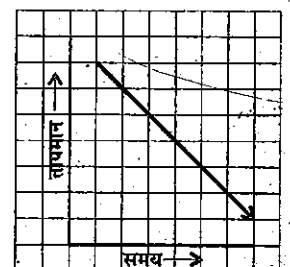
(d) हाँ, डाकिया रास्ते में रुका है। क्योंकि ग्राफ में  $x$ -अक्ष पर 10 बजे प्रातः से लेकर 10.30 बजे प्रातः तक दूरी में कोई बदलाव नहीं है। इसका मतलब यह है कि डाकिया ने कहीं रुककर आराम किया है।

(e) 8 बजे प्रातः से लेकर 9 बजे प्रातः तक डाकिये की चाल सबसे अधिक थी।

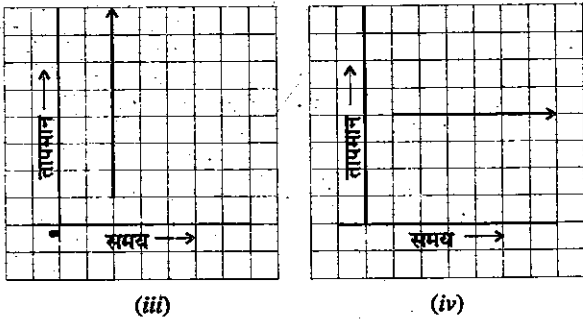
प्रश्न 7. निम्न आलेखों में कौन-कौन से आलेख समय व तापमान के बीच संभव हैं? तर्क के साथ अपने उत्तर दीजिए :



(i)



(ii)



आकृति 15.8

हल : (i) यह आलेख समय एवं तापमान के बीच संभव है क्योंकि रेखा-आलेख के अनुसार जैसे-जैसे समय बढ़ रहा है वैसे-वैसे तापमान भी बढ़ रहा है।

(ii) यह आलेख समय एवं तापमान के बीच संभव है क्योंकि जैसे-जैसे समय बढ़ रहा है तापमान घट रहा है।

(iii) यह आलेख समय एवं तापमान के बीच संभव नहीं है क्योंकि ग्राफ के अनुसार एक ही समय में विभिन्न प्रकार के तापमान में वृद्धि संभव नहीं है।

(iv) यह आलेख समय एवं तापमान के बीच संभव है क्योंकि समय बढ़ने के बावजूद तापमान स्थिर है।

### प्रश्नावली 15.2 (पृष्ठ संख्या 253)

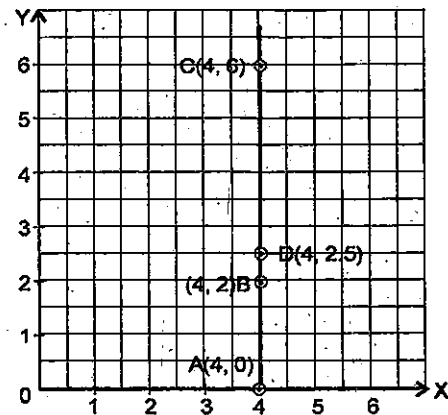
प्रश्न 1. निम्न बिन्दुओं को एक वर्गीकृत कागज़ (Graph Sheet) पर अंकित कीजिए और जाँचिए कि क्या वे सभी एक सरल रेखा पर स्थित हैं?

(a) A(4, 0), B(4, 2), C(4, 6), D(4, 2.5)

(b) P(1, 1), Q(2, 2), R(3, 3), S(4, 4)

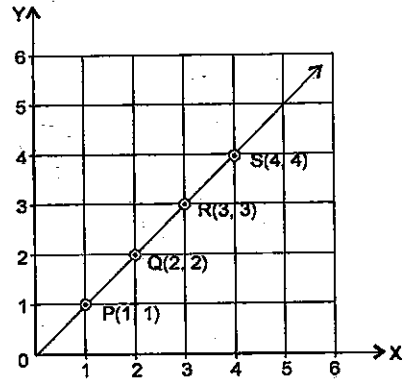
(c) K(2, 3), L(5, 3), M(5, 5), N(2, 5)

हल : (a) ग्राफ बनाने के लिए  $x$ -अक्ष तथा  $y$ -अक्ष को लिया। बिंदु A(4, 0), B(4, 2), C(4, 6), D(4, 2.5) को लेने पर निम्न ग्राफ बनेगा :



आकृति 15.9

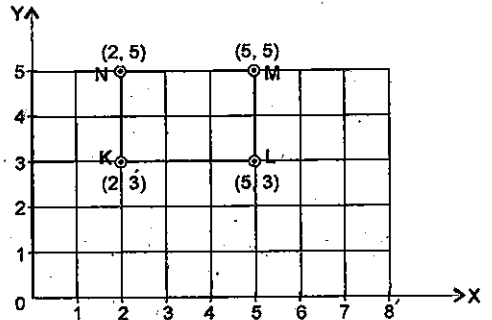
(b) ग्राफ बनाने के लिए  $x$ -या  $y$ -अक्ष को लिया तथा बिंदु P(1, 1), Q(2, 2), R(3, 3), S(4, 4) को लेने पर निम्न ग्राफ बनेगा :



आकृति 15.10

अतः यह रेखा PQRS है।

(c) ग्राफ बनाने के लिए  $x$ -अक्ष तथा  $y$ -अक्ष को लिया तथा बिंदु K(2, 3), L(5, 3), M(5, 5), N(2, 5) को लेने पर अग्र ग्राफ बनेगा :



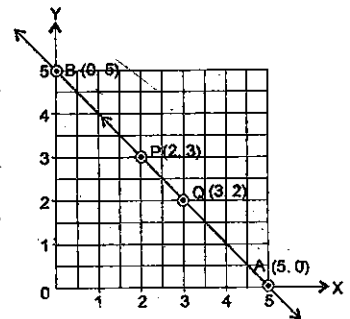
आकृति 15.11

अतः बिंदु एक रेखा पर नहीं है।

प्रश्न 2. बिंदुओं (2, 3) तथा (3, 2) में से गुजरती हुई एक सरल रेखा खींचिए। उन बिंदुओं के निर्देशांक लिखिए जिन पर यह रेखा  $x$ -अक्ष तथा  $y$ -अक्ष को प्रतिच्छेद करती है।

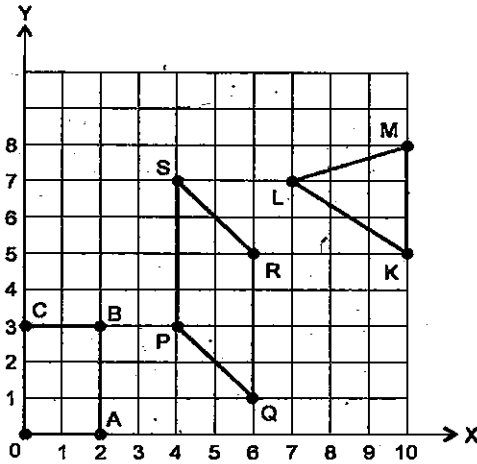
हल : ग्राफ बनाने के लिए  $x$ -अक्ष तथा  $y$ -अक्ष लिया तथा बिंदु P(2, 3) तथा Q(3, 2) को लेने पर निम्न ग्राफ बनेगा।

PQ को मिलाने तथा  $x$ -अक्ष तथा  $y$ -अक्ष की ओर बढ़ाने पर निर्देशांक A(5, 0) तथा B(0, 5) प्राप्त होगा।  
A तथा B का निर्देशांक क्रमशः (5, 0) तथा (0, 5) है।



आकृति 15.12

प्रश्न 3. आलेख में बनाई गई आकृतियों में प्रत्येक के शीर्षों के निर्देशांक लिखिए :



आकृति 15.13

हल : दिए गए ग्राफ से हमें निम्नलिखित शीर्षों के निर्देशांक प्राप्त होंगे :

$O(0, 0)$ ,  $A(2, 0)$ ,  $B(2, 3)$  तथा  $C(0, 3)$ ;  $P(4, 3)$ ,  $Q(6, 1)$ ,  $R(6, 5)$  तथा  $S(4, 7)$ ;  $L(7, 7)$ ;  $M(10, 8)$  तथा  $K(10, 5)$ ।

प्रश्न 4. निम्न कथनों में कौन-सा सत्य है तथा कौन सा असत्य ? असत्य को ठीक कीजिए :

(i) कोई बिंदु जिसका  $x$ -निर्देशांक शून्य है तथा  $y$ -निर्देशांक शून्येतर है,  $y$ -अक्ष पर स्थित होता है।

(ii) कोई बिंदु जिसका  $y$ -निर्देशांक शून्य है तथा  $x$ -निर्देशांक 5 है,  $y$ -अक्ष पर स्थित होगा।

(iii) मूल बिंदु के निर्देशांक  $(0, 0)$  हैं।

हल : (i) सत्य।

(ii) असत्य; सत्य कथन है : कोई बिंदु जिसका  $y$ -निर्देशांक शून्य है तथा  $x$ -निर्देशांक 5 है, तो  $x$ -अक्ष पर स्थित होगा।

(iii) सत्य।

**सोचिए, चर्चा कीजिए और लिखिए (पृष्ठ संख्या 253)**

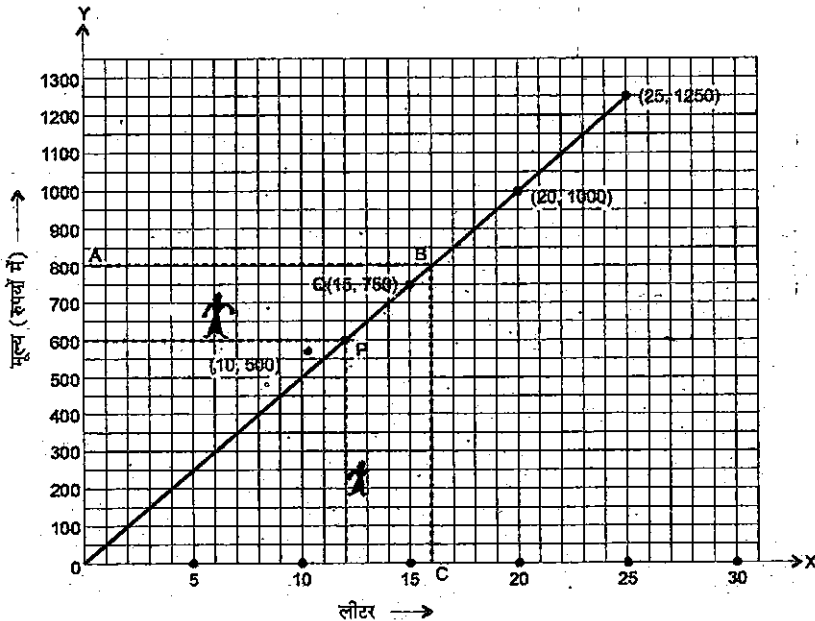
प्रश्न 1. एक कार की पेट्रोल टंकी को भरने के लिए दी गई राशि खरीदे गए पेट्रोल की मात्रा (लीटर में) द्वारा निश्चित होती है। यहाँ पर कौन सा चर स्वतंत्र है? चर्चा कीजिए।

हल : एक कार की पेट्रोल टंकी को भरने के लिए दी गई राशि खरीदे गए पेट्रोल की मात्रा द्वारा निश्चित होती है। अतः यहाँ पर खरीदे गए पेट्रोल की मात्रा स्वतंत्र चर है।

**प्रयास कीजिए (पृष्ठ संख्या 254)**

पाठ्यपुस्तक के उदाहरण में, आलेख से ज्ञात कीजिए कि 800 रु. में कितना पेट्रोल खरीदा जा सकता है?

हल : यहाँ पर ग्राफ (आलेख) खींचने के लिए  $x$ -अक्ष पर पेट्रोल की मात्रा (लीटर में) तथा  $y$ -अक्ष पर उसका मूल्य (रुपयों में) दर्शाते हैं। बिंदु A पर 800 रु. तथा बिंदु C पर 16 लीटर दर्शाया जा सकता है क्योंकि BC  $x$ -अक्ष पर लंब होगा। अतः ग्राफ द्वारा यह बताया जा सकता है कि 800 रु. में 16 लीटर पेट्रोल खरीदा जा सकता है।



आकृति 15.14

### प्रयास काजिए (पृष्ठ संख्या 255)

क्या उदाहरण 7 एक समानुपात का उदाहरण है?

हल : हाँ, उदाहरण 7 एक समानुपात का उदाहरण है।

### प्रश्नावली 15.3 (पृष्ठ संख्या 257-258)

प्रश्न 1. उपयुक्त पैमाने प्रयोग करते हुए, निम्न तालिकाओं में दी गई राशियों के लिए आलेख बनाइए :

(a) सेबों का मूल्य

सेबों की संख्या	1	2	3	4	5
मूल्य (रुपयों में)	5	10	15	20	25

(b) कार द्वारा तय की गई दूरी

समय (घंटों में)	6 बजे प्रातः	7 बजे प्रातः	8 बजे प्रातः	9 बजे प्रातः
दूरी (km में)	40	80	120	160

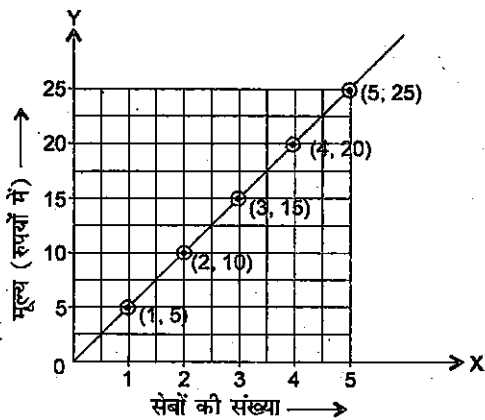
(c) जमा धन पर वार्षिक ब्याज

जमा धन (रुपयों में)	1000	20000	3000	4000	5000
सा. ब्याज (रुपयों में)	80	160	240	320	400

हल : (a) सेबों का मूल्य

सेबों की संख्या	1	2	3	4	5
मूल्य (रुपयों में)	5	10	15	20	25

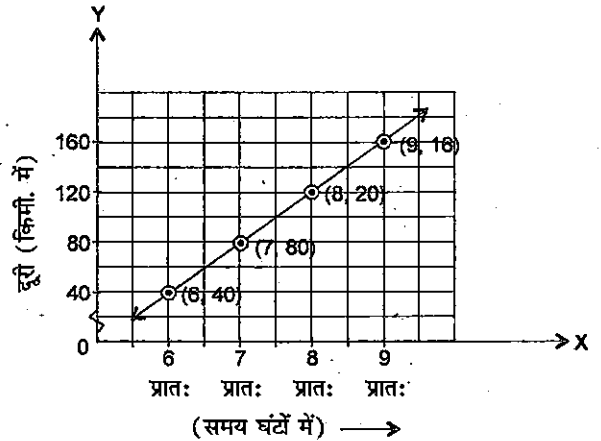
$x$ -अक्ष पर सेबों की संख्या तथा  $y$ -अक्ष पर मूल्य (रुपयों में) लेकर बिंदु (1, 5), (2, 10), (3, 15), (4, 20) तथा (5, 25) का क्रमशः निम्न ग्राफ बनाया जा सकता है :



आकृति 15.15

(b)  $x$  अक्ष पर समय (घंटों में) तथा  $y$ -अक्ष पर दूरी (km में) लेकर बिंदु (6, 40), (7, 80), (8, 120) तथा (9, 160) का निम्न ग्राफ खींचा जा सकता है।

स्केल : 2 इकाई = 1 घंटा  $x$ -अक्ष पर  
तथा, 1 इकाई = 10 km  $y$ -अक्ष पर



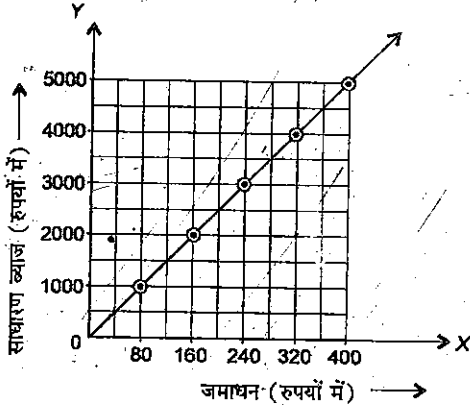
आकृति 15.16

(i) ग्राफ के अनुसार 7.30 बजे प्रातः एवं 8 बजे प्रातः के अंतराल में कार द्वारा 20 किमी (120-100 = 20 km) दूरी तय की गई।

(ii) कार से 100 km दूरी तय कर लेने पर समय प्रातः 7.30 बजे था।

(c)  $x$ -अक्ष पर जमा धन (रुपयों में) तथा  $y$ -अक्ष पर साधारण ब्याज (रुपयों में) को लेकर बिंदु (1000, 80), (2000, 160), (3000, 240), (4000, 320) तथा (5000, 400) का निम्न ग्राफ खींचा जा सकता है।

स्केल : 1 इकाई = 1000 रुपये  $x$ -अक्ष पर  
तथा 1 इकाई = 80 रुपये  $y$ -अक्ष पर



आकृति 15.17

(i) हाँ, आलेख मूल बिंदु से गुजरता है।

(ii) आलेख से 2500 रुपये का वार्षिक ब्याज  $y$ -अक्ष पर 200 रु. प्राप्त होता है।

(iii) आलेख के अनुसार 280 रु. ब्याज प्राप्त करने के लिए  $x$ -अक्ष पर 3500 रु. धन जमा करना होगा।

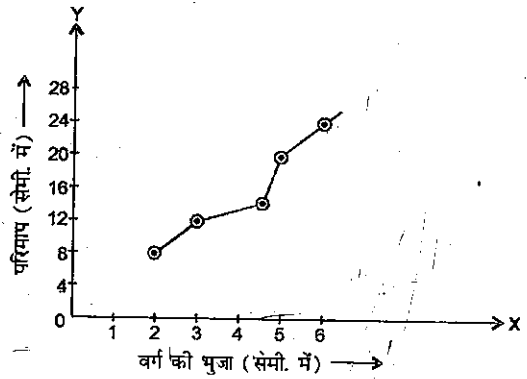
प्रश्न 2. (i) निम्न तालिका के लिए आलेख खींचिए।

वर्ग की भुजा (cm में)	2	3	3.5	5	6
परिमाण (cm में)	8	12	14	20	24

हल : (i)  $x$ -अक्ष पर वर्ग की भुजा (cm. में) तथा  $y$ -अक्ष पर परिमाण (cm. में) को लेकर बिंदु (2, 8), (3, 12), (3.5, 14), (5, 20) तथा (6, 24) का ग्राफ खींचा जा सकता है।

स्केल : 1 इकाई = 1 cm.  $x$ -अक्ष पर

तथा 1 इकाई = 1 cm.  $y$ -अक्ष पर



आकृति 15.18

हाँ, यह एक रैखिक ग्राफ है।

(ii) क्या यह रैखिक आलेख है?

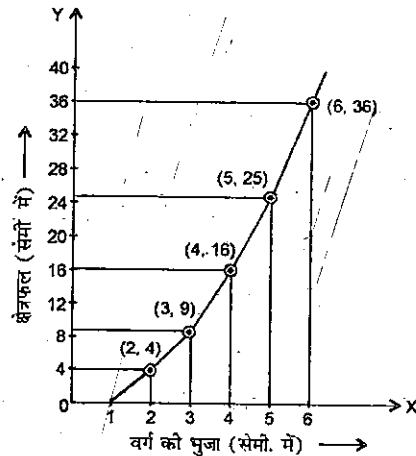
वर्ग की भुजा (cm में)	2	3	3.5	5	6
क्षेत्रफल (cm <sup>2</sup> में)	8	9	16	25	36

क्या यह रैखिक आलेख है?

हल :  $x$ -अक्ष पर वर्ग की भुजा (cm. में) तथा  $y$ -अक्ष पर क्षेत्रफल (cm.<sup>2</sup> में) को लेकर बिंदु (2, 4), (3, 9), (4, 16), (5, 25) तथा (6, 36) का ग्राफ खींचा जा सकता है।

स्केल : 1 इकाई = 1 cm  $x$ -अक्ष पर

तथा, 1 इकाई = 1 cm<sup>2</sup>  $y$ -अक्ष पर



आकृति 15.19